



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

PERCORSI ABILITANTI SPECIALI (PAS)

Classe di Abilitazione A049 – Matematica e Fisica

RELAZIONE FINALE

Dal determinismo al caos: Studio del moto di un pendolo

RELAZIONE DI
Triolo Alessandro

RELATORE
Prof.re Aurelio Agliolo Gallitto

*Dimmi ed io dimentico,
insegnami ed io ricordo,
coinvolgimi ed io imparo.*

B. Franklin (1706-1790)

Indice

Introduzione	2
1 Metodo didattico	3
1.1 Premessa	3
1.2 IBSE	5
2 Percorso didattico	8
2.1 Premessa	8
2.2 Prerequisiti, materiali, competenze e obiettivi	9
2.3 Aquisizione	10
2.4 Spiegazione	11
2.4.1 Il pendolo semplice	11
2.4.2 Il pendolo doppio	14
2.4.3 Che cos'è il determinismo?	15
2.4.4 Curiosità sull'isocronismo del pendolo semplice	15
2.5 Esplorazione	16
2.6 Elaborazione	18
2.7 Valutazione	20
2.8 Prova oggettiva di verifica	20
Conclusione	24
Ringraziamenti	24
Bibliografia	24

Introduzione

L'insegnamento della Fisica è centrato su fenomeni perfettamente deterministici e prevedibili, ossia fenomeni per i quali è possibile determinare con certezza il comportamento sulla base di leggi che ne descrivano l'evoluzione temporale.

La teoria del caos deterministico mostra che esistono fenomeni deterministici– per i quali, dunque, è nota la legge che ne descrive l'evoluzione temporale– che tuttavia mostrano un comportamento irregolare e imprevedibile se li si osserva per un certo tempo.

La seguente relazione descrive un percorso nell'area dell'insegnamento della Fisica nella scuola secondaria superiore, in cui viene progettata una sequenza d'insegnamento apprendimento–nota come Inquiry Based Science Education (IBSE)– nel corso della quale viene affrontata la tematica del caos deterministico, mettendo in risalto l'estrema sensibilità dalle condizioni iniziali che caratterizza i sistemi caotici.

La metodica adottata, prendendo spunto dalle strategie di indagine scientifica, stimola la formulazione di domande e azioni per risolvere problemi e capire fenomeni.

L'IBSE si contestualizza nel quadro teorico–epistemologico del costruttivismo e, in particolare, la teoria cognitiva che viene presa in esame è quella dello sviluppo della conoscenza attraverso la costruzione di modelli. La relazione è suddivisa in due capitoli.

Nel capitolo 1 dopo una premessa di carattere generale viene descritto l'IBSE mettendone in luce l'importanza pedagogica nella didattica delle scienze.

Infine, nel capitolo 2 viene analizzato il percorso didattico, attraverso la progettazione delle fasi tipiche dell'IBSE.

Capitolo 1

Metodo didattico

1.1 Premessa

Come introduzione alla mia relazione finale vorrei soffermarmi sulla figura di Stephen Hawking, uno dei più grandi scienziati viventi, cosmologo e fisico teorico, considerato l'erede di Einstein. Pur essendo condannato all'immobilità da una malattia degenerativa dei motoneuroni, ha occupato la cattedra lucasiana di matematica all'Università di Cambridge (la stessa che fu di Isaac Newton) per circa trent'anni, dal 1979 al 2009.

Hawking, autore di oltre 200 articoli scientifici, ha elaborato con altri scienziati numerose teorie fisiche e astronomiche spiegate con chiarezza e semplicità in diversi testi di divulgazione scientifica per il grande pubblico.

Dal 2007 ha pensato di coinvolgere i giovani, creando una saga di narrativa scientifica che ricorda da vicino Harry Potter, ma con la scienza al posto della magia [1].

Nel corso di un'intervista lo stesso Hawking ha dichiarato che spiegare argomenti scientifici a studenti molto giovani (il nostro bene prezioso come li definisce) può risultare più semplice che farlo ad adulti, i primi hanno la mente libera da nozioni preconcepite e, spinti da una curiosità innata, non si imbarazzano nel porre domande.

Hawking è costretto dalla patologia a comunicare con un sistema di riconoscimento facciale collegato al computer tramite infrarossi sugli occhiali, che trasforma in parole i movimenti minimi della bocca, della guancia destra e delle sopracciglia; questo software, perfezionato nel 2011, è in grado di leggere anche i movimenti oculari, tutto per comporre parole e frasi. Con questo sistema, Hawking riesce a scrivere più di 10 parole al minuto, fino a 15.

Nel 2013 questo supporto è stato arricchito da un nuovo programma, uno scanner cerebrale che permette anche la lettura di alcuni impulsi cerebrali particolari, che vengono tramutati in dati, e poi in alcuni simboli, suoni e parole.

La vicenda umana di Hawking, dal forte carico emotivo, racchiude in sé alcuni elementi di spunto validi in ambito didattico quali: il ruolo del docente come strumento che suscita curiosità e interesse nei giovani. Nell'ambito delle teorie dell'apprendimento è noto che il processo di costruzione della conoscenza di un essere umano inizia fin dalla nascita, ed è un processo spontaneo attraverso il quale ogni individuo raccoglie esperienze dal mondo naturale e informazioni dalla comunità sociale in cui vive e le organizza in schemi, modelli di realtà, il cui fine è quello di fornire capacità di interazione con l'ambiente (sia come adattamento che come predizione) rispetto al vivere quotidiano.

Ciascuno di noi acquisisce, quindi, nel corso degli anni diversi livelli di conoscenza comune, che mantengono una stabilità finché nuove esperienze o nuove informazioni non mettono in crisi il potere predittivo. Tale fase risulta maggiormente facilitata in una mente giovane, per cui l'intervento del docente si colloca in un momento prezioso della crescita dell'individuo. L'importanza nella fase di apprendimento e nella nostra vita dell'uso consapevole della tecnologia che nel caso di Hawking *permette alla scienza di parlare*.

La didattica nelle scienze è stata da sempre oggetto di studio in ambito psicopedagogico. Negli anni 60 a Woods Hole, negli Stati Uniti si tenne un congresso promosso dall'Accademia Nazionale delle Scienze che riunì circa trenta scienziati, uomini di cultura e pedagogisti per discutere sull'insegnamento scientifico [2].

Lo scopo dell'incontro era quello di valutare quali potessero essere gli approcci più idonei per giovani studenti che, cimentandosi nello studio delle discipline scientifiche, dovessero acquisire soprattutto il senso del contenuto e del metodo scientifico [3].

Oggi come allora questo tema conserva una grande attualità. Secondo l'indagine OCSE-PISA (2013) l'avanzamento scientifico e tecnologico è il fattore trainante per lo sviluppo socio economico delle nazioni e come tale ha bisogno di cittadini consapevoli del suo valore. La percezione diffusa, soprattutto tra i giovani, è, al contrario, che le scienze siano discipline avulse dal contesto reale, permeate solo da regole e formule spesso incomprensibili. Lo testimoniano gli scarsi risultati dei quindicenni italiani nei test OCSE-PISA in lettura, matematica e scienze. E in un mondo che utilizza ormai dati, tabelle e grafici per illustrare tantissimi aspetti della vita comune - dallo spread ,che ci dà indicazioni

sulle condizioni della nostra economia, alle previsioni del tempo - non sapere accedere, utilizzare, interpretare e comunicare le informazioni numeriche, si trasforma in un gap considerevole per i nostri giovani. È per questo motivo che, sempre nella stessa indagine, si evidenzia come il 30% degli studenti italiani non raggiunga il livello di conoscenza scientifica e tecnologica di base. La ricerca pedagogica è, in tale contesto, strategica sia nell'ambito della didattica delle scienze, che nell'attuazione di percorsi formativi che fanno uso anche di strumenti che possono avere ricadute positive ai fini dell'apprendimento: la sperimentazione, la manipolazione, l'impostazione ludica, l'uso delle tecnologie informatiche e multimediali. In questa direzione si è già mossa la nuova riforma dei licei (2010) che nel caso specifico del liceo scientifico pone maggiore enfasi sulle *"...competenze necessarie per seguire lo sviluppo della ricerca scientifica e tecnologica e per individuare le interazioni tra le diverse forme del sapere, assicurando la padronanza dei linguaggi, delle tecniche e delle metodologie relative, anche attraverso la pratica laboratoriale e l'uso delle tecnologie informatiche e multimediali..."*

1.2 IBSE

Nel corso di Didattica della Fisica e Innovazioni, tenuto dal Prof.re Fazio è stata trattata una metodica di insegnamento e apprendimento delle scienze attraverso strategie di indagine scientifica, nota come Inquiry Based Science Education (IBSE).

L'IBSE promosso dalla Commissione Europea [4], è basato sull'investigazione, che stimola la formulazione di domande e azioni per risolvere problemi e capire fenomeni.

Questo metodo prevede una sequenza di fasi innovativa rispetto ai consueti modi di fare lezione. Gli studenti si confrontano con l'oggetto di studio (fenomeno fisico, variabili climatiche, livelli d'inquinamento, strumenti di misura...), si pongono domande, formulano ipotesi, le verificano attraverso esperimenti e ne discutono i risultati.

Per l'applicazione di questo metodo, si programma una attività prendendo spunto dalla modalità seguita dagli scienziati per fare ricerca definita *ciclo di indagine (inquiry cycle)* che può essere schematizzata nelle seguenti fasi:

Acquisizione. L'attività inizia sempre con l'osservazione di un fenomeno inquadrabile tra i temi del modulo didattico, su cui gli studenti sono invitati a riflettere e a porsi

domande. In questa fase gli studenti sono lasciati liberi di esprimere le proprie opinioni e osservazioni, sarà compito dell'insegnante raccogliere quelle più significative ai fini dell'esperienza. Questa fase ha il compito di attirare l'attenzione, stimolare la curiosità, indurre nello studente la sensazione di volerne saperne di più. È la fase in assoluto più importante, perché dalla sua buona organizzazione deriva la riuscita dell'intero percorso di apprendimento.

Spiegazione. Una volta raccolte le domande su ciò che si desidera indagare, si indirizzano gli studenti verso la fase sperimentale; Vengono introdotti a modelli, leggi e teorie. Si fornisce il vocabolario corretto, che permetta loro di spiegare in modo scientificamente rigoroso i risultati delle loro esplorazioni, stimolando la ricerca autonoma sul contesto studiato.

Esplorazione. Viene ideato un esperimento che possa dare delle risposte su ciò che si desidera indagare. È importante che l'insegnante sia pronto a ricevere suggerimenti e proposte anche dagli studenti che intendano sperimentare il fenomeno in modo diverso, affiancando tali idee a quelle del modulo. È fondamentale che gli studenti identifichino le variabili in gioco e le sperimentino. Lo scopo di questa fase è registrare dati, isolare variabili, creare grafici e analizzare i risultati.

Elaborazione. Gli studenti elaborano quanto hanno scoperto nelle fasi precedenti applicandolo ad altre situazioni che possano fare emergere nuove domande e ipotesi da esplorare. Gli studenti dovrebbero raggiungere il trasferimento dell'apprendimento.

Valutazione. L'ultima fase prevede la realizzazione di un prodotto finale che sarà valutato mediante autovalutazione, valutazione dei membri del proprio gruppo e valutazione da parte dell'insegnante. Il prodotto finale potrà essere discusso in vario modo: davanti agli insegnanti e ai ricercatori, in un'occasione apposita, inquadrabile in una giornata della Scienza, in una mostra o altro.

È importante sottolineare che le fasi previste dall'IBSE non sono da considerarsi obbligatoriamente consecutive. Particolare enfasi è stata rivolta alla fase di esplorazione, data l'importanza della didattica laboratoriale [5, 6]; infatti essa fornisce una strategia di insegnamento particolarmente proficua con gli studenti che hanno difficoltà di apprendimento (DSA) o con quelli che rifiutano l'impegno scolastico a causa di problemi culturali o emozionali. Il laboratorio è il luogo privilegiato per la pratica della personalizzazione didattica:

valorizza le competenze di ciascun studente in un percorso di tipo cooperativo e crea spazio per attività di insegnamento-apprendimento mirate a sostenere l'inclusione. La didattica laboratoriale dovrebbe interagire con il curricolo ed essere collegata con le competenze chiave di cittadinanza [7] che ogni studente-cittadino deve acquisire nella dimensione Europea. La proposta didattica che ho elaborato può essere rivolta a classi di un secondo triennio liceale e prende in esame il concetto di caos deterministico, un argomento del curricolo di fisica. Il caos è ubiquitario, si manifesta ovunque, sia nel movimento dei corpi celesti, sia nel comportamento dei fluidi al confine con la turbolenza, di alcune reazioni chimiche, di certe popolazioni biologiche.

La scoperta di questa ubiquità del caos rappresenta la terza grande rivoluzione della scienza dell'ultimo secolo, dopo la relatività e la meccanica quantistica.

L'indagine sperimentale collegata al concetto di caos è stata realizzata attraverso lo studio delle oscillazione di un pendolo. Si tratta di un sistema molto semplice da realizzare in un comune laboratorio didattico, che si presta bene alla raccolta di misure con strumenti elementari, ma che al tempo stesso è caratterizzato da una ampia scelta di spunti di approfondimento (matematici, storici, filosofici) che possono favorire la trasversalità degli apprendimenti. Al fine di sperimentare nuovi percorsi curriculari-nell'ottica dell'integrazione di metodi tradizionali e nuove strategie educative-ho utilizzato l'IBSE in forma guidata orientando gli studenti nella sequenza delle fasi che costituiscono il ciclo di indagine.

Capitolo 2

Percorso didattico

2.1 Premessa

Generalmente i ragazzi considerano la fisica come quella disciplina che si occupa dello studio delle leggi che regolano i fenomeni naturali e le interazioni deiconstituenti della materia e che procede utilizzando il metodo riduzionista.

Pertanto, l'approccio è quello di rendere il problema il più semplice possibile, cercando di individuare le caratteristiche fondamentali del fenomeno in studio e trascurando il resto. Questo metodo, si basa sull'idea, non sempre valida, che basta scomporre un oggetto o un fenomeno in quelle che sono le sue parti fondamentali per spiegarne il comportamento complessivo. In realtà non è sempre così. Le singole componenti di un sistema fisico non interagiscono sempre debolmente, ma sono spesso fortemente accoppiate con termini non lineari. Il tutto non è sempre la semplice somma delle singole parti.

I fenomeni naturali sono in generale più complessi di quanto a prima vista possa sembrare. L'introduzione di tali concetti nei curricula della scuola secondaria superiore potrebbe favorire la sperimentazione di percorsi didattici volti all'apprendimento dei sistemi dinamici non lineari. In questo capitolo verranno descritte nel dettaglio le fasi di acquisizione, spiegazione, esplorazione, elaborazione e valutazione, dell'IBSE, progettate al fine di introdurre il concetto di caos deterministico.

2.2 Prerequisiti, materiali, competenze e obiettivi

Prerequisiti:

- Elementi di cinematica e dinamica.
- Teoria degli errori.
- Analisi dei dati.
- Competenze informatiche di base (e.g. uso del foglio elettronico)

Materiali e strumenti per ciascun gruppo:

- Materiale per la costruzione di un pendolo.
- Cronometro digitale.
- Metro a nastro metallico.
- Goniometro.
- Kit per la costruzione della ruota idraulica di Lorentz.
- Software di analisi dati.
- Personal computer.

Competenze nella logica dell'IBSE

- Comprendere i procedimenti e le metodiche dell'indagine fisica.
- Saper lavorare in gruppo.
- Saper elaborare informazioni sulla base di grafici e tabelle.
- Saper individuare variabili, costanti e relazioni di un sistema.
- Saper schematizzare situazioni reali.

Obiettivi formativi

- Saper acquisire dati.
- Esprimere correttamente il risultato di una misura.
- Individuare una relazione fisica dai dati disponibili.

- Riconoscere in una legge fisica causa ed effetto.
- Riconoscere il tipo di relazione tra grandezze fisiche rappresentate in una formula.
- Stabilire relazioni tra grandezze rappresentate in grafico.

Obiettivi disciplinari e interdisciplinari:

- Far acquisire familiarità con i principali aspetti della fisica sperimentale (allestimento di semplici apparati sperimentali; acquisizione di dati; analisi dei dati raccolti).
- Sviluppare la consapevolezza delle relazioni, di interscambio, fra la fisica sperimentale e la fisica generale.
- Sviluppare la consapevolezza che la fisica e la matematica, sono strumenti di pensiero che possono interagire profondamente al fine di far conseguire una maggiore comprensione del mondo che ci circonda.

2.3 Aquisizione

In questa fase mi pongo l'obiettivo di stimolare la curiosità degli studenti attraverso una serie di domande inerenti la tematica trattata.

1. **Immaginate di chiedere ad un pittore di riprodurre una copia identica dell'immagine che aveva realizzato in precedenza. Secondo voi riuscirebbe nell'intento? E qualora non vi riuscisse sapreste spiegarne le ragioni?**
[Segue una fase di confronto con gli alunni]
2. **Propongo la lettura di un dialogo del film Jurassic Park di Stephen Spielberg.** *“.....Metta la mano piatta. Diciamo che una goccia d'acqua cada sulla sua mano. Da che parte andrà? verso il polso? dall'altra parte? -Non so...verso il polso! -Bene, adesso tenga la mano ferma, non si muova, lo faccio di nuovo nello stesso punto. In che direzione crede che andrà? -Non so...nella stessa direzione? -Ha cambiato!Perchè? Per piccole variazioni microscopiche (l'orientamento della peluria della mano, la quantità di sangue che dilata i vasi, le imperfezioni microscopiche della pelle....), che mai si ripetono e influenzano molto il risultato. Questa è...l'imprevedibilità.....”*

3.

Ulteriori esempi possono essere presi dalla letteratura, in romanzi come *Il pittore di battaglie*, dello spagnolo Arturo Pérez-Reverte, nel quale una fotografia presa casualmente cambia completamente la vita di un guerrigliero croato, e in racconti come *Rumore di tuono*, di Ray Bradbury, nel quale la morte di una farfalla preistorica altera il risultato di una elezione presidenziale negli Stati Uniti.

Questa prima fase si conclude invitando i ragazzi a cercare in un dizionario le varie eccezioni del termine caos e di individuare quella che descrive il suo significato in matematica ed in fisica. A partire dagli esempi suggeriti o effettuando una ricerca autonoma si chiede di descrivere in dieci righe i campi di ricerca che usano la teoria del caos e per ognuno di essi cercare informazioni sui relativi comportamenti caotici.

2.4 Spiegazione

Una volta raccolte le domande e le curiosità sorte nella fase precedente, propongo ai ragazzi lo studio del moto di oscillazione di un pendolo in varie circostanze al fine di analizzare alcuni aspetti del caos. L'attività di laboratorio viene preceduta con l'introduzione di modelli e leggi che permettono ai ragazzi di spiegare i risultati delle loro esplorazioni.

2.4.1 Il pendolo semplice

Il modello fisico del sistema pendolo semplice è costituito da un corpo di massa m considerato puntiforme, attaccato a una barretta di lunghezza l , priva di massa, che oscilla indefinitamente purchè si trascurino gli attriti, tale modello permette di predirne ad ogni istante i valori della posizione e della velocità.

Nella realtà i sistemi descritti da modelli semplici rappresentano una eccezione: come vedremo, bastano piccole modifiche a sistemi perfettamente predicibili per ottenere moti non più regolari che manifestano un comportamento caotico.

La forza che fa oscillare il pendolo è il componente della forza di gravità mg perpendicolare alla barretta:

$$F = mg \sin \theta \tag{2.1}$$

Per piccoli angoli, la forza (2.1) che fa muovere il pendolo è proporzionale all'angolo (con θ misurato in radianti)

$$F = mg\theta \quad (2.2)$$

In queste condizioni, la massa m oscilla percorrendo un arco di circonferenza che è ben approssimato da un segmento di retta. Se x è lo spostamento del pendolo misurato dalla posizione di riposo è possibile considerare $x \simeq l\theta$.

La forza si può quindi scrivere come:

$$F = -\left(\frac{mg}{l}\right)x \quad (2.3)$$

Per angoli di piccole oscillazioni, il pendolo è un sistema lineare, in quanto la forza di richiamo che determina il moto è proporzionale allo spostamento.

Il segno meno nella (2.3) indica che la forza ha sempre verso opposto allo spostamento. Applicando la seconda legge della dinamica si ottiene

$$-\left(\frac{g}{l}\right)x = a \quad (2.4)$$

la cui soluzione è:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \quad (2.5)$$

dove il periodo T_0 dell'oscillazione, cioè il tempo necessario per compiere un'oscillazione completa, è dato da

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2.6)$$

Per piccole oscillazioni, il pendolo si muove di moto armonico.

Notiamo che il problema del pendolo semplice ammette una soluzione matematica espressa sotto forma di una funzione nota (eq.(2.5)); questa è una proprietà che sistemi anche poco più complicati non hanno [8]. Inoltre il moto è regolare e del tutto predicibile: se ad un certo istante si misurano la posizione e la velocità del pendolo, la legge del moto (eq.(2.5)) permette di calcolare la posizione assunta dalla massa m in un qualsiasi istante, anche nel lontano futuro. Nel caso di grandi angoli di oscillazione, il seno dell'angolo della (2.1) non può identificarsi con l'angolo stesso e la forza che fa oscillare il pendolo non dipende più linearmente dallo spostamento, il periodo di oscillazione aumenta rispetto al valore dato dalla equazione (2.6). In questo caso l'equazione del moto non ammette una soluzione analitica, non ha cioè una soluzione esprimibile nella forma di una funzione come quelle viste fino ad ora. In questo caso la traiettoria seguita dal pendolo si costruisce punto

per punto a partire dalle equazioni del moto e si dice che la soluzione è ottenuta per via numerica. Per determinare le variazioni del periodo in funzione dell'angolo (misurato in radianti) si ricorre ad approssimazioni come la (2.7) una delle più famose trovata da Bernoulli nel 1749:

$$T = T_0 \left(1 + \frac{\theta^2}{16} \right) \quad (2.7)$$

dove T_0 è il periodo che si ottiene per piccole oscillazioni. Già per angoli di oscillazione con ampiezza pari a 90° il periodo T è del 18% più lungo del periodo T_0 delle piccole oscillazioni. Il moto di un pendolo non lineare è più complicato di quello di un pendolo lineare, ma la sua caratteristica principale non cambia: note la massa, la lunghezza e l'angolo di partenza, si può calcolare la posizione assunta dal pendolo in futuro per quanto lontano si voglia, la traiettoria seguita dal pendolo risulta essere ripetitiva e piccole differenze nelle posizioni di partenza provocano piccoli cambiamenti nelle traiettorie.

Il pendolo senza attriti è un sistema conservativo, la somma dell'energia cinetica e potenziale resta costante nel tempo. Nei pendoli reali ad ogni oscillazione si ha una piccola perdita di energia dovuta agli attriti, il sistema si dice dissipativo.

L'attrito più importante si ha nel perno, ma anche la presenza dell'aria causa una piccola perdita di energia: si ha un moto armonico smorzato.

Se il pendolo inizia ad oscillare con angoli grandi, il moto è inizialmente non lineare e successivamente quando gli angoli di oscillazione sono piccoli, diventa lineare.

Alla fine il pendolo si ferma nella posizione di riposo, corrispondente a $x = 0$.

Introducendo nella seconda legge della dinamica anche una forza proporzionale alla velocità, che tiene conto dell'aria, si ottiene:

$$-\left(\frac{mg}{l}\right)x - \gamma v = ma \quad (2.8)$$

dove v è la velocità del pendolo lungo l'asse x e γ è il coefficiente di smorzamento dovuto agli attriti. Il segno meno davanti a γ indica che la forza di attrito ha sempre verso opposto alla velocità. La (2.8) mostra che l'oscillatore con attriti, è un sistema dinamico lineare, poiché contiene le due variabili x e v elevate alla prima potenza e moltiplicate per costanti. Per questa ragione il moto è predicibile per un intervallo di tempo quanto si voglia, proprio come per il pendolo senza attriti.

2.4.2 Il pendolo doppio

Basta modificare leggermente il sistema dinamico pendolo semplice, perché la predicibilità a lunga scala si perda e si manifesti un comportamento del tutto nuovo [8].

Il modello di un pendolo doppio è rappresentato nella figura 2.1.

Lo stato di questo sistema dinamico è descritto a ogni istante dalle variabili θ_1 e θ_2 .

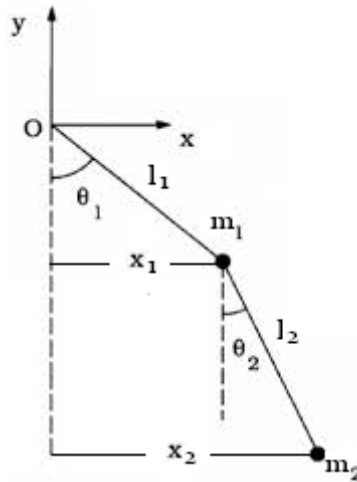


Figura 2.1: Il pendolo doppio e le grandezze fisiche che ne descrivono il modello.

Per piccoli valori di θ_1 e θ_2 , le forze di richiamo agenti sui singoli pendoli sono entrambe proporzionali agli spostamenti e il sistema evolve in regime lineare; quindi il pendolo doppio è analogo al pendolo semplice e il suo comportamento futuro è esattamente predicibile. Quando gli angoli θ_1 e θ_2 sono grandi, il sistema è invece non lineare e il suo comportamento è completamente diverso, il moto non mostra alcuna regolarità: la traiettoria della massa m_2 non si ripete mai, con cambiamenti di direzione improvvisi e apparentemente casuali, mentre la massa m_1 oscilla avanti e indietro percorrendo un arco di circonferenza. L'impossibilità di predire per un intervallo di tempo qualsivoglia e con la precisione desiderata le traiettorie è una diretta conseguenza dell'estrema sensibilità del sistema pendolo doppio dalle condizioni iniziali. In questo si rivela la sua natura caotica.

Diciamo che un pendolo semplice è sufficientemente deterministico.

Ma anche il pendolo doppio lo è, il problema sono le nostre basse capacità nel misurare le condizioni iniziali. Se potessimo avere a disposizione infinite cifre decimali saremmo a posto.

2.4.3 Che cos'è il determinismo?

Il determinismo è una visione del mondo. Secondo la visione deterministica, tutti i fenomeni sono legati fra loro da rapporti strettamente causali e la natura è così regolare che alla stessa causa corrisponde lo stesso aspetto.

Ciò significa che, date le condizioni iniziali di un sistema e note le leggi che lo governano, è possibile predire tutta l'evoluzione del sistema con la precisione voluta e per quanto a lungo si voglia. Il determinismo, che ha le sue radici nel meccanicismo degli scienziati del Seicento, influenzò la fisica dell'Ottocento. Pierre-Simon de Laplace (1746-1827) fu il teorico del determinismo. Prima Maxwell (nel 1837) e poi Poincaré (nel 1903) misero in dubbio la visione del mondo deterministica, osservando che un'approssimazione nelle condizioni iniziali porta a una certa imprevedibilità nell'evoluzione di un sistema.

2.4.4 Curiosità sull'isocronismo del pendolo semplice

L'isocronismo (dal greco *isos* uguale e *kronos* tempo) del pendolo è quel fenomeno per cui le sue oscillazioni si svolgono tutte nello stesso tempo, a prescindere dalla loro ampiezza. La legge dell'isocronismo del pendolo fu formulata da Galileo Galilei prima del 1592, in seguito ad una serie di osservazioni, condotte nella Cattedrale di Pisa, sull'oscillazione di una lampada votiva. Nella Cappella Aulla del Camposanto Monumentale di Pisa, si può oggi osservare questa lampada che costituì, in seguito, il modello per i suoi studi sul pendolo. Il tutto avvenne causalmente vedendo la lampada che, mossa dall'intervento di accensione, continuava ad oscillare lentamente, misurò il tempo di oscillazione utilizzando il battito del polso. Galileo in questo modo constatò che le oscillazioni della lampada avvenivano nello stesso tempo e indipendentemente dall'ampiezza delle stesse, quindi erano isocrone. In realtà le oscillazioni del pendolo semplice non sono esattamente isocrone; se si superano i $15^\circ - 20^\circ$, il tempo che occorre per compiere un'oscillazione completa dipende dall'ampiezza della stessa, ed è tanto maggiore quanto più essa è ampia.

Solo per oscillazioni piccole il periodo si può considerare quasi costante, e sono queste che si sfruttano negli orologi a pendolo, dove il peso che oscilla descrive un arco di circonferenza. In questo contesto i fisici successivi a Galileo si posero la seguente domanda: *lungo che tipo di curva, che non sia una circonferenza, bisogna fare oscillare un pendolo in modo che le oscillazioni siano perfettamente isocrone per qualsiasi angolo di oscillazione?* La

risposta è lungo la cicloide, che è la curva descritta da un punto di una circonferenza che rotola lungo un piano orizzontale. Per spiegare perchè la cicloide sia la curva cercata eseguiamo il seguente esperimento: mettiamo due palline su di un profilo sagomato a forma di cicloide, in modo che abbiamo due altezze diverse rispetto ad un piano orizzontale e lasciamole cadere contemporaneamente; osserveremo che esse si urteranno esattamente nel punto più basso, anche se sono partite da altezze diverse.

L'analisi di questi risultati ci porta a concludere che la pallina impiega lo stesso tempo a percorrere l'arco grande e quello piccolo, segno che le semioscillazioni delle due palline sono isocrone. Questo non accade se il profilo ha la forma di una circonferenza, infatti, in tal caso, la pallina che cade da un'altezza più bassa arriva prima dell'altra sul fondo. Questa caratteristica della cicloide ci porta a definirla come la curva brachistocrona, cioè la curva del tempo più corto (dal greco *brachistos* il più corto e *kronos* tempo).

Lo studio delle proprietà di questa curva occuparono molti fisici dopo Galileo come si ricava dal testo di questo problema, formulato da Bernoulli (1696): “*Determinare lineam curvam data duo puncta in diversis ab horizonte distantis, et non in eadem recta verticali posita connectentem, super qua mobile, propria gravitate decurrens, et a superiori puncto moveri incipiens, citissime descendat ad punctum inferius*”. (cioè di trovare il percorso che consenta ad una particella, soggetta alla sola forza di gravità, di spostarsi, nel più breve tempo possibile, da un punto P_1 ad un altro punto P_2 , collocato più in basso, ma non allineato verticalmente con P_1 .)

2.5 Esplorazione

Questa attività è stata progettata per essere svolta in laboratorio ed eseguita in gruppi di tre. In questa fase parzialmente guidata, i ragazzi prendendo spunto dalla fase precedente iniziano ad indagare la fisica del pendolo semplice verificando alcuni dei risultati mostrati in precedenza. Qui è importante che i ragazzi si sentano liberi di sperimentare il fenomeno anche in modo diverso, affiancando le loro idee a quelle proposte.

In questa fase esplorativa, i ragazzi sperimentano le nozioni teoriche apprese, attraverso la registrazione di dati, la creazione di grafici e l'analisi dei risultati.

L'indagine sperimentale offre diversi spunti per esplorare il fenomeno:

1. Verifica dell'isocronismo delle piccole oscillazioni attraverso la relazione (2.6).
2. Verifica della dipendenza del periodo di oscillazione dalle variabili massa e lunghezza.
3. Verifica della legge oraria espressa dall'equazione (2.5) nel caso di piccole oscillazioni.
4. Verifica della relazione (2.7) nel caso di grandi oscillazioni.
5. Misura di g attraverso la relazione (2.6), noto il periodo.
6.

Al fine di ottenere una trattazione quantitativa del sistema dinamico pendolo doppio—viste le difficoltà che esso presenta dal punto di vista matematico—propongo ai ragazzi l'uso di un sistema di video analisi attraverso l'ausilio del software Tracker e di una fotocamera o un semplice telefonino dotato di fotocamera.

L'uso del Tracker è immediato, esso permette di acquisire un filmato—nel nostro caso le oscillazioni del pendolo doppio—e di rilevare quantitativamente quelle grandezze che presentano difficoltà di misurazione con la strumentazione di tipo “*tradizionale*”.

Tale software permette di identificare un particolare dell'immagine nei diversi fotogrammi e di seguirne il moto confrontando le immagini nei diversi fotogrammi.

Ai fini di una buona acquisizione dei video, è consigliato l'uso di videocamere con almeno 60 fotogrammi al secondo (FPS). Dopo aver illustrato ai ragazzi il principio di funzionamento del Tracker, filmiamo il moto di un pendolo doppio con barrette lunghe $l_1 = 80cm$ e $l_2 = 25cm$ (Fig.2.2). I due grafici sotto riportati sono stati ottenuti facendo partire il pendolo dalle stesse condizioni iniziali: la traiettoria della massa m_1 (in rosso) parte dal punto iniziale (I rosso) definito da $\theta_1 = 90^\circ$, mentre la traiettoria di m_2 (in nero) parte da $\theta_2 = 175^\circ$; entrambe le masse hanno velocità nulla.

I ragazzi si rendono conto visivamente che nonostante le misure siano effettuate riproducendo più accuratamente possibile le stesse condizioni iniziali (posizione e velocità), il pendolo m_1 ripercorre sempre lo stesso arco di circonferenza tra i punti I e F in rosso, invece le traiettorie del pendolo m_2 terminano in punti molto diversi come mostrato dai punti I e F in nero (Fig.2.3 grafici (a) e (b)).

I ragazzi ripetendo l'esperimento molte volte, confermano il risultato, per quanto si cerchi di far partire il sistema esattamente dalle stesse condizioni iniziali.

Tutti gli esperimenti mostrano che fuori dal regime di linearità la traiettoria del secondo

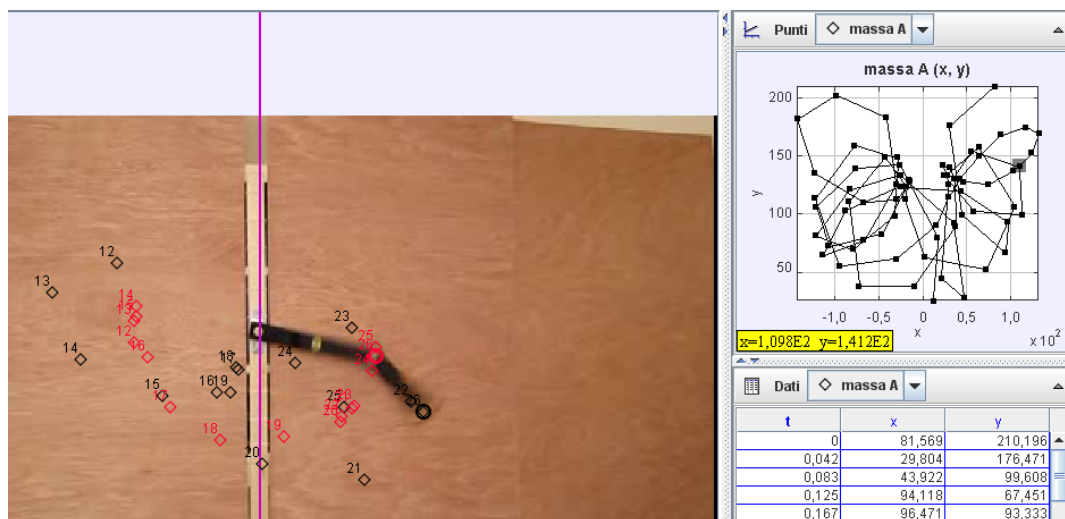


Figura 2.2: Uso del tracker nella fase di analisi.

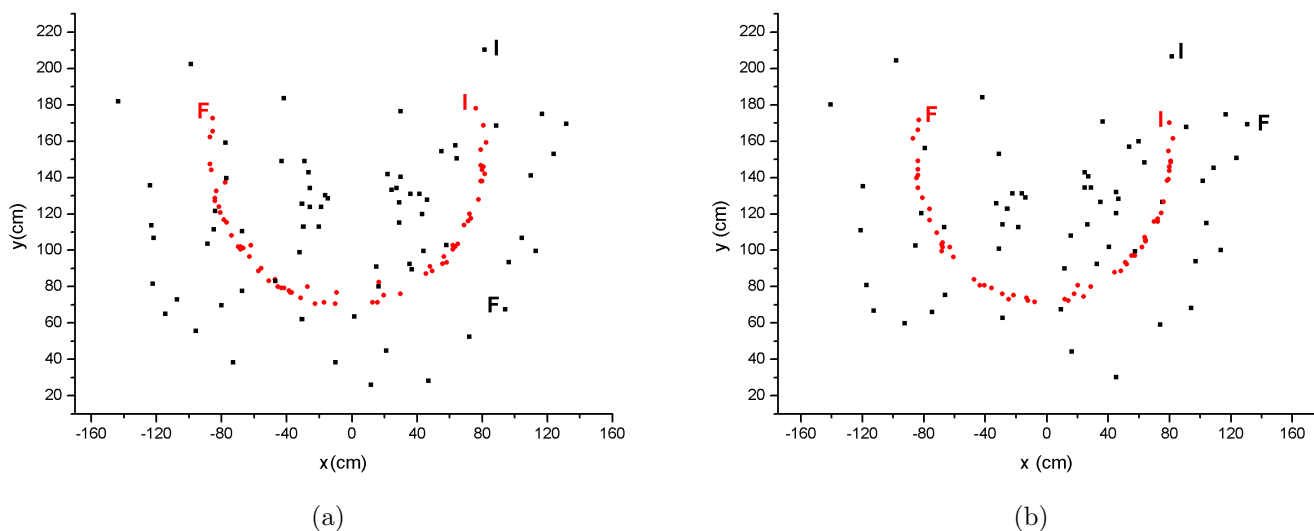


Figura 2.3: Traiettorie delle masse di un pendolo doppio, misurate sperimentalmente.

pendolo è estremamente sensibile alle condizioni iniziali, un piccolo cambiamento produce un grande effetto. Tale caratteristica è uno dei caratteri distintivi del comportamento caotico di un sistema e si manifesta da un punto di vista sperimentale sia matematico, nelle equazioni stesse che descrivono il sistema.

2.6 Elaborazione

In questa fase gli studenti dovrebbero applicare efficacemente le competenze acquisite nella fase precedente anche in altri ambiti disciplinari, che possano fare emergere nuove

domande e ipotesi da esplorare: ossia raggiungere quello che si definisce il trasferimento dell'apprendimento [9]. L'elaborazione è una fase particolarmente aperta agli scambi in cui docente e discente concertano in termini di stimoli e riflessioni.

Si possono presentare le seguenti situazioni:

Scambio Discente-Docente: Prof, studiare il caos mi sembra un pò come barare.

In fondo, se sapessimo studiare i sistemi caotici ad un buon livello arriveremo a quella che potremmo dire essere a tutti gli effetti preveggenza.

Questo può essere interessante, o meglio, utile, ai fini dell'interpretazione di nuvole e pioggerelle estive, ma se lo applicassimo alla nostra vita di tutti i giorni? Inizialmente potrebbe essere un vero spasso, ma subito dopo scopriremmo che il fascino della scoperta e l'emozione della sorpresa sono completamente distrutti, andati persi. Scusi la divagazione, ma questo è quello che mi suggerisce il tema, senza questi discorsi il tutto si limita alle solite, sterili considerazioni matematiche e razionali, non errate, non sbagliate o improprie, ma terribilmente scontate.

Tranquillo: il principio di indeterminazione di Heisenberg ci assicura che non riusciremo mai a conoscere le condizioni iniziali con la precisione che vogliamo.

E quindi, da questo punto di vista, il libero arbitrio non può essere cancellato.....

Scambio Discente-Docente: Prof, ho deciso di portare all'esame come argomento della mia tesina l'effetto farfalla e la teoria del caos, ma non sono ancora riuscito a concretizzarlo in un argomento di matematica da esporre ai docenti.....non avrebbe qualche suggerimento da darmi? Sai qualcosa di equazioni differenziali? Alcune equazioni differenziali, anche semplici, possono dare luogo a fenomeni caotici.

Potresti parlare delle equazioni differenziali, spieghi cosa si intende con integrale generale e particolare, fai esempi, ne risolvi una facile, spieghi cosa sono le condizioni iniziali.....

Stimolo Docente: Sicuramente ognuno di noi ha osservato la caduta di una goccia d'acqua da un rubinetto chiuso male, ma quello che la maggior parte di noi non sa è che dietro questo fenomeno si nasconde un comportamento caotico.

Spesso lo schema di caduta delle gocce non è regolare, ma aperiodico e imprevedibile, ovvero caotico.....

2.7 Valutazione

Nell'ultima fase che prevede la realizzazione di un prodotto finale (di gruppo) ho lasciato liberi i ragazzi di realizzare il loro progetto teorico-pratico, o in alternativa seguire le proposte sotto elencate:

Proposta teorica: Macchine, autostrade, telefoni, tv, smog, stress, singole componenti che unite formano un connubio perfetto: il caos. La quantità di input che ci pervengono dal mondo esterno è diventata così iperbolica da avvolgerci in un'aura di incosapevolezza. Nell'ultimo secolo si è passati da una concezione deterministica ad una caotica, tanto da ispirare scrittori e registi. Tra questi ultimi un ineccepibile esempio è quello di David Fincher, il quale nel film *“Il curioso caso di Benjamin Button”*, sfruttando la teoria del caos di Poincarè, ha evidenziato come quest'ultima incida sulla nostra quotidianità. Individuate all'interno del film i riferimenti alla teoria del caos sviluppandone i punti che ritenete più interessanti.

Proposta sperimentale: Avete a disposizione il kit fornito dalla scuola, per la costruzione della ruota idraulica di Lorentz. Studiate il comportamento di questo sistema dinamico, e analizzatene attraverso l'uso del software tracker l'eventuale comportamento caotico.

Ho inoltre previsto una prova oggettiva di verifica (individuale) riguardante la valutazione delle conoscenze precedentemente acquisite sul caos e i sistemi complessi e sul significato di alcuni termini specifici. Per quanto riguarda i criteri di valutazione ho scelto di attribuire un punteggio di 1 per ciascuna risposta esatta poichè il test è stato strutturati sulla base di 10 domande; Il prodotto finale sarà valutato in base all'esattezza, alla completezza e alla chiarezza con un punteggio oscillante tra 0 e 10.

La valutazione complessiva sarà calcolata tramite la media aritmetica fra i risultati.

Unitamente alla valutazione da parte del docente, sarà presa in considerazione l'autovalutazione di ogni singolo e la valutazione dei membri del proprio gruppo.

2.8 Prova oggettiva di verifica

In alcune domande più di una risposta è giusta.

1. Un pendolo semplice è un sistema:

- A. non lineare;
- B. lineare;
- C. approssimativamente lineare;
- D. lineare nel limite di piccole oscillazioni;

2. È possibile sostituire $\sin \theta$ con θ

- A. per angoli grandi in gradi;
- B. per angoli piccoli in gradi;
- C. per angoli grandi in radianti;
- D. per angoli piccoli in radianti;

3. Considera un pendolo semplice descritto da una funzione cosinusoidale con spostamento massimo pari a 2,0cm e periodo di 1,8 s.

▷ Quanto vale lo spostamento dalla verticale all'istante 1000 s?

4. Un pendolo reale, nel quale sia presente l'attrito, è un sistema fisico

- A. lineare;
- B. predicibile;
- C. conservativo;
- D. dissipativo;

5. La scoperta di quello che è noto oggi come caos deterministico si deve a:

- A. Newton;
- B. Laplace;
- C. Maxwell;
- D. Poincaré;

6. In un sistema caotico l'imprevedibilità:

- A. è una caratteristica transitoria;

- B. dipende dalla presenza dell'attrito;
- C. è relativa a qualsiasi intervallo di tempo;
- D. si manifesta su intervalli di tempo non brevissimi;

7. Ogni sistema caotico:

- A. è dissipativo;
- B. dipende dalla presenza dell'attrito;
- C. è relativa a qualsiasi intervallo di tempo;
- D. si manifesta su intervalli di tempo non brevissimi;

8. Il comportamento di un sistema caotico è:

- A. deterministico e predicibile;
- B. deterministico e non predicibile;
- C. non deterministico e predicibile;
- D. non deterministico e non predicibile;

9. Un pendolo doppio ideale, per piccole oscillazioni è un sistema fisico:

- A. lineare;
- B. predicibile;
- C. conservativo;
- D. dissipativo;

10. Per sensibilità alle condizioni iniziali di un sistema fisico si intende che:

- A. le leggi che regolano il sistema dipendono dalle condizioni iniziali;
- B. l'evoluzione del sistema dipende dalle condizioni iniziali;
- C. il comportamento del sistema a partire da condizioni note con precisione limitata è alla lunga imprevedibile;
- D. il sistema esige delle condizioni iniziali fissate con precisione infinita;

Conclusione

Una delle obiezioni che spesso viene sollevata quando si parla di insegnamento attraverso l'IBSE, è proprio il fatto che, essendo un approccio di matrice costruttivista, richiede molto tempo per le attività in classe e come tale sembra improponibile quando si hanno solo poche ore settimanali. Tutti gli aspetti inerenti all'istruzione sono da sempre vincolati alla risorsa che sempre scarseggia a scuola: il tempo.

Nel 2006 grazie alla creatività di Salman Khan, ingegnere statunitense originario del Bangladesh, nasce la Khan Academy un'organizzazione educativa senza scopo di lucro che ha lo scopo di offrire servizi e materiali e tutorial gratuiti per l'istruzione e l'apprendimento a distanza attraverso tecnologie di e-learning.

Da allora, l'idea della *didattica capovolta* (Flipped classroom) è letteralmente esplosa negli Stati Uniti e sta acquistando sempre maggiore popolarità e credibilità anche negli ambienti educativi europei. Si tratta di utilizzare video-lezioni da far vedere agli studenti al di fuori dal tempo scuola in modo da poter disporre in classe di un tempo maggiore per attività sperimentali, esercizi, lavoro di gruppo, discussioni, approfondimenti e riflessione, capovolgendo così il consueto approccio didattico.

La classe diventa il luogo in cui lavorare attraverso la soluzione di problemi, la riflessione e il coinvolgimento in attività di apprendimento cooperativo come per esempio l'IBSE. Ogni volta che si cerca di introdurre qualche innovazione i docenti abituati da sempre a una didattica trasmissiva, centrata sull'insegnante, non sanno bene come fare a passare a un approccio più attivo e centrato sullo studente.

In fondo, la lezione frontale è uno strumento che conosciamo bene e che ci fa sentire a nostro agio in classe. Quando per anni si è seguita, a torto o a ragione, la cosiddetta logica del completamento del programma, è difficile e spiazzante pensare di cambiare punto di vista improvvisamente. La ricerca nell'ambito della pedagogia delle scienze ha mostrato che la lezione tradizionale è il metodo meno efficace di insegnamento.

Molti insegnanti, tendono ad essere conservatori, ripetendo i contenuti ed i metodi che hanno ricevuto come studenti dai loro insegnanti, così come questi hanno fatto rispetto ai loro docenti. Ma questo alle nuove generazioni non va più bene.

Dobbiamo sforzarci di capire il modo in cui gli studenti pensano e analizzare i loro stili di apprendimento. Abbiamo la necessità di trovare nuovi modi per mantenere alto il loro

interesse ed entusiasmo nell'imparare. Sempre di più gli strumenti che usiamo per raggiungere questi scopi coinvolgono le tecnologie dell'informazione e della comunicazione, ma questo non basta; fondamentale in questa preoccupante fase di impoverimento culturale è rappresentato dalla figura del docente. Un docente motivato, ispirato, comunicativo e coinvolgente è di fondamentale importanza nella formazione dei giovani.

Spero di essere sempre all'altezza di questo meraviglioso lavoro che offre l'opportunità di migliorare e di migliorarsi.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare Eva, per avermi spinto a frequentare il PAS, contro il mio volere; Marco per essere stato tollerante col suo compagno di giochi e Dario, nato nel corso di questa avventura, per non essersi reso conto di nulla. Inoltre un ringraziamento va a tutti i docenti del corso e in particolare ai Prof.ri Claudio Fazio e Aurelio Agliolo Gallitto per gli spunti di riflessione nella relazione finale. Ultimi, ma non per questo meno importanti, i miei compagni di corso.

Bibliografia

- [1] L. Hawking S. Hawking. *La chiave segreta per l'universo*. Mondadori, 2007.
- [2] E. L. Bossio. Un percorso formativo per la didattica della scienza in scuole secondarie di primo e secondo grado. *Form@re. Open journal per la formazione in rete*, 11(76):8–27, 2011.
- [3] S. Jerome. *La cultura dell'educazione. Nuovi orizzonti per la scuola*. Feltrinelli, pp 236, 2002.
- [4] D. Jorde H.Wallberg. *Science education now: a renewed pedagogy for the future of Europe*. European Communities, 2007.
- [5] J. Dewey. *Scuola e società*. La Nuova Italia, 1949.
- [6] E. Morin. *La testa ben fatta: riforma dell'insegnamento e riforma del pensiero*. Raffaello Cortina Editore, 2000.
- [7] A. Paolini F. Batini, S. Cini. *Le 16 competenze di base. Vademecum per docenti, tutor ed operatori*. Pensa Multimedia (collana La storia siamo noi), 2012.
- [8] U. Amaldi. *La fisica del caos*. Zanichelli, 2011.
- [9] J.W. Newstrom M.L. Board. *Trasferire L'apprendimento*. FrancoAngeli, 2009.