



**Università degli Studi di Palermo**

---

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI  
Corso di Laurea Magistrale in Fisica

# **Risposta a microonde di cavità coassiali di $\text{MgB}_2$**

Candidato:  
**Pietro Camarda**

Relatore:  
**Prof. Aurelio Agliolo Gallitto**

Correlatore:  
**Prof.ssa Maria Li Vigni**

---

Anno Accademico 2011/2012

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>iii</b>
<b>1 Proprietà elettriche e magnetiche dei superconduttori</b>	<b>1</b>
1.1 Teoria di London . . . . .	3
1.1.1 Modello a due fluidi . . . . .	3
1.1.2 Equazioni di London . . . . .	6
1.1.3 Effetto Meissner . . . . .	7
1.2 Superconduttori di I tipo e II tipo . . . . .	9
1.3 Interpretazione di London dei flussoni . . . . .	12
1.4 Teoria microscopica BCS . . . . .	14
1.4.1 Risultati della teoria BCS . . . . .	16
1.4.2 Lunghezza di coerenza . . . . .	18
1.5 Effetti Josephson . . . . .	19
1.6 Composti superconduttivi non convenzionali . . . . .	21
1.7 Effetti della granularità negli HTS . . . . .	22
<b>2 Elettrodinamica di metalli e superconduttori</b>	<b>25</b>
2.1 Introduzione . . . . .	25
2.2 Elettrodinamica dei metalli . . . . .	25
2.3 Elettrodinamica nello stato Meissner . . . . .	28
2.4 Impedenza superficiale . . . . .	29
2.4.1 Metalli normali . . . . .	30
2.4.2 Impedenza superficiale dei superconduttori . . . . .	31
<b>3 Il superconduttore MgB<sub>2</sub></b>	<b>37</b>
3.1 Cristallografia . . . . .	37
3.2 Superconduttività a due gap dell'MgB <sub>2</sub> . . . . .	39
3.2.1 Interazione elettrone-fonone . . . . .	39
3.2.2 Superconduttività multibanda . . . . .	41

3.2.3	Misure dei gap dell'MgB <sub>2</sub> . . . . .	43
3.3	Proprietà magnetiche . . . . .	45
3.3.1	Flussoni nell'MgB <sub>2</sub> . . . . .	47
3.3.2	Lunghezza di penetrazione . . . . .	49
3.4	Effetti della granularità nell'MgB <sub>2</sub> . . . . .	49
3.5	Tecniche di preparazione di campioni di MgB <sub>2</sub> . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Cavità risonanti coassiali</b>	<b>59</b>
4.1	Proprietà delle cavità risonanti . . . . .	59
4.1.1	Fattore di qualità unloaded $Q_u$ . . . . .	60
4.1.2	Fattore di qualità dielettrico $Q_d$ . . . . .	62
4.2	Cavità risonante coassiale . . . . .	62
4.3	Applicazioni delle cavità coassiali . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Apparato sperimentale</b>	<b>69</b>
5.1	Apparato sperimentale . . . . .	69
5.1.1	Controllo di temperatura . . . . .	70
5.1.2	Network analyzer . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Risposta a microonde delle cavità coassiali di MgB<sub>2</sub> realizzate</b>	<b>75</b>
6.1	Assemblaggio delle cavità . . . . .	75
6.2	Risultati sperimentali . . . . .	79
6.2.1	Risultati sperimentali ottenuti con la cavità omogenea di MgB <sub>2</sub> . . . . .	82
6.2.2	Risultati sperimentali ottenuti con la cavità ibrida corta . . . . .	86
6.2.3	Risultati sperimentali ottenuti con la cavità ibrida lunga . . . . .	90
6.3	Discussione dei risultati . . . . .	95
	<b>Conclusioni</b>	<b>107</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>111</b>
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>117</b>

# Introduzione

Dispositivi a microonde come filtri, antenne, risonatori ecc. possono essere assemblati con materiali superconduttori (SC), i quali avendo impedenza superficiale a microonde (mw) molto più bassa di quella dei metalli normali consentono di raggiungere migliori prestazioni. Fra i vari dispositivi a mw, le cavità risonanti realizzate con SC sono particolarmente adatte in tutti i sistemi che richiedono alta selettività in frequenza del segnale. Lo studio della risposta a mw dei SC, oltre ad essere importante per capire la fisica di base, dà informazioni su proprietà specifiche del campione in esame, permettendo di individuare i materiali adatti per la realizzazione di tali dispositivi.

Dopo la scoperta dei SC ad alta  $T_c$  (HTS) a base di ossido di rame, sono stati costruiti differenti prototipi di risonatori. Negli ultimi anni, l'attenzione è stata rivolta a componenti che utilizzano linee di trasmissione planari o a risonatori a strip line e, di conseguenza, alla caratterizzazione di film di SC, per mezzo dei quali si possono ottenere dispositivi di piccole dimensioni. Comunque, in tutte le applicazioni in cui la miniaturizzazione non è importante, come nei sistemi di comunicazione wireless ad alta frequenza, radar e acceleratori di particelle, sono ancora preferite le cavità realizzate con SC bulk, in quanto queste hanno un alto fattore di qualità e ridotti effetti non lineari.

Dopo la scoperta del SC  $\text{MgB}_2$  con  $T_c \approx 39$  K, molti autori hanno suggerito che quest'ultimo possa essere un ottimo candidato per applicazioni tecnologiche, pensando specialmente alla realizzazione di cavità a microonde per acceleratori di particelle. Il vantaggio nell'uso dell' $\text{MgB}_2$ , piuttosto che dei SC convenzionali, sta nella più alta temperatura critica, che può essere facilmente raggiunta dai moderni cryo-coolers. Nonostante l' $\text{MgB}_2$  abbia una temperatura critica minore di quella degli HTS, nell' $\text{MgB}_2$  gli effetti della granularità sono molto ridotti. Infatti, è stato mostrato che, al contrario degli HTS, solo una piccola parte dei bordi di grano agisce da weak link, riducendo la dipendenza dal campo magnetico della corrente critica e soprattutto la comparsa di effetti non lineari ad alta potenza. Inoltre, possono essere prodotti facilmente campioni bulk di  $\text{MgB}_2$ , permettendo di realizzare oggetti molto resistenti e facilmente lavorabili meccanicamente.

Molti gruppi di ricerca studiano l' $\text{MgB}_2$  per esplorare le proprietà di questo materiale

per applicazioni a microonde. Tuttavia, a nostra conoscenza, i soli dispositivi a mw di  $\text{MgB}_2$  bulk discussi in letteratura sono una cavità cilindrica e una cavità rientrante, entrambe costruite con  $\text{MgB}_2$  preparato con la tecnica *reactive Mg-liquid infiltration* (Mg-RLI). È stato mostrato che la cavità cilindrica di  $\text{MgB}_2$  ha un fattore di qualità (nel modo  $\text{TE}_{011}$  risonante a circa 9.8 GHz) dell'ordine di  $10^5$  da  $T = 4.2$  K fino a  $\approx 30$  K, indipendentemente dalla potenza con cui viene alimentata almeno fino a circa 20 dBm (valore massimo raggiungibile con la strumentazione usata). I promettenti risultati hanno incoraggiato lo studio di altri campioni bulk come bacchette e cilindri di  $\text{MgB}_2$  preparati con la stessa tecnica. Più recentemente, è stata assemblata la cavità rientrante, con lo scopo di utilizzarla per investigare sperimentalmente l'effetto Casimir dinamico.

Per studiare l'impedenza superficiale a mw dei SC, e in particolare la sua dipendenza dalla frequenza, è utile l'uso di cavità coassiali; questo perché in queste cavità si possono facilmente eccitare modi risonanti a differenti frequenze. Prototipi di risonatori coassiali sono stati costruiti usando metalli normali come conduttore esterno e HTS come conduttore interno e sono stati usati per misurare la resistenza superficiale a mw del SC interno. L'uso di questi risonatori è particolarmente adatto per la caratterizzazione di campioni che hanno dimensioni troppo grandi per poter usare altri metodi, come il metodo di *cavity perturbation*. Questa tecnica permette infatti di usare come conduttore interno cilindri massivi o fili. La lunghezza della cavità può essere scelta in base ai differenti intervalli di frequenza da investigare o adattata alle dimensioni del campione SC da studiare.

In questo lavoro di tesi studieremo le proprietà a mw di cavità coassiali costituite, o in parte o completamente, da  $\text{MgB}_2$  preparato con la tecnica Mg-RLI dalla EDISON SpA. In particolare, sono state realizzate tre cavità: una completamente costituita da  $\text{MgB}_2$ ; un'altra ibrida con il cilindro esterno di rame e il conduttore interno di  $\text{MgB}_2$ ; una cavità ibrida di lunghezza doppia rispetto alle precedenti. La cavità omogenea è stata utilizzata per studiare il fattore di qualità nello stato superconduttivo e per misurare la resistenza superficiale dell' $\text{MgB}_2$  in funzione della temperatura e della frequenza. La cavità ibrida corta è stata la prima che abbiamo realizzato, avendo avuto a disposizione la prima bacchetta di  $\text{MgB}_2$ . Lo studio di tale cavità ci ha permesso di ricavare le proprietà della bacchetta interna di  $\text{MgB}_2$  (la stessa usata nella cavità omogenea) e di confrontare tali proprietà con quelle ottenute con la cavità omogenea; ciò allo scopo di capire se cilindro e bacchetta hanno le stesse proprietà a mw. La cavità ibrida lunga è stata realizzata soprattutto per lo studio in funzione della frequenza della resistenza superficiale a mw dell' $\text{MgB}_2$ . Essa, infatti, avendo una lunghezza circa doppia rispetto alle altre due, è caratterizzata da uno spettro in frequenza con il doppio dei modi risonanti nello stesso intervallo di frequenze.

I risultati sperimentali sulla resistenza superficiale da noi ottenuti con l'uso delle ca-

vità verranno discussi dapprima qualitativamente nell'ambito del modello a due fluidi. Successivamente, al fine di determinare al meglio le proprietà specifiche dei materiali di  $\text{MgB}_2$  da noi investigati, verrà proposto un modello fenomenologico, che estende il modello a due fluidi per tenere conto della natura a due gap dell' $\text{MgB}_2$ . Mostriamo che i dati sperimentali possono essere giustificati quantitativamente dal modello proposto; in particolare, dal fitting dei risultati sperimentali ricaveremo alcune proprietà specifiche del materiale, quali la lunghezza di penetrazione del campo elettromagnetico e la resistenza superficiale residua.

La tesi si articola in sei capitoli.

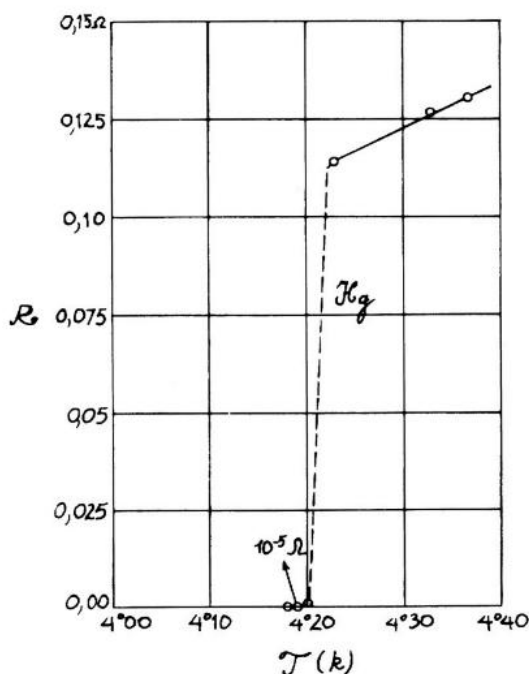
- Nel primo capitolo sono riportate le proprietà principali dei SC e le teorie fenomenologiche e microscopiche, seguendo l'ordine cronologico in cui sono state elaborate. Alla fine del capitolo accenneremo agli effetti della granularità dei campioni superconduttivi non convenzionali.
- Nel Capitolo 2 è discussa la risposta elettromagnetica di metalli e superconduttori, convenzionali e ad alta temperatura critica, nell'ambito delle teorie fenomenologiche.
- Nel Capitolo 3 sono descritte le principali caratteristiche del SC  $\text{MgB}_2$  e gli effetti dei bordi di grano su alcune proprietà. Inoltre, sono descritte brevemente le principali tecniche di preparazione di campioni di  $\text{MgB}_2$ , con particolare attenzione a quelli preparati con la tecnica di Mg-RLL.
- Nel Capitolo 4 sono discusse brevemente le proprietà delle cavità risonanti, con particolare attenzione per le cavità coassiali.
- Nel Capitolo 5 è descritto l'apparato sperimentale e la tecnica di misura utilizzata in questo lavoro di tesi.
- Nella prima parte del Capitolo 6 sono descritte in dettaglio le cavità di  $\text{MgB}_2$  realizzate in questo lavoro di tesi e vengono riportate le loro caratteristiche principali. Nello stesso capitolo, sono riportati e discussi i risultati ottenuti con le cavità e la risposta a mw dell' $\text{MgB}_2$ . I risultati sperimentali sono dapprima confrontati con i risultati attesi dai modelli riportati in letteratura per lo studio dell'impedenza superficiale dei SC. Successivamente, viene proposta un'estensione del modello a due fluidi per tenere in qualche modo conto della natura a due gap dell' $\text{MgB}_2$ .
- Infine, nel capitolo dedicato alle conclusioni è riportato un breve riepilogo dei principali risultati ottenuti e vengono messe in luce le problematiche emerse che necessitano di ulteriore studio.



# Capitolo 1

## Proprietà elettriche e magnetiche dei superconduttori e principali teorie

Le proprietà dei superconduttori (SC), che principalmente li distinguono dai metalli convenzionali, sono essenzialmente due: *la resistività elettrica nulla* e il *diamagnetismo perfetto* [1]. La prima proprietà fu scoperta durante uno studio dell'andamento con la temperatura, a basse temperature, della resistività elettrica DC del mercurio, condotto da Kamerlingh Onnes nel 1911 (Fig. 1.1). Egli misurò la resistenza elettrica di un campione



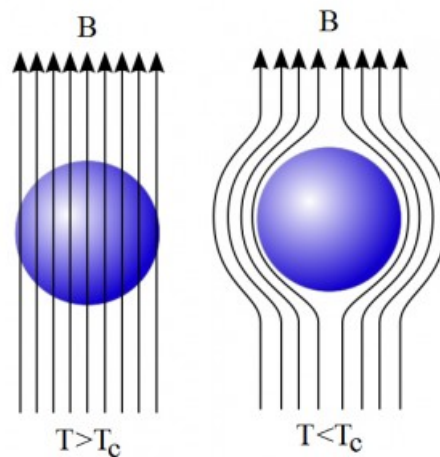
**Figura 1.1:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza elettrica del mercurio, osservata da Kamerling Onnes nel 1911 [2].



di mercurio in funzione della temperatura grazie alla possibilità di liquefare l'elio con un liquefattore realizzato da lui stesso tre anni prima [2]. Grazie a questo apparato sperimentale egli riuscì a raggiungere valori di temperatura minori di 4.2 K, scoprendo che la resistenza elettrica del mercurio andava bruscamente sotto il valore  $10^{-5} \Omega$ , più piccolo della sensibilità dell'apparato sperimentale (vedi Fig. 1.1).

Esperimenti successivi, mirati a misurare il valore della resistività DC dei SC, hanno mostrato sempre che al di sotto di un particolare valore di temperatura, dipendente dallo specifico materiale, il valore della resistività tende bruscamente a valori più piccoli della sensibilità dell'apparato sperimentale. Per dare una stima degli ordini di grandezza, la resistività misurata è  $< 10^{-23} \Omega \cdot m$ , che è  $10^{17}$  volte minore di quella del rame a temperatura ambiente. La temperatura alla quale la resistività va a zero è chiamata *temperatura critica*,  $T_c$ , ed è caratteristica dello specifico superconduttore.

Il diamagnetismo perfetto dei SC fu scoperto nel 1933 da Meissner e Ochsenfeld [3]. Essi osservarono che un superconduttore esposto ad un campo magnetico statico di bassa intensità, se raffreddato al di sotto della sua temperatura critica, espelle totalmente il campo dal suo interno (vedi Fig. 1.2). Meissner e Ochsenfeld si accorsero anche che questo accade se il campo magnetico è minore di un certo valore detto *campo critico*,  $H_c$ , che dipende dallo specifico SC e dalla temperatura.



**Figura 1.2:** L'effetto Meissner mostra che in presenza di un campo magnetico statico di bassa intensità, quando un SC passa dallo stato normale ( $T > T_c$ ) allo stato superconduttivo ( $T \leq T_c$ ) espelle il campo magnetico dal suo interno.

Il diamagnetismo perfetto fu la prova che i SC non sono semplicemente perfetti conduttori di elettricità. Il comportamento di un SC non può essere spiegato partendo dall'evidenza sperimentale che la resistività DC è nulla e applicando semplicemente le equazioni di Maxwell. Infatti, dalla legge di Ohm,  $\vec{E} = \rho \vec{J}$ , si vede che se  $\rho$  va a zero con  $\vec{J}$  finito,

il campo  $\vec{E}$  deve essere nullo; conseguentemente, dalla legge di Faraday, si ha che:

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = -\nabla \times \vec{E} = 0. \quad (1.1)$$

Se le cose funzionassero così, raffreddando un SC immerso in un campo magnetico al di sotto la sua temperatura critica, nel passaggio allo stato superconduttivo il campo all'interno del campione dovrebbe rimanere costante, contro l'osservazione sperimentale dell'effetto Meissner. Da queste considerazioni, i fratelli London, nel 1935, elaborarono una teoria fenomenologica in grado di descrivere le due evidenze sperimentali su menzionate [4].

## 1.1 Teoria di London

### 1.1.1 Modello a due fluidi

I fratelli London basarono la loro teoria sul *modello a due fluidi* di Gorter e Casimir [5], che descrive lo stato superconduttivo supponendo la coesistenza nel SC di due tipi di elettroni: elettroni normali ed elettroni superconduttivi. I primi hanno le stesse proprietà degli elettroni presenti nei normali metalli, quindi obbediscono alla legge di Ohm. I secondi, che non subiscono scattering con i fononi e difetti reticolari, sono invece responsabili delle proprietà superconduttive. Secondo il modello di Gorter e Casimir, l'andamento con la temperatura delle concentrazioni di elettroni normali e superconduttivi,  $n_n$  ed  $n_s$ , è descritto dalla funzione  $w(T) = (T/T_c)^4$ , per  $T \leq T_c$ , che rappresenta una frazione rispetto alla concentrazione totale degli elettroni,  $n$ , secondo le espressioni:

$$n_n = n \left( \frac{T}{T_c} \right)^4, \quad n_s = n \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right]. \quad (1.2)$$

Se applichiamo al superconduttore un campo elettrico,  $\vec{E}$ , le equazioni del moto per i due tipi di elettroni saranno:

$$m \frac{d\vec{v}_n}{dt} + m \frac{\vec{v}_n}{\tau} = -e\vec{E}, \quad (1.3)$$

$$m \frac{d\vec{v}_s}{dt} = -e\vec{E}, \quad (1.4)$$

dove  $m$  e  $-e$  sono la massa e la carica degli elettroni;  $\vec{v}_n$  e  $\vec{v}_s$  sono le velocità degli elettroni normali e superconduttivi; la costante  $\tau$  è il tempo di scattering degli elettroni normali

con il reticolo.

Il termine in più nell'Eq. (1.3), rispetto alla (1.4), è dovuto allo scattering degli elettroni con il reticolo. Se considerassimo di spegnere il campo applicato ( $\vec{E} = 0$ ), la velocità degli elettroni normali decadrebbe con un tempo caratteristico  $\tau$ . Se risolviamo le Eq. (1.3) e (1.4) per  $\vec{v}_n$  e  $\vec{v}_s$ , utilizzando le Eq. (1.2) per le concentrazioni elettroniche possiamo scrivere le densità di corrente dovute a entrambi i fluidi:

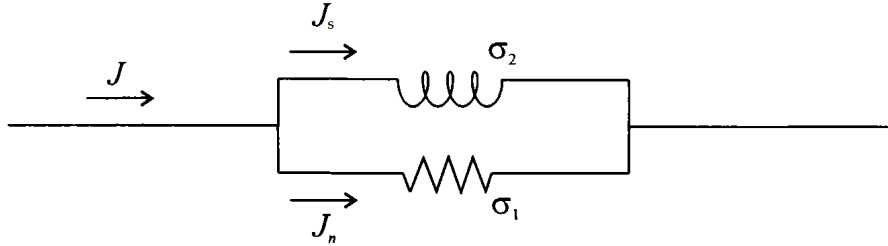
$$\vec{J}_n = -n_n e \vec{v}_n, \quad (1.5)$$

$$\vec{J}_s = -n_s e \vec{v}_s, \quad (1.6)$$

dove  $\vec{J}_s$  è la densità di corrente dovuta agli elettroni superconduttivi e  $\vec{J}_n$  è la densità di corrente dovuta agli elettroni normali.

Le Eq. (1.2) indicano la presenza di elettroni normali anche quando il SC si trova nello stato superconduttivo, per cui la densità di corrente totale  $\vec{J}$  si scriverà:  $\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_n$ .

La presenza di  $\vec{J}_n$  anche nello stato superconduttivo non va contro l'evidenza sperimentale di resistività DC nulla, perché il SC, come mostrato in Fig. 1.3, si può descrivere come un circuito *RL parallelo*, dove la parte resistiva è dovuta a  $\vec{J}_n$ , mentre la parte puramente induttiva è dovuta a  $\vec{J}_s$ . Quando la corrente è costante, l'induttanza diventa un cortocircuito e la corrente attraversa la parte puramente induttiva; in questo modo, la corrente è trasportata solo dagli elettroni superconduttivi che non sono soggetti a dissipazione, mostrando l'effetto di resistività DC nulla osservato sperimentalmente.



**Figura 1.3:** Circuito equivalente di un campione di superconduttore in cui è schematizzata la conducibilità complessa [6].

Se invece il campo elettrico applicato è oscillante del tipo  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ , bisogna considerare entrambi i contributi delle densità di corrente. Risolvendo la (1.3) e la (1.4) e sostituendo le due velocità nelle espressioni (1.5) e (1.6), otteniamo:

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_s = (\sigma_1 - i\sigma_2)\vec{E}, \quad (1.7)$$

dove  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  sono rispettivamente date da

$$\sigma_1 = \frac{n_n e^2 \tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)}, \quad (1.8)$$

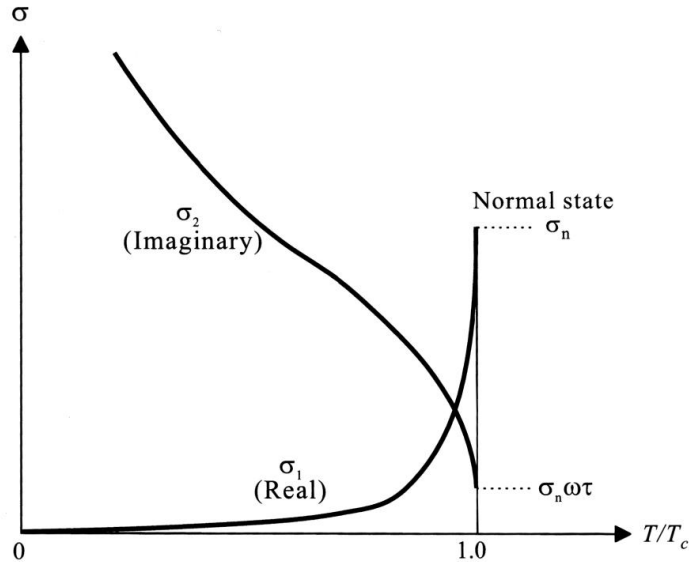
$$\sigma_2 = \frac{n_s e^2}{\omega m} + \frac{\omega n_n e^2 \tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)}. \quad (1.9)$$

L'andamento con la temperatura delle componenti della conducibilità di Eq. (1.8) e (1.9) è mostrato in Fig. 1.4. La parte reale rappresenta la conducibilità associata agli elettroni normali e dipende solo da questi, mentre la parte puramente immaginaria ha il contributo di entrambi i fluidi. Nella maggior parte dei casi,  $\omega\tau \ll 1$  (tipicamente per  $f < 10^{11}$  Hz) e la conducibilità può essere approssimata nella seguente forma effettiva

$$\tilde{\sigma}_{eff} = \sigma_n \frac{n_n}{n} - i \frac{n_s e^2}{\omega m}, \quad (1.10)$$

dove  $\sigma_n = ne^2\tau/m$  è la conducibilità di un normale metallo.

Usando le Eq. (1.2), è possibile determinare gli andamenti in funzione della temperatura della parte reale e immaginaria della conducibilità mostrati in Fig. 1.4. Se  $T < T_c$  e la frequenza è sufficientemente bassa,  $\sigma_2 \gg \sigma_1$ , quindi è possibile considerare solo il contributo degli elettroni superconduttivi  $\vec{J}_s$  come si è fatto sopra.



**Figura 1.4:** Parte reale e immaginaria della conducibilità in funzione della temperatura [7].

### 1.1.2 Equazioni di London

Considerando solo il contributo degli elettroni superconduttivi e combinando le Eq. (1.4) e (1.6), otteniamo:

$$\Lambda \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = \vec{E}, \quad (1.11)$$

dove la costante  $\Lambda = m/n_s e^2$  è il *parametro di London*.

L'Eq. (1.11) è la *prima equazione di London*. Dall'espressione (1.11) si nota che se il campo esterno viene spento la densità di corrente superconduttiva rimane costante, contrariamente a quanto succede in un metallo in cui decade esponenzialmente col tempo caratteristico  $\tau$ . Applicando il rotore alla (1.11), otteniamo

$$\Lambda \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{J}_s) = \nabla \times \vec{E} \quad (1.12)$$

e usando la legge di Faraday

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad (1.13)$$

dove  $\vec{h}$  è la densità di flusso magnetico locale, otteniamo la seguente relazione

$$\Lambda \nabla \times \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}. \quad (1.14)$$

L'ipotesi fatta dai fratelli London consiste nel porre a zero la costante di integrazione rispetto al tempo della (1.14); in questo modo, sapendo che  $\vec{h} = \nabla \times \vec{A}$ , dove  $\vec{A}$  è il potenziale vettore, si ottiene

$$\vec{J}_s = -\frac{\mu_0}{\Lambda} \vec{A}. \quad (1.15)$$

La (1.15) è la *seconda equazione di London* ed è corretta a meno di un termine dato dalla divergenza di  $\vec{A}$ . Essa è esatta se si pongono  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$  (*Gauge di London*) e  $\vec{A} \cdot \hat{n} = 0$ , dove  $\hat{n}$  è un vettore normale alla superficie del SC. Le due condizioni equivalgono rispettivamente all'assenza di sorgenti per le supercorrenti e all'ipotesi che le correnti non passino attraverso i contorni del SC. Con le due equazioni di London è possibile descrivere le proprietà fondamentali dei SC, facendo delle opportune ipotesi:

- temperatura minore e lontana dalla temperatura critica.
- campo magnetico applicato minore di  $H_c$ .

### 1.1.3 Effetto Meissner

Una semplice applicazione delle equazioni di London permette di ricavare l'andamento di un campo magnetico statico all'interno del SC e di spiegare quindi l'effetto Meissner. Supponiamo di avere una lastra di SC infinita che si estende per  $x \geq 0$ , a cui applichiamo un campo  $\vec{H}_0$  orientato lungo l'asse  $z$  parallelamente alla superficie del SC. Dato che la frequenza del campo è nulla, possiamo considerare solo  $\vec{J}_s$  e usare quindi le equazioni di London. Combinando la seconda equazione di London (1.15) con l'equazione di Maxwell  $\nabla \times \vec{h} = \vec{J}_s$ , otteniamo

$$\nabla \times \nabla \times \vec{h} = -\frac{\mu_0}{\Lambda} \vec{h}; \quad (1.16)$$

come è noto  $\nabla \cdot \vec{h} = 0$ , per cui la (1.16) diventa

$$\nabla^2 \vec{h} = \frac{\vec{h}}{\lambda^2}, \quad (1.17)$$

dove  $\lambda = \sqrt{\Lambda/\mu_0}$  è detta *lunghezza di penetrazione di London*.

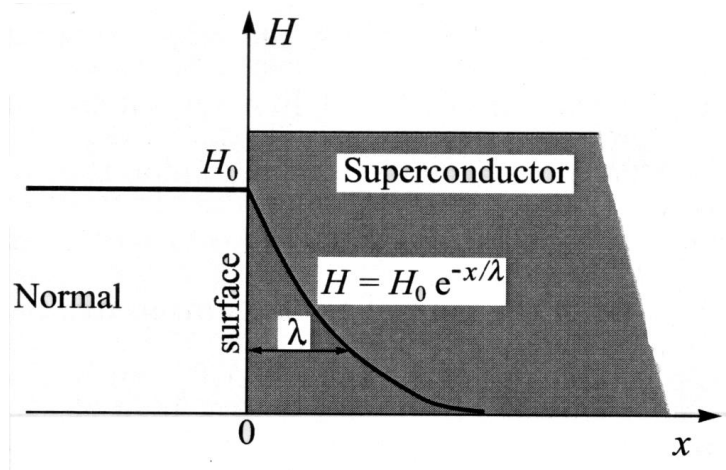
Tenendo conto della simmetria planare del sistema, una soluzione dell'Eq. (1.17), che soddisfa le condizioni al contorno di campo nullo all'interno del SC e  $\vec{H} = \vec{H}_0$  fuori, sarà

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{-x/\lambda}. \quad (1.18)$$

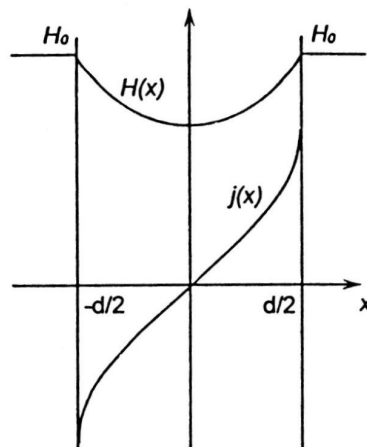
Una soluzione analoga si può ricavare per  $\vec{A}$  e per  $\vec{J}_s$ . Questo risultato è mostrato in Fig. 1.5, in cui è messo in evidenza che l'effetto Meissner è possibile se il campo magnetico riesce a penetrare almeno in un sottile strato di SC. Così facendo, si ha una densità di corrente finita, distribuita in una regione con un'estensione dell'ordine della lunghezza di penetrazione di London ( $\sim 100$  nm), che cancella il flusso magnetico all'interno del SC.

Se il campione ha dimensioni paragonabili alla lunghezza di penetrazione del campo magnetico (ad esempio film), la soluzione ricavata per il campo magnetico dipende anche dallo spessore del campione perché potrebbero esserci zone con il campo che penetra interamente all'interno del SC, come mostrato in Fig. 1.6. In figura è mostrata una lastra infinita di spessore dell'ordine di  $\lambda$  con il campo che riesce a penetrare interamente al suo interno. L'andamento del campo in funzione della profondità del campione è certamente diverso da quello dell'Eq. (1.18). Lo stesso può accadere se il campione è a temperature vicine a  $T_c$ . Infatti, la lunghezza di penetrazione è data da

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Lambda}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{m}{n_s e^2 \mu_0}} \quad (1.19)$$



**Figura 1.5:** Penetrazione del campo magnetico all'interno di un superconduttore con campo applicato parallelamente alla superficie [8].

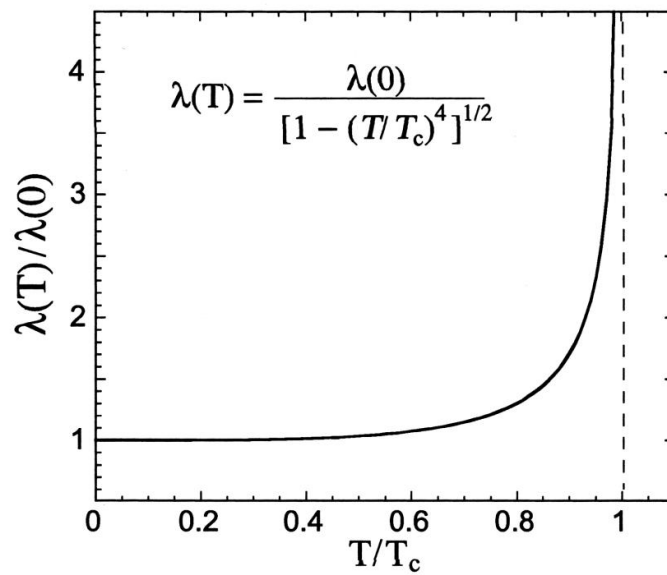


**Figura 1.6:** Penetrazione del campo magnetico all'interno di una lastra sottile di SC, di spessore  $d \sim \lambda$ , con campo applicato parallelamente alla superficie [1].

ed è legata alla densità di elettroni superconduttivi  $n_s$ , che dipende dalla temperatura secondo il modello di Gorter e Casimir. Trasferendo tale dipendenza alla lunghezza di penetrazione si ha

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}}. \quad (1.20)$$

Dalla Fig. 1.7 si può vedere come  $\lambda_L$  cresce molto rapidamente vicino  $T_c$ . Ovviamente, il limite massimo di tale crescita è definito dalle dimensioni del campione SC.



**Figura 1.7:** Lunghezza di penetrazione in funzione della temperatura.  $\lambda(0)$  è il valore della lunghezza di penetrazione a 0 K [8].

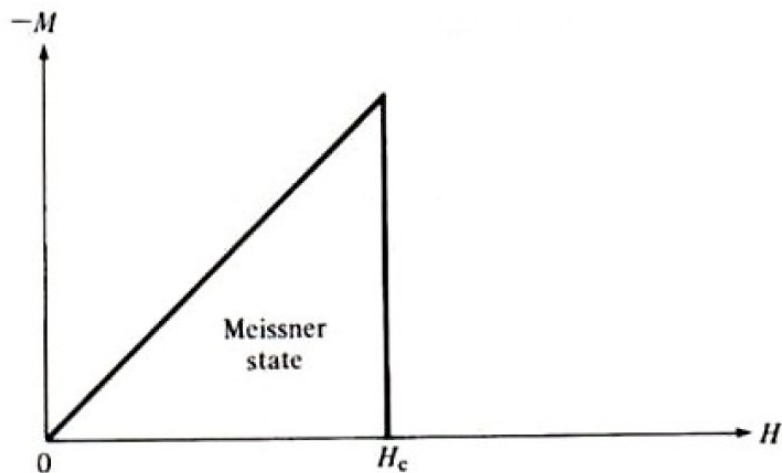
## 1.2 Superconduttori di I tipo e II tipo

I superconduttori, a seconda delle loro proprietà magnetiche, possono essere distinti in due classi: SC di I tipo e SC di II tipo. I SC di I tipo, per  $T < T_c$ , se sottoposti a un campo esterno  $H_0$  minore del campo magnetico critico  $H_c$  si trovano nello stato Meissner ( $B = 0$  all'interno del campione), conseguentemente la magnetizzazione sarà:  $M = -H_0$ . Invece per  $H_0 > H_c$  il SC passa allo stato normale con  $B \approx H_0$  ed  $M \approx 0$ <sup>1</sup>. I SC di II tipo sono caratterizzati invece da due *campi magnetici critici*, chiamati rispettivamente  $H_{c1}$  (il più basso) e  $H_{c2}$  (il più alto). Per  $H_0 < H_{c1}$ , il campione si trova nello stato Meissner e si comporta esattamente come un SC di I tipo; mentre per  $H_{c1} < H_0 < H_{c2}$ , il campione si trova nel cosiddetto *stato misto*. In questo stato, avviene una parziale espulsione del campo magnetico dentro il campione con  $B \neq 0$  e, a differenza dei SC di I tipo,  $B < H_0$ . Il campo dentro il campione coincide con quello applicato non appena  $H_0 \geq H_{c2}$ , condizione che porta il SC allo stato normale. In Fig. 1.8 e Fig. 1.9 sono mostrati rispettivamente gli andamenti della magnetizzazione di due campioni di SC ideali cilindrici, uno di I tipo e l'altro di II tipo, disposti con il loro asse parallelo al campo applicato.

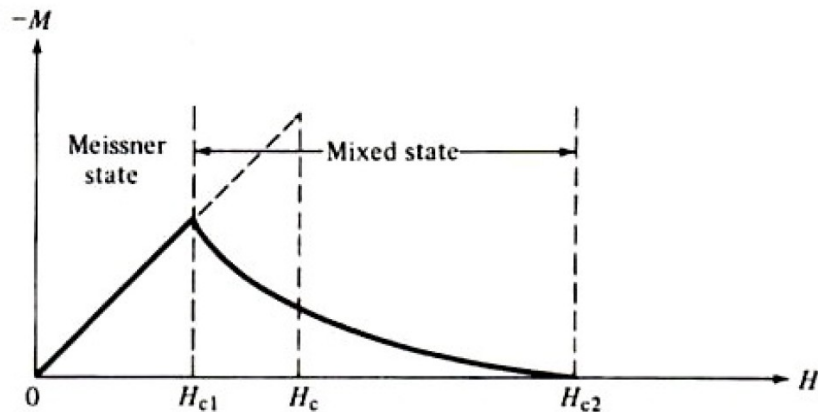
Nello stato misto, il flusso di  $B$  è quantizzato all'interno del campione. Il quanto di flusso, detto *flussone*, vale  $\phi_0 = 2.07 \times 10^{-7}$  Gauss  $\cdot$  cm<sup>2</sup> [1]. Nel SC si formano quindi zone normali, in cui penetra il campo, coesistenti con quelle superconduttive. Le

<sup>1</sup>Ciò è vero perché i SC al di sopra di  $T_c$  hanno una suscettività magnetica molto piccola.





**Figura 1.8:** Andamento della magnetizzazione per un campione cilindrico di SC di I tipo esposto a un campo magnetico parallelo all'asse del cilindro.

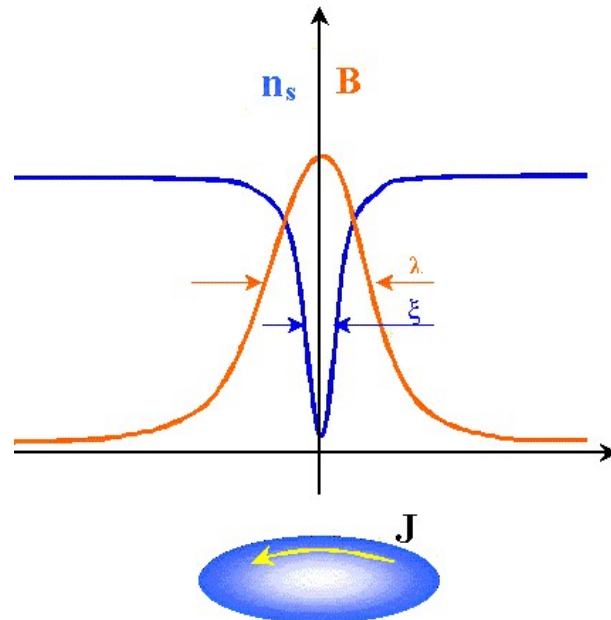


**Figura 1.9:** Andamento della magnetizzazione per un campione cilindrico di SC di II tipo esposto a un campo magnetico parallelo all'asse del cilindro.

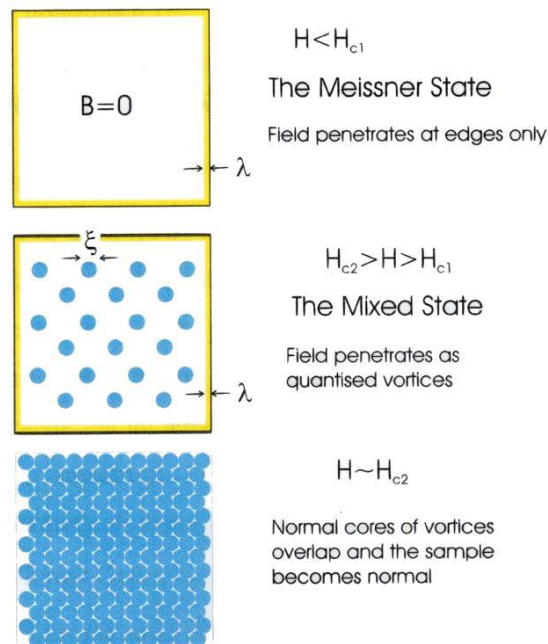
regioni normali hanno la forma di un cilindro, detto *core*, con un raggio dell'ordine della lunghezza di coerenza,  $\xi$ , e asse parallelo al campo applicato<sup>2</sup>. Ogni core è circondato da vortici di correnti superconduttive, che circolano nella regione superconduttiva confinante e si estendono in uno strato di materiale di spessore uguale alla lunghezza di penetrazione  $\lambda$ . In Fig. 1.10 è mostrata la sezione di un flussone; in figura è mostrato anche l'andamento della densità di elettroni superconduttivi e del campo magnetico locale in prossimità del flussone; invece in Fig. 1.11 è rappresentato il passaggio del SC dallo stato superconduttivo a quello normale al variare del campo applicato, considerando il SC senza difetti o con difetti più piccoli di  $\xi$ . In questo caso, i flussoni si distribuiscono uniformemente nel SC a causa dell'interazione repulsiva fra i vortici di corrente; Abrikosov, nel 1957, ha

<sup>2</sup>Il significato fisico di  $\xi$  sarà chiarito in seguito.

sviluppato una teoria che prevede l'esistenza dei flussoni, mostrando che la condizione di energia minima si ha quando questi si dispongono in un reticolo triangolare. Aumentando il campo applicato, la concentrazione dei flussoni aumenta fino a quando, appena  $H \geq H_{c2}$ , i core dei vortici coprono interamente il volume del SC causando il passaggio del SC allo stato normale.

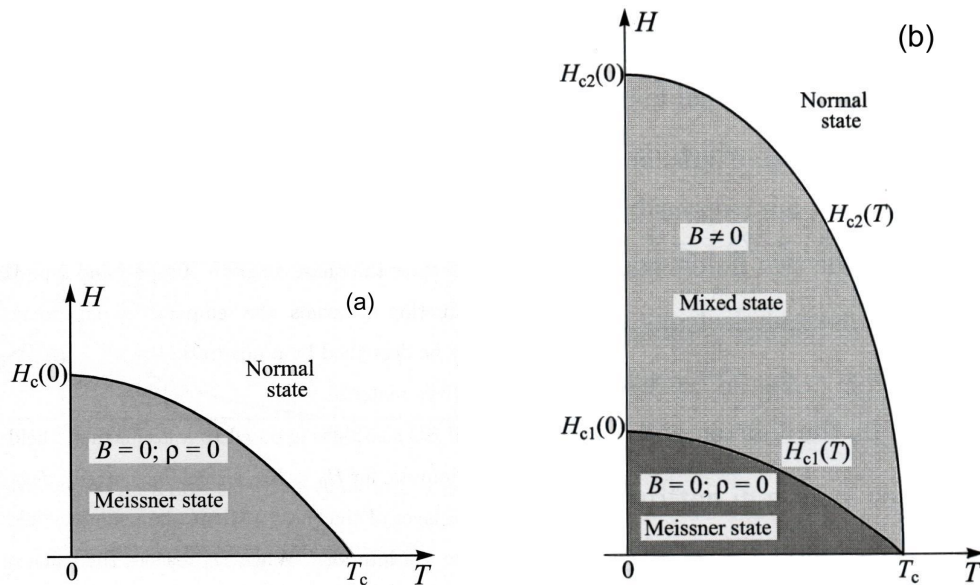


**Figura 1.10:** Variazione radiale della densità di elettroni superconduttivi,  $n_s$ , e del campo magnetico  $B$  in corrispondenza di un flussone.



**Figura 1.11:** Configurazione magnetica schematica di un SC di II tipo a vari campi magnetici applicati.

Entrambi i campi critici dipendono dalla temperatura, seguendo approssimativamente una legge quadratica del tipo  $H_c(T) = H_{c0}[1 - (T/T_c)^2]$ , come mostrato in Fig. 1.12 (a) e (b). I valori dei campi critici  $H_{c1}$  e  $H_{c2}$  dipendono molto dal SC. Nei SC di I tipo, il campo critico è dell'ordine delle centinaia di G, come  $H_{c1}$  nei SC di II tipo; invece  $H_{c2}$  spazia un range che va dalle migliaia di G per i SC con  $T_c \lesssim 30$  K, fino a  $10^6$  G per quelli con  $T_c \gtrsim 30$  K. Per alcuni SC, a causa dell'anisotropia del reticolo cristallino i due campi critici, ma soprattutto  $H_{c2}$ , possono cambiare a seconda delle diverse orientazioni del campo applicato rispetto agli assi di simmetria del reticolo.



**Figura 1.12:** Andamento dei campi magnetici critici nei SC di I tipo (a) e II tipo (b) in funzione della temperatura [8].

### 1.3 Interpretazione di London dei flussoni

Una semplice interpretazione sull'origine dei flussoni può essere fatta utilizzando la teoria di London [5]. Pensiamo al vortice di supercorrenti che si muove attorno al core del flussone e consideriamo la regione del core come un buco nel SC. Dato che le correnti superconduttive si muovono senza resistenza in qualunque contorno del SC che include questa regione, è naturale assumere che il moto degli elettroni superconduttivi obbedisca alle stesse leggi di quantizzazione a cui sono soggetti gli elettroni nell'orbita di un atomo. Nel modello di Bohr-Sommerfeld, la regola di quantizzazione a cui devono obbedire gli

elettroni superconduttivi è

$$\oint \vec{p} \cdot d\vec{l} = nh, \quad (1.21)$$

dove  $\vec{p} = m\vec{v}_s + e\vec{A}$  è il momento generalizzato di una particella carica in presenza di un campo magnetico,  $h$  è la costante di Plank,  $n$  è un numero naturale.

È importante sottolineare che l'integrale (1.21) non dipende dal percorso seguito dall'elettrone. Il momento  $\vec{p}$  è riferito agli elettroni superconduttivi, per cui può essere riscritto utilizzando la (1.6) nel seguente modo

$$\vec{p} = e(\mu_0\lambda^2\vec{J}_s + \vec{A}), \quad (1.22)$$

Sostituendo questa equazione nell'integrale di linea (1.21), otteniamo

$$\oint \mu_0\lambda^2\vec{J}_s \cdot d\vec{l} + \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = n\frac{h}{e}. \quad (1.23)$$

L'integrale del potenziale vettore  $\vec{A}$ , tenendo presente che  $\vec{h} = \nabla \times \vec{A}$ , si può sostituire facilmente con un integrale di superficie del campo magnetico usando il teorema di Stokes. Il risultato dell'integrale è proprio il flusso  $\Phi$  del campo magnetico attraverso la superficie che ha come contorno l'orbita dell'elettrone

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int \vec{h} \cdot d\vec{S} = \Phi; \quad (1.24)$$

con questa sostituzione, la (1.23) diventa

$$\oint \mu_0\lambda^2\vec{J}_s \cdot d\vec{l} + \Phi = n\frac{h}{e}. \quad (1.25)$$

Se la circuitazione è presa ad una distanza dal core maggiore di  $\lambda$ , l'integrale dell'Eq. (1.25) può essere trascurato perché  $\vec{J}_s$  va a zero in accordo con la (1.18). L'equazione così ottenuta è

$$\Phi = n\frac{h}{e} = n\phi_0, \quad (1.26)$$

dove  $\phi_0$  è il flussone di London.

Tuttavia, se si calcola il valore del flussone secondo London, si scopre che si discosta da quello misurato sperimentalmente. Un esperimento per verificare questa teoria fu fatto nel 1961 da Deaver e Fayrbank [9], utilizzando un tubo cavo di superconduttore su cui

circolavano correnti. Il risultato fu che il valore del flusso magnetico attraverso l'area della sezione trasversale del tubo cambiava con un andamento a gradini. Il quanto di flusso misurato in questo esperimento corrispondeva alla metà di quello calcolato da London. Il motivo di questa discrepanza è chiarito dalla teoria microscopica BCS [10], secondo la quale la corrente superconduttiva è dovuta a coppie di elettroni legati dette *coppie di Cooper*, per cui nell'Eq. (1.26) la carica da considerare è la carica di una coppia di elettroni ( $2e$ ). Scrivendo  $\phi_0 = h/2e$  si ottiene esattamente il valore misurato di circa  $2.07 \times 10^{-7}$  Gauss  $\cdot$  cm<sup>2</sup>.

## 1.4 Teoria microscopica BCS

La prima formulazione di una teoria microscopica della superconduttività, nota come teoria BCS, fu proposta nel 1957 da Bardeen, Cooper e Schriffer [10]. Alcune delle evidenze sperimentali che portarono all'elaborazione della teoria BCS sono qui sotto elencate [11].

1. La presenza di un gap nello spettro di energia degli elettroni dell'ordine di  $10^{-4}$  eV.
2. Un andamento esponenziale con la temperatura del calore specifico elettronico nello stato superconduttivo.
3. Una dipendenza di  $T_c$  dalla massa isotopica (effetto isotopico).

La presenza di un gap nello spettro di energia degli elettroni nel SC è messa in luce dal fatto che i SC, a differenza di un normale metallo, non riflettono la radiazione incidente a qualunque frequenza; anzi, si riscontra che essi sono praticamente trasparenti fino a frequenze dell'ordine delle microonde [1, 11].

Un altro esperimento che fece ipotizzare la presenza di un gap è l'andamento con la temperatura del calore specifico. Dai risultati sperimentali si osserva che la dipendenza dalla temperatura del calore specifico nello stato superconduttivo è differente da quella osservata nello stato normale. Come si vede nelle equazioni riportate sotto,

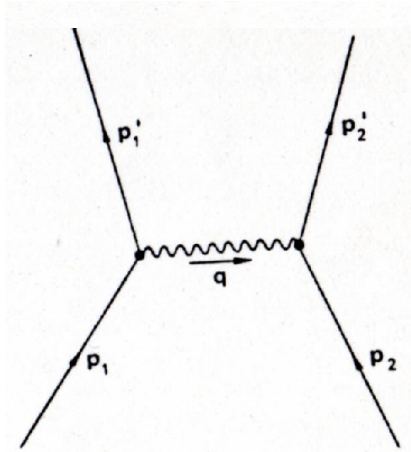
Stato superconduttivo	Stato normale
$C_s = A\left(\frac{T}{\vartheta}\right)^3 + ae^{-b/kT}$	$C_s = A\left(\frac{T}{\vartheta}\right)^3 + \gamma T$

il contributo al calore specifico dovuto al reticolo (primo termine) non cambia nella transizione alla fase superconduttiva, invece cambia il termine dovuto agli elettroni di conduzione, che diventa esponenziale. Tale risultato indica, da un canto, che durante la

transizione il reticolo non subisce cambiamenti; dall'altro canto, il secondo termine conferma la possibilità della formazione di un gap di energia nello stato superconduttivo. Infatti, un andamento esponenziale del calore specifico è tipico di un sistema a due livelli.

Misure di  $T_c$  in campioni di SC con isotopi differenti hanno mostrato una dipendenza del tipo  $T_c M^\alpha = \text{cost}$ , evidenziando il fatto che pur non mostrando cambiamenti durante la transizione (come mostrato dai risultati del calore specifico), il reticolo cristallino deve avere un ruolo cruciale nei meccanismi microscopici che determinano la superconduttività. Inoltre, il parametro  $\alpha$ , che è circa 0.5 (nei SC convenzionali), suggerisce che la superconduttività sia legata proprio alle vibrazioni reticolari che hanno la stessa dipendenza di  $T_c$  dalla massa reticolare.

In un metallo l'onda elettronica viene continuamente scatterata dal reticolo, come un'onda elettromagnetica viene scatterata in un mezzo con un indice di rifrazione disomogeneo, a causa delle vibrazioni termiche e delle imperfezioni reticolari [12]. Durante ogni processo di scattering, in una descrizione quantistica avviene la creazione o l'assorbimento di un fonone da parte dell'elettrone. Frohlich, nel 1950, aveva mostrato che l'interazione elettrone-fonone è in grado di accoppiare due elettroni in modo tale che essi si comportino come se vi fosse un'interazione diretta tra loro [5]. Secondo Frohlich, l'interazione è un processo in cui un elettrone emette un fonone che viene subito assorbito da un altro elettrone, come schematizzato in Fig. 1.13. Sulla base di ciò, con una trattazione



**Figura 1.13:** Diagramma di Feynman che descrive l'interazione elettrone-elettrone mediata da un fonone [11].

quantistica dettagliata, egli mostrò che se nel processo la differenza tra l'energia iniziale e quella finale dell'elettrone è minore dell'energia del fonone,  $\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{p_1'} < h\nu_q$ , il complesso dei processi di assorbimento e di emissione del fonone risulta in una debole interazione attrattiva tra i due elettroni<sup>3</sup>. In termini classici, un elettrone di conduzione nello stato

<sup>3</sup> $\nu_q$  è circa metà della frequenza di Debye.

$\vec{p}_1$  che passa attraverso il reticolo perturba gli ioni positivi nel suo intorno, attraendoli debolmente e facendoli avvicinare fra loro. In questo modo, l'elettrone passa allo stato  $\vec{p}_1'$ , e nel reticolo si genera una regione a maggior densità di carica positiva che attrae un secondo elettrone; cioè, si genera un debole potenziale attrattivo a corto raggio.

Sulla base dei risultati di Frohlich, Bardeen, Cooper e Schrieffer mostrarono che grazie a questa interazione attrattiva, gli elettroni in prossimità della superficie di Fermi scatterano continuamente, occupando sempre stati con momenti dentro un guscio sferico intorno alla superficie di Fermi di spessore  $\Delta p = m\hbar v_q/p_F$ . Gli elettroni a coppia con spin e momento opposti si portano in uno stato di minima energia, formando una coppia stabile, la *coppia di Cooper*, descritta dalla seguente funzione d'onda

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_i a_i \varphi(\vec{p}_i \uparrow) \varphi(-\vec{p}_i \downarrow). \quad (1.27)$$

Essendo particelle composte con spin totale nullo, le coppie seguono la statistica di Bose; per questo motivo, al di sotto della temperatura critica, condensano nello stesso livello energetico portando il sistema nello *stato ground* superconduttivo.

Contrariamente a quanto si può pensare, non tutti gli elettroni nel SC formano coppie di Cooper. Infatti, se ipotizziamo che il numero delle coppie tende ad aumentare, per il principio di esclusione di Pauli diminuisce il numero di stati  $(\vec{p}_i \uparrow, -\vec{p}_i \downarrow)$  occupabili da una coppia, quindi si ridurrà il numero di eventi di scattering che nella teoria è proporzionale all'energia potenziale negativa responsabile della formazione delle coppie. Si arriverà, perciò, a un numero di coppie massimo  $n_s/2 < n/2$ , per cui l'energia potenziale non è più sufficiente a creare nuove coppie di Cooper. Perciò, la teoria BCS giustifica l'assunzione empirica fatta da Gorter e Casimir che prevede la presenza di elettroni normali anche nello stato superconduttivo.

### 1.4.1 Risultati della teoria BCS

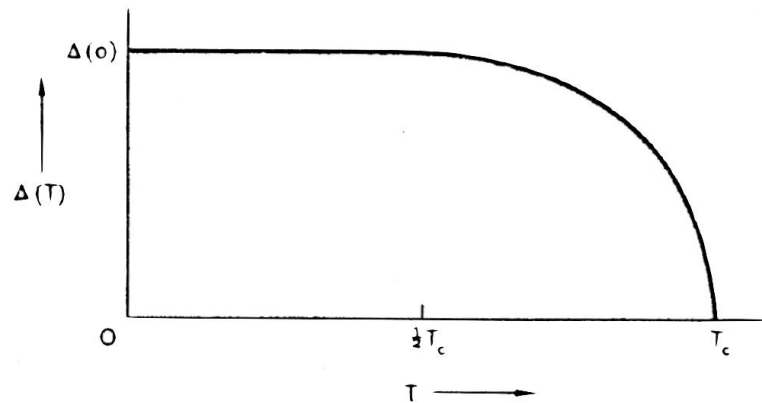
In assenza di campi esterni le coppie di Cooper hanno un momento  $\vec{p}$  costantemente nullo; se forniamo un momento per esempio con un campo elettrico, le coppie continueranno a esistere perché semplicemente si sposterà l'intera sfera di Fermi che adesso avrà centro in  $\vec{p} \neq 0$ . In questo caso, il numero di stati disponibili rimane lo stesso, ma la coppia avrà un momento totale costante uguale a  $\vec{p}$ . Non essendoci eventi di scattering capaci di deviare il flusso degli elettroni dalla direzione del campo applicato, questi si muoveranno nel SC senza alcuna resistenza. Ovviamente questo risultato è vero fino a quando l'energia fornita alla coppia non è tale da rompere il legame fra i due elettroni, che avviene quando si raggiunge una corrente critica  $\vec{J}_c$ , causando una perdita delle proprietà superconduttive.

Se si cerca di aumentare l'energia delle coppie semplicemente aumentando i momenti dei due elettroni e rispettando allo stesso tempo la condizione di momento totale nullo, a un certo punto i momenti uscirebbero entrambi dal guscio sferico causando la rottura della coppia. Il valore di energia in cui questo accade è il gap di energia. L'espressione del gap di energia previsto dalla teoria BCS è la seguente

$$E_G(0) = 4h\nu_q \exp\{-[N(\varepsilon_F)V]^{-1}\}, \quad (1.28)$$

dove  $N(\varepsilon_F)$  è la densità di stati degli elettroni alla superficie di Fermi di un metallo normale a 0 K, e  $-V$  è l'energia potenziale negativa corrispondente allo scattering dovuto all'interazione fra i due elettroni.

Come si può vedere in Fig. 1.14, il gap diminuisce all'aumentare della temperatura. Il motivo di tale comportamento sta nel fatto che aumentando la temperatura, per agitazione termica, alcune coppie cominciano a rompersi, portando gli elettroni che ne facevano parte in uno stato di quasi-particella con momenti  $(\vec{p}_i \uparrow, \vec{p}_j \uparrow)$  e lasciando vuoti gli stati con momenti  $(-\vec{p}_i \downarrow, -\vec{p}_j \downarrow)$ . Questo causerà una diminuzione degli stati disponibili alle coppie rimaste e quindi una riduzione dell'energia di interazione delle coppie e una diminuzione dell'ampiezza del gap di energia.



**Figura 1.14:** Variazione del gap con la temperatura [11].

La teoria mostra anche che la temperatura critica è legata al gap di energia allo zero assoluto dalla seguente relazione

$$E_G(0) = 2\Delta(0) = 3.5kT_c; \quad (1.29)$$

la (1.29) è valida per i SC convenzionali, per i SC ad alta  $T_c$  il fattore numerico dipende



molto dal SC in esame. Usando la (1.29) con la (1.28) otteniamo

$$3.5kT_c = 4h\nu_q \exp\{-[N(\varepsilon_F)V]^{-1}\}. \quad (1.30)$$

Poiché  $\nu_q$  è proporzionale a  $1/\sqrt{M}$ , dove  $M$  è la massa isotopica, questa relazione giustifica l'effetto isotopico.

### 1.4.2 Lunghezza di coerenza

Pippard, nel 1953, aveva ipotizzato una correlazione fra elettroni superconduttivi con una coerenza di fase a distanze dell'ordine di  $\xi$  [7] per giustificare alcuni risultati sperimentali ottenuti in leghe di indio e stagno a diverse concentrazioni di impurezze, che non potevano essere spiegate con la teoria di London. Secondo Pippard, la  $\xi$  dipende dal cammino libero medio degli elettroni,  $\ell$ , secondo una legge empirica,  $1/\xi(\ell) = 1/\xi_0 + 1/\ell$ . La teoria BCS prevede l'esistenza di una lunghezza di correlazione  $\xi$ , dimostrando che il pacchetto d'onda  $\psi$ , di una coppia di Cooper ha estensione spaziale dell'ordine di  $\xi$ .

Nell'ambito della teoria BCS, se si calcola la probabilità di trovare un elettrone con momento  $\vec{p}$  e spin *up* in un elemento di volume  $dV_1$  a distanza  $r$  da un elemento di volume  $dV_2$  che contiene un elettrone con momento  $-\vec{p}$  e spin *down*, si trova che tale probabilità è maggiore se i due elettroni stanno a distanza  $\lesssim \xi$ .

Il valore previsto dalla teoria BCS della lunghezza di coerenza intrinseca, in un SC puro, è dato da

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta} = 0.18 \frac{\hbar v_F}{kT_c}. \quad (1.31)$$

Tale risultato è in buon accordo con la stima fatta in maniera empirica da Faber e Pippard, a cui resta il merito di aver intuito, prima dell'elaborazione della teoria microscopica, l'esistenza della lunghezza di coerenza.

Un evidenza sperimentale della lunghezza di coerenza è data dal fatto che la concentrazione di elettroni non può andare bruscamente a zero all'interfaccia tra un SC e un normale metallo, ma varia significativamente solo per distanze dell'ordine di  $\xi$  ( $\approx 10^{-4}$  cm nei SC convenzionali), dando l'idea di un'alta correlazione che coinvolge un grande numero di elettroni [1, 11].

## 1.5 Effetti Josephson

Nel 1962, Josephson pubblicò un articolo teorico in cui prevedeva l'esistenza di supercorrenti per effetto tunnel, tra due SC separati da un sottile strato di materiale isolante, quindi debolmente accoppiati [13]. Configurazioni sperimentali di questo tipo vengono chiamate *giunzioni Josephson*. Josephson ha calcolato la curva caratteristica corrente-tensione ( $I - V$ ) prevedendo due effetti fisici peculiari: il primo in corrente continua (effetto Josephson DC), e il secondo in corrente alternata (effetto Josephson AC). Il primo consiste nel passaggio di supercorrente DC attraverso la giunzione in assenza di tensione ai suoi capi. Il secondo prevede il passaggio di supercorrente alternata in presenza di una differenza di potenziale non nulla e costante. Un anno dopo l'articolo di Josephson, Rowell e Shapiro confermano le sue predizioni, verificando sperimentalmente i due effetti [14, 15]. Se consideriamo due SC identici alla stessa temperatura, essi saranno descritti mediante la funzione d'onda macroscopica delle coppie del tipo

$$\Psi = \sqrt{\varrho} e^{i\varphi}, \quad (1.32)$$

dove  $\varrho = |\Psi|^2$  rappresenta la densità delle coppie di Cooper e  $\varphi$  la fase.

Se i due SC sono isolati, essendo identici, le due funzioni d'onda avranno la stessa ampiezza, ma la fase sarà totalmente indeterminata. Se invece i due SC sono posti in contatto, formando una giunzione Josephson, c'è una parziale sovrapposizione delle due funzioni d'onda macroscopiche  $\Psi$ , realizzando così un accoppiamento debole tra i due SC. Questo comporta un'interferenza delle due funzioni d'onda delle coppie che genera una correlazione di fase tra i due superconduttori, che consente il passaggio delle coppie di Cooper da un superconduttore all'altro attraverso la barriera. In tal modo si ha quindi la possibilità del fluire di una supercorrente tra i due superconduttori, funzione della differenza di fase  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ . Il sistema (giunzione) dei due superconduttori accoppiati si comporta, in una certa misura, come un unico superconduttore. Condizione necessaria per avere accoppiamento debole, essendo dovuto all'effetto tunnel, è che lo spessore della giunzione sia dell'ordine dell'estensione spaziale delle coppie di Cooper, cioè della lunghezza di coerenza  $\xi$ .

Nel suo articolo Josephson, ricavò le seguenti relazioni nell'ipotesi che i due SC che costituiscono la giunzione sono uguali

$$I_S = I_{cj} \sin \varphi \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V, \quad (1.33)$$

dove  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  è la differenza di fase delle funzioni d'onda delle coppie nei due SC

che costituiscono la giunzione,  $I_S$  è la supercorrente che attraversa la giunzione e  $I_{cj}$  è la *corrente critica Josephson*, ovvero la massima corrente che può attraversare la giunzione senza che vi sia dissipazione.

Nel caso di effetto Josephson DC, si ha  $V = 0$  e dall'Eq. (1.33) si ottiene  $\varphi = \varphi_0 = \text{cost}$ ; quindi, la supercorrente che attraversa la giunzione è data da

$$I_S = I_{cj} \sin \varphi_0, \quad (1.34)$$

dove  $I_{cj}$  dipende dal tipo di giunzione, dall'intensità di un eventuale campo magnetico applicato e dalla temperatura.

Nel caso di effetto Josephson AC, una tensione costante  $V$  applicata alla giunzione produce una differenza di fase  $\varphi = \varphi_0 + 2eVt/\hbar$ ; la supercorrente può essere scritta come

$$I_S = I_{cj} \sin(2\pi\nu_j t + \varphi_0), \quad (1.35)$$

dove  $\nu_j = 2eV/\hbar$  è detta *frequenza Josephson* e  $\varphi_0$  è la differenza di fase delle funzioni d'onda delle coppie in assenza di tensione applicata; per valori di tensione dell'ordine dei  $\mu\text{V}$ , la frequenza  $\nu_j$  cade nel range delle microonde.

Gli stessi effetti si possono ottenere in tutti quei casi in cui le funzioni d'onda  $\Psi$  delle coppie interferiscono tra loro. Alcuni esempi di configurazioni in cui questo avviene sono riportati in Fig. 1.15.

Tali configurazioni, dette *weak link*, in certe condizioni, possono creare una regione di superconduttività debole, in cui la supercorrente critica che può circolare è minore di quella che si avrebbe se gli stessi SC non fossero a contatto. Il tipico weak link che si trova negli HTS è mostrato in Fig. 1.15 (f) ed è una giunzione che si forma nella regione più prossima al contatto fra due grani con orientazione reticolare diversa, chiamata *bordo di grano*,<sup>4</sup> GB. Lo spessore di queste giunzioni è dello stesso ordine di grandezza della lunghezza di coerenza, che in questi SC è dell'ordine di pochi Å.

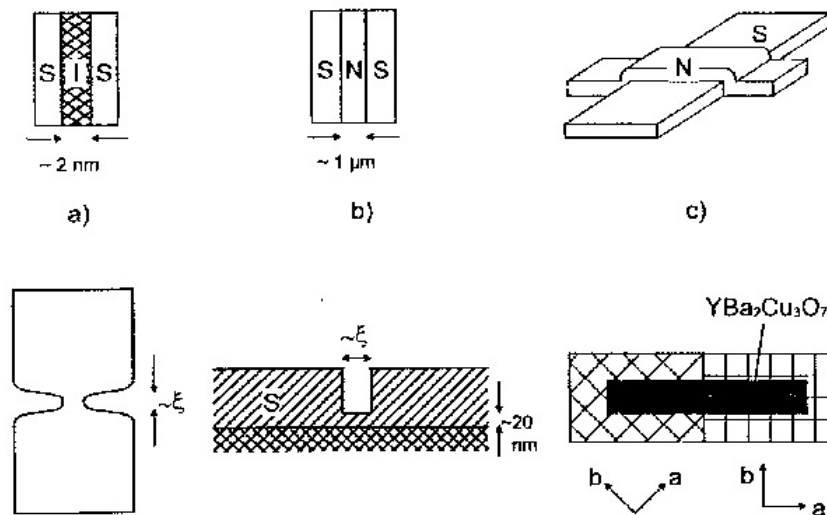
La corrente critica nei weak link dipende fortemente dal campo magnetico applicato parallelamente alla giunzione, secondo la relazione

$$I_{cj} = I_{c0} \frac{\sin(\pi\Phi/\phi_0)}{\pi\Phi/\phi_0}, \quad (1.36)$$

dove  $I_{c0}$  è la corrente critica in assenza di campo magnetico e  $\Phi$  è il flusso magnetico attra-

---

<sup>4</sup>Ci soffermeremo sui GB degli HTS nel prossimo paragrafo.



**Figura 1.15:** Differenti tipi di weak link: (a) e (b) sono due giunzioni a sandwich con un materiale isolante una e metallico l'altra; (c) un film metallico depositato su un film di SC; (d) la vista dall'alto di un ponte di Dayem; (e) la sezione di un ponte in un film; (f) giunzione tra due grani di SC con differenti orientazioni reticolari [1].

verso la giunzione. La caratteristica  $I - \Phi$  di Eq. (1.36) è analoga al pattern di diffrazione di Fraunhofer di una fenditura quadrata e mostra che la corrente critica Josephson è molto sensibile al flusso magnetico.

## 1.6 Composti superconduttivi non convenzionali

Dopo la scoperta della superconduttività nel mercurio, sono stati scoperti molti altri SC. Molti elementi metallici sono SC di I tipo per temperature inferiori a 10 K, il Nb e le sue leghe sono SC di II tipo, con  $T_c$  di qualche decina di K, denominati per questo LTS (Low temperature superconductors).

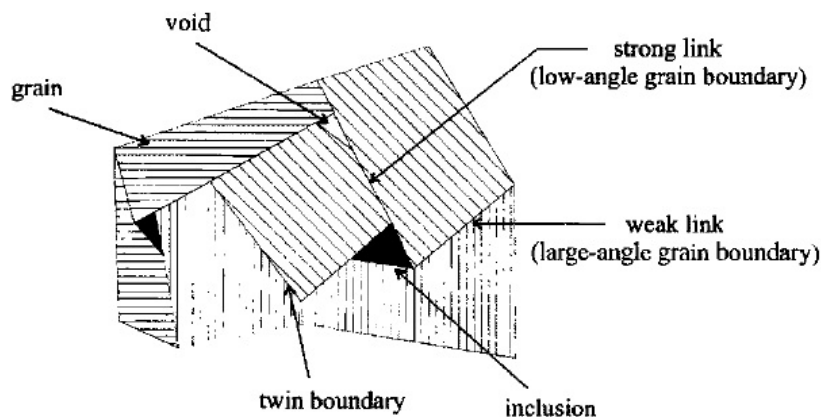
A partire dal 1986 furono scoperti una nuova classe di materiali ad alta temperatura critica non convenzionali, gli HTS, caratterizzati dal fatto di avere una temperatura critica maggiore di 30 K, e aventi una struttura cristallina complessa con la presenza di svariati elementi tra cui è generalmente compreso il rame e l'ossigeno (da cui il nome cuprati). Per *superconduttori non convenzionali* si intendono quei materiali che, allo stato attuale delle conoscenze, non sembra possano essere descritti dalla teoria BCS e per i quali non esiste ancora una teoria universalmente accettata. Gli HTS più noti sono l' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  (YBCO) e il  $\text{Bi}_{1.8}\text{Pb}_{0.26}\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$  (BSCCO) con  $T_c > 80 \text{ K}$ . La complessa struttura degli HTS e la consistenza ceramica ha reso difficile la loro ingegnerizzazione per usi tecnologici. Tuttavia la temperatura di lavoro relativamente elevata, se confrontata con i

superconduttori convenzionali, semplifica notevolmente la complessità e il costo del sistema di raffreddamento necessario, in quanto possono operare alla temperatura dell'azoto liquido (77 K), rendendo possibile un loro uso su larga scala.

Più recentemente, all'inizio del 2000, sono stati scoperti altri composti superconduttivi tra cui, il diboruro di magnesio ( $\text{MgB}_2$ ) e i composti a base di  $\text{ReAsFeO}$  (con Re terra rara). L' $\text{MgB}_2$  ha una  $T_c$  di 39 K, nonostante abbia una temperatura critica più bassa degli HTS, l'interesse per l' $\text{MgB}_2$  è legato al basso costo di produzione e alla sua natura metallica. I composti a base di  $\text{ReAsFeO}$ , se opportunamente drogati, per esempio con fluoro, diventano SC a temperature dell'ordine di alcune decine di K. La particolarità di questi SC è che i composti di provenienza (non drogati) presentano un ordine magnetico, che sembrerebbe essere in netto contrasto con il perfetto diamagnetismo tipico dei SC.

## 1.7 Effetti della granularità negli HTS

I superconduttori ad alta  $T_c$  ceramici possono essere schematizzati come mostrato in Fig. 1.16. Questi SC sono costituiti principalmente da grani superconduttivi di dimensioni varie, connessi da regioni di materiale non stechiometrico, i bordi di grano. I grani risultano più o meno accoppiati a seconda della natura e dello spessore dei GB, che possono essere: superconduttori, metallici o isolanti. Se lo spessore dei GB è dell'ordine della lunghezza di coerenza  $\xi$ , i grani sono debolmente accoppiati e i GB si comportano da weak link.



**Figura 1.16:** Rappresentazione schematica di grani e difetti degli HTS [6].

La presenza nei SC dei weak link è responsabile di molti effetti, come per esempio la riduzione della corrente critica a bassi campi magnetici applicati, lunghezza di penetrazione del campo magnetico maggiore di  $\lambda$ , dissipazione di energia anche a basse temperature,

penetrazione del flusso magnetico anche per campi minori di  $H_{c1}$  ed effetti non lineari della risposta elettromagnetica. Nei SC convenzionali  $\xi$  può assumere valori che vanno dalle decine alle migliaia di nanometri, i grani sono perciò fortemente accoppiati e le regioni intergranulari non riducono le proprietà superconduttive del materiale; nei cuprati, invece,  $\xi$  è dell'ordine di pochi angstrom e le regioni intergranulari si comportano da weak link. Questo comporta che, negli HTS i GB e i difetti reticolari si comportano da weak link. Nonostante oggi esistano tecniche che permettono di preparare campioni monocristallini, le loro dimensioni sono ridotte e li rendono inutilizzabili per applicazioni tecnologiche su larga scala. La presenza dei weak link comporta una distinzione di alcune proprietà del superconduttore tra proprietà dei grani e proprietà dei GB. Per esempio, si deve distinguere tra la densità di corrente critica che circola nei grani  $J_{c_g}$  e la densità di corrente che attraversa i grani  $J_{c_j}$  e quindi l'intero campione. Un rapporto di queste due grandezze dà una stima dell'accoppiamento tra i grani nel SC. Una distinzione dello stesso tipo deve essere fatta anche per i campi critici del SC. Per dare un'idea dell'effetto dei weak link in questi sistemi, possiamo immaginare di applicare un campo magnetico statico  $H_0$  partendo da valori bassi, e via via aumentando il valore del campo, facendo riferimento ai parametri tipici dell' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  a temperature di pochi kelvin [16].

- Per  $H_0 < H_{c1_j}$  ( $H_{c1_j}$  è il campo critico inferiore della giunzione,  $\mu_0 H_{c1_j} \approx 100 \mu\text{T}$ ), il campo penetra esponenzialmente nelle regioni intergranulari per una lunghezza caratteristica  $\lambda_j \approx 5 \mu\text{m}$ .
- Per  $H_{c1_j} < H_0 < H_{c2_j}$  ( $H_{c2_j}$  è il campo critico superiore della giunzione,  $\mu_0 H_{c2_j} \approx 2.5 \text{ mT}$ ), nei GB penetrano vortici di supercorrente che prendono il nome di *flussoni Josephson*.
- Per  $H_{c2_j} < H_0 < H_{c1_g}$  ( $H_{c1_g}$  è il campo critico inferiore dei grani,  $\mu_0 H_{c1_g} \approx 50 \text{ mT}$ ) le regioni intergranulari si comportano a tutti gli effetti come regioni di metallo normale e i grani sono totalmente disaccoppiati. Per questo motivo il campo penetra nei grani e decade esponenzialmente entro una distanza  $\lambda \approx 0.15 \mu\text{m}$ .
- Per  $H_{c1_g} < H_0 < H_{c2_g}$  ( $H_{c2_g}$  è il campo critico superiore dei grani,  $\mu_0 H_{c2_g} \approx 100 \text{ T}$ ), i flussoni penetrano nei grani che si trovano, a tutti gli effetti, nello stato misto.
- Per  $H_0 > H_{c2_g}$  il campione passa completamente allo stato normale.



# Capitolo 2

## Elettrodinamica di metalli e superconduttori

### 2.1 Introduzione

In questo capitolo descriveremo la risposta elettromagnetica di metalli e superconduttori (SC), convenzionali e ad alta temperatura critica (HTS). Dapprima, discuteremo il comportamento dei SC convenzionali, ricavando l'impedenza superficiale legata ai meccanismi dissipativi; successivamente, ci soffermeremo sugli effetti dovuti alla granularità degli HTS.

### 2.2 Elettrodinamica dei metalli

Nei metalli la propagazione dei campi elettromagnetici (*em*) può essere studiata utilizzando le equazioni di Maxwell nell'approssimazione di  $\mu = \mu_0$  e di correnti di spostamento trascurabili:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{h} = \vec{J}. \quad (2.2)$$

Dalla combinazione di queste equazioni e considerando valida la legge di Ohm  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , si ottiene la seguente equazione d'onda

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.3)$$



dove abbiamo usato l'uguaglianza  $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$  con  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , valida in assenza di carica netta nel metallo.

Supponiamo di applicare un campo *em* a simmetria piana con  $\vec{E}$  diretto lungo  $\hat{y}$  ed  $\vec{h}$  lungo  $\hat{z}$ , in modo da incidere perpendicolarmente sulla superficie del metallo con direzione di propagazione  $\hat{x}$ . Le espressioni dei campi che descrivono questa onda sono

$$\vec{E} = \hat{y}E_1 e^{i(\tilde{k}x - \omega t)}, \quad (2.4)$$

$$\vec{h} = \hat{z}H_1 e^{i(\tilde{k}x - \omega t)}. \quad (2.5)$$

Sostituendo la (2.4) nella (2.3) troviamo la relazione

$$\tilde{k}^2 \vec{E} = i\mu_0 \sigma \omega \vec{E}, \quad (2.6)$$

che può essere riscritta nel seguente modo

$$\tilde{k} = \sqrt{i\mu_0 \sigma \omega}. \quad (2.7)$$

Se siamo nell'approssimazione  $\omega\tau \ll 1$ , la  $\sigma$  è reale ed è uguale a  $\sigma_n$ ; in questo caso si ottiene la seguente equazione di dispersione

$$\tilde{k} = \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \sigma_n \omega} = \frac{(1+i)}{\delta}, \quad (2.8)$$

dove abbiamo definito

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma_n \omega}}, \quad (2.9)$$

che è nota come *skin depth normale* [12].

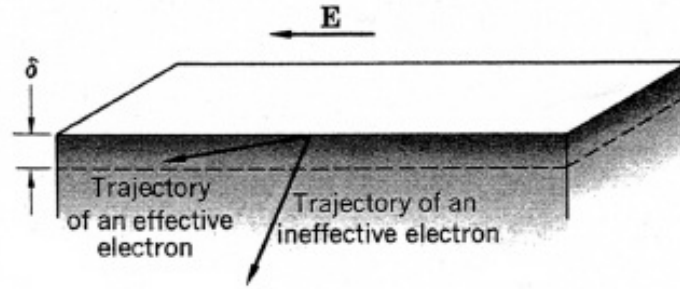
Con la relazione di dispersione otteniamo la variazione spaziale del campo *em* all'interno del metallo

$$\vec{E} = \hat{y}E_1 e^{-x/\delta} e^{i(x/\delta - \omega t)}, \quad (2.10)$$

$$\vec{h} = \hat{z}H_1 e^{-x/\delta} e^{i(x/\delta - \omega t)}. \quad (2.11)$$

I calcoli eseguiti sono validi se  $\delta \gg \ell$ , ovvero se il campo elettrico all'interno del campione varia lentamente su una distanza dell'ordine del cammino libero medio  $\ell$ . In caso contrario, non potremmo usare la relazione locale  $\vec{J}(\vec{r}) = \sigma \vec{E}(\vec{r})$ . Nei metalli puri, a temperature dell'elio liquido questo non è vero, anche a frequenze dell'ordine delle microonde. Quando si verifica ciò, diciamo che siamo nel regime di *effetto pelle anomalo* (anomalous skin

effect). Nel caso in cui  $\delta \ll \ell$ , avremo l'effetto pelle anomalo estremo, per il quale è stata data una qualitativa spiegazione da Pippard. In questo caso, gli elettroni che contribuiscono principalmente alla conduzione sono quelli che hanno il loro cammino libero medio entro la skin depth (vedi Fig. 2.1), perché sono quelli maggiormente accelerati dal campo elettrico alternato. La concentrazione di elettroni “effettivi” nel limite anomalo



**Figura 2.1:** Gli elettroni che sono maggiormente accelerati dal campo elettrico alternato sono quelli che completano il loro cammino libero medio entro la skin depth. La percentuale di elettroni “effettivi” è dell’ordine di  $\delta/\ell$ , dove  $\delta$  è la skin depth ed  $\ell$  il cammino libero medio [12].

estremo è dell’ordine di

$$n_{eff} \approx \frac{\delta}{\ell} n, \quad (2.12)$$

dove  $n$  è la concentrazione di elettroni nel metallo.

Sostituendo  $n_{eff}$  a  $n$  si ottiene la conducibilità effettiva

$$\sigma_{eff} = \frac{n_{eff} e^2 \tau}{m} = \frac{\delta n e^2 \ell}{\ell m v_F}. \quad (2.13)$$

Sostituendo la (2.13) nell’Eq. (2.9) si può calcolare la skin depth effettiva

$$\delta_{eff} \approx \sqrt{\frac{2m v_F}{n e^2 \delta_{eff} \omega}}, \quad (2.14)$$

da cui si ottiene

$$\delta_{eff} \approx \sqrt[3]{\frac{2m v_F}{n e^2 \omega}}. \quad (2.15)$$

La skin depth così ottenuta è indipendente dal cammino libero medio degli elettroni e, diversamente dall’effetto pelle classico di Eq. (2.9), dipende dalla radice cubica della frequenza. Misure della skin depth nel caso anomalo permettono di ricavare la velocità degli elettroni alla superficie di Fermi utilizzando l’Eq. (2.15).

## 2.3 Elettrodinamica nello stato Meissner

Per studiare la propagazione dei campi *em* all'interno di un SC di I o II tipo a campo magnetico nullo è possibile utilizzare le equazioni di London, che consentono di affrontare il problema in modo semplice. La soluzione data dalle equazioni di London è tanto più accurata, quanto più è valido il limite locale di London, che si ha quando  $\xi_0 \ll \lambda$ . Altre ipotesi che bisogna fare sono inoltre che il campo *em* non sia troppo intenso, da portare il campione fuori dallo stato superconduttivo, con  $\omega < \omega_g$ , dove  $\omega_g = 2\Delta/\hbar$  è la frequenza corrispondente al gap superconduttivo.

Consideriamo un campione SC identico a quello considerato nel Paragrafo 1.1.3, a cui viene applicato un campo *em* oscillante descritto dalle Eq. (2.4) e (2.5). Utilizzando la seconda equazione di London (1.15) per  $\vec{J}_s$  e la legge di Ohm per  $\vec{J}_n$  nell'approssimazioni di  $\omega\tau \ll 1$ , otteniamo

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_s = \sigma_1 \vec{E} - \frac{\mu_0 \vec{A}}{\Lambda} = w(T) \sigma_n \vec{E} - \frac{1-w(T)}{\lambda_0^2} \vec{A}, \quad (2.16)$$

dove  $\lambda_0$  è la lunghezza di penetrazione a 0 K,  $w(T) = n_n/n = (T/T_c)^4$  e  $1-w(T) = n_s/n = 1 - (T/T_c)^4$  sono rispettivamente le frazioni di elettroni normali e superconduttivi.

Applicando il rotore a entrambi i membri della (2.16), troviamo l'equazione di diffusione di London

$$\nabla^2 \vec{h} = \mu_0 \sigma_1 \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} + \frac{1}{\lambda^2} \vec{h}, \quad (2.17)$$

da cui sostituendo l'espressione del campo magnetico (1.17) si ottiene la relazione di dispersione

$$\tilde{k} = \sqrt{-\frac{1-w(T)}{\lambda_0^2} + 2i \frac{w(T)}{\delta_0^2}} = \sqrt{-\frac{1}{\lambda(T)^2} + 2i \frac{1}{\delta(T)^2}}, \quad (2.18)$$

dove  $\delta_0^2 = 2/\mu_0 \sigma_n \omega$  è la *skin depth classica*.

Il vettore d'onda di Eq. (2.18) è chiaramente complesso, per cui è possibile scinderlo nelle componenti reale e immaginaria  $\tilde{k} = k_r + ik_i$ ; in questo modo, le espressioni del campo elettrico e magnetico all'interno del SC possono essere scritte come segue

$$\vec{E} = \hat{y} E_1 e^{-k_i x} e^{i(k_r x - \omega t)}, \quad (2.19)$$

$$\vec{h} = \hat{z} H_1 e^{-k_i x} e^{i(k_r x - \omega t)}. \quad (2.20)$$

Le relazioni (2.19) e (2.20) mostrano che il campo *em* penetra nel SC con vettore d'onda  $k_r$

e viene attenuato in modo significativo non appena raggiunge la profondità  $1/k_i$ . Poiché in genere  $\lambda_0 \ll \delta_0$ , l'Eq. (2.18) a temperature lontane dalla temperatura critica si può approssimare come  $\tilde{k} \approx ik_i \approx \frac{i}{\lambda(T)}$ ; quest'ultima relazione indica che il campo  $em$  decade entro uno strato superficiale dell'ordine di  $\lambda$ . Se il campione si trova a temperature vicino  $T_c$ , il contributo degli elettroni normali diventa significativo perché  $\lambda$  cresce molto e diventa confrontabile con  $\delta$ . Nel caso in cui  $T = T_c$ ,  $\tilde{k} \approx (1+i)/\delta_0$ , quindi il SC va allo stato normale e il campo decade entro la skin depth normale  $\delta_0$ .

## 2.4 Impedenza superficiale

Un utile strumento per lo studio delle proprietà elettromagnetiche dei materiali metallici e l'impedenza superficiale. Essa è definita nel seguente modo. Consideriamo un'onda elettromagnetica piana incidente su una lastra metallica infinita estesa nel semispazio  $x \geq 0$ . L'impedenza superficiale è definita come il rapporto tra il campo elettrico tangenziale calcolato alla superficie e l'integrale della densità di corrente lungo la semiretta perpendicolare alla superficie [6]

$$Z_s = R_s - iX_s = \frac{E_t(0)}{\int_0^\infty J(x)dx}. \quad (2.21)$$

La parte reale,  $R_s$ , è detta *resistenza superficiale*, mentre quella immaginaria,  $X_s$ , è detta *reattanza superficiale*.

Il sistema è a simmetria piana, per cui  $\vec{h} \equiv \vec{H}$ , quindi usando l'equazione di Maxwell (2.2) otteniamo

$$J_y = (\nabla \times \vec{H})_y = -i\tilde{k}H_z; \quad (2.22)$$

l'integrale (2.21) si può calcolare facilmente

$$\int_0^\infty J_y(x)dx = \int_0^\infty i\tilde{k}H_z(x)dx = H_z(0) \equiv H_t(0), \quad (2.23)$$

dove si è usato il risultato precedentemente ottenuto che il campo viene smorzato all'interno del metallo.

Dalla (2.23) si ottiene che l'impedenza superficiale in generale può essere espressa come il rapporto tra le componenti tangenziali del campo elettrico e del campo magnetico calcolati alla superficie del metallo:

$$Z_s = \frac{E_t(0)}{H_t(0)}. \quad (2.24)$$

Il motivo per cui si utilizza l'impedenza superficiale per risolvere problemi elettromagnetici, a parte per la semplicità dell'Eq. (2.24), è che essa permette di risolvere problemi anche con una geometria complicata. Infatti, basta conoscere i valori del campo elettrico e magnetico tangenziali in un punto della superficie del campione. In questa maniera i risultati ottenuti in certe condizioni fisiche dipenderanno solo dalla sostanza in esame, e sono quindi confrontabili da sostanza a sostanza.

### 2.4.1 Metalli normali

Per i conduttori metallici, possiamo ricavare l'impedenza superficiale sostituendo le espressioni per i campi (2.4) e (2.5) all'equazione di Maxwell (2.1). Così facendo, otteniamo

$$Z_s = \frac{E_t(0)}{H_t(0)} = \mu_0 \frac{\omega}{k}, \quad (2.25)$$

per cui, sostituendo la (2.8), l'impedenza superficiale diventa

$$Z_s = (1 - i) \frac{\mu_0 \omega \delta}{2} = (1 - i) \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\sigma_n}}, \quad (2.26)$$

da cui risulta che

$$R_s = X_s = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{2\sigma_n}} = \frac{1}{\sigma_n \delta} = \frac{1}{2} \mu_0 \omega \delta. \quad (2.27)$$

L'Eq. (2.27) mostra chiaramente una dipendenza di  $R_s$  dalla frequenza  $\propto \sqrt{\omega}$ , valida fino a frequenze dell'ordine di 100 GHz se la temperatura non è troppo bassa ( $\omega\tau \ll 1$ ).

Un metallo puro alla temperatura dell'elio liquido e a frequenze di microonde, come abbiamo già discusso, si trova nel regime di effetto pelle anomalo ( $\ell > \delta$ ). In questo caso, per calcolare l'impedenza superficiale si fa riferimento alla legge di Ohm generalizzata di Chambers [17]. Utilizzando questo modello si ottiene

$$R_s^{eff} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}\omega^2\mu_0^2\ell}{16\pi\sigma_n}} \propto \omega^{2/3}, \quad (2.28)$$

La (2.28) mostra che nel regime anomalo  $R_s \propto \omega^{2/3}$ , contrariamente a quanto accade in generale nei metalli; ed è anche esplicitata una dipendenza di  $R_s$  dal cammino libero medio degli elettroni.

La potenza dissipata dall'onda elettromagnetica mediata in un periodo è

$$P = \frac{1}{2} \Re \int_0^\infty \vec{E} \cdot \vec{J} dx, \quad (2.29)$$

da cui, utilizzando l'espressione (2.22) per  $\vec{J}$  e sapendo che  $E_t = Z_s H_t$ , l'equazione (2.29) diviene

$$P = \frac{1}{2} \Re \{ Z_s \} H_t(0)^2 = \frac{1}{2} R_s H_1^2. \quad (2.30)$$

Questa relazione evidenzia il legame tra potenza dissipata e resistenza superficiale, mostrando che le due quantità sono direttamente proporzionali.

## 2.4.2 Impedenza superficiale dei superconduttori

Il calcolo dell'impedenza superficiale dei SC è analogo a quello svolto in precedenza per i metalli normali, con la differenza che la conducibilità stavolta è una grandezza complessa. Usando l'espressione (2.25), dove  $\tilde{k}$  è quella di Eq. (2.7) scritta in termini della conducibilità complessa  $\tilde{k} = \sqrt{i\omega\mu_0(\sigma_1 - i\sigma_2)}$ , otteniamo

$$Z_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1 - i\sigma_2}}, \quad (2.31)$$

dove  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  sono la parte reale e immaginaria della conducibilità dei SC secondo il modello a due fluidi date rispettivamente dall'Eq. (1.8) e dall'Eq. (1.9).

Per esplicitare parte reale ed immaginaria di  $Z_s$ , definiamo  $\varphi = 1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2$  e con qualche passaggio si ottiene [18]

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu_0\omega(\varphi^{1/2} - 1)}{2\sigma_2\varphi}}, \quad X_s = \sqrt{\frac{\mu_0\omega(\varphi^{1/2} + 1)}{2\sigma_2\varphi}}. \quad (2.32)$$

A basse temperature, come abbiamo già visto nel Capitolo 1,  $\sigma_1 \ll \sigma_2$  e le due espressioni si possono approssimare a

$$R_s(T) \approx \frac{\mu_0^2}{2} \omega^2 \sigma_1(T) \lambda^3(T), \quad X_s(T) \approx \mu_0 \omega \lambda(T). \quad (2.33)$$

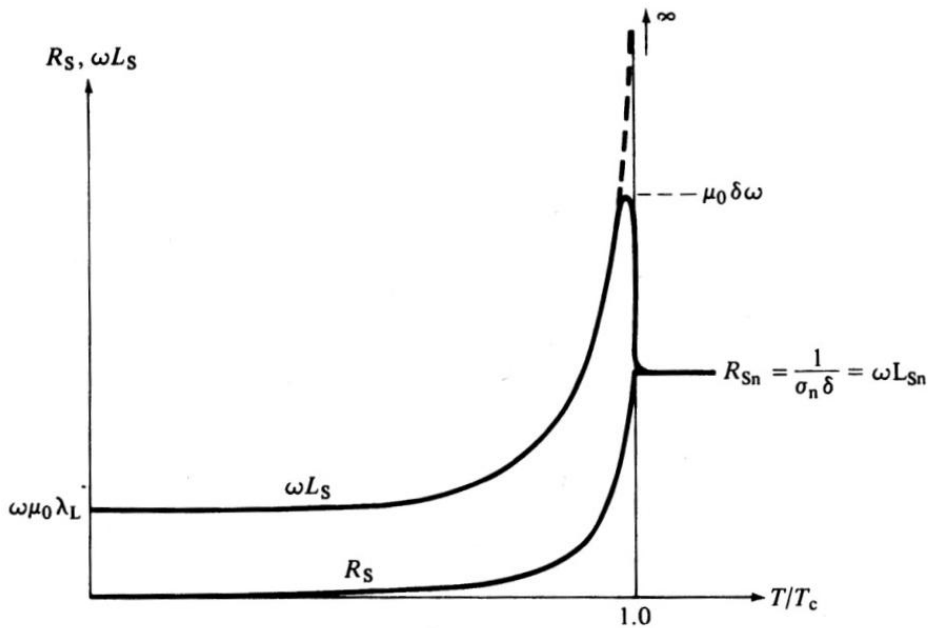
Secondo la teoria di London, come abbiamo visto prima,  $\sigma_1$  e  $\lambda$  dipendono solo dalla temperatura, per cui la resistenza superficiale del SC ha una dipendenza  $\propto \omega^2$  dalla frequenza del campo, diversamente da quanto accade nei metalli, in cui  $R_s \propto \sqrt{\omega}$ . La reattanza superficiale  $X_s$ , invece, è proporzionale alla frequenza e a  $\lambda$ ; la forma di  $X_s$

suggerisce che si può definire un'induttanza superficiale del SC,  $L = \mu_0 \lambda$ . Gli andamenti con la temperatura di  $R_s$  e  $X_s$ , nell'ambito del modello a due fluidi, seguono una legge del tipo

$$R_s(t) = \frac{A(\omega)t^4}{(1-t^4)^{3/2}}, \quad X_s(t) = \frac{B(\omega)}{\sqrt{1-t^4}}, \quad (2.34)$$

dove  $t = T/T_c$ ,  $A(\omega)$  e  $B(\omega)$  contengono la dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  e  $X_s$ .

Come è mostrato in Fig. 2.2, nei SC  $R_s$  e  $X_s$  dipendono debolmente dalla temperatura per un ampio intervallo di valori a  $T \ll T_c$ , inoltre  $R_s \ll X_s$  contrariamente a quanto accade nei metalli; mentre a  $T = T_c$  assumono gli stessi valori dei metalli normali. Dalla Fig. 2.2 è possibile vedere anche la presenza di un picco in  $X_s(T)$  in prossimità di  $T_c$ , con  $X_s \propto \delta$ . La presenza di tale picco è attribuita al fatto che a queste temperature, pur essendo il SC ancora nello stato superconduttivo,  $\lambda(T) \gg \delta(T)$  e la penetrazione del campo *em* all'interno del SC è dominata dalla skin depth  $\delta$ , come è possibile vedere dal vettore d'onda complesso  $\tilde{k}$  di Eq. (2.18).  $R_s$  è legata alla dissipazione allo stesso modo dei metalli, ma nei SC è diversi ordini di grandezza minore di quella che si ottiene nei metalli.  $X_s$ , invece, esprime a basse temperature due contributi uguali, il primo è l'energia magnetica immagazzinata nel SC entro  $\lambda$ , il secondo è l'energia cinetica delle coppie di elettroni [6].



**Figura 2.2:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza e reattanza superficiale di un SC [7].

Il risultato ottenuto dal modello a due fluidi non tiene conto della natura quantistica dello stato superconduttivo e di quantità fisiche che ne derivano, come il gap di energia,  $\Delta(T)$ , e la lunghezza di coerenza  $\xi$ ; come non tiene conto delle impurezze e quindi del cammino libero medio degli elettroni normali. Quantità che, come abbiamo già visto, influenzano il valore di  $\lambda$ , ma anche altre quantità fisiche in gioco. I limiti del modello a due fluidi sono più evidenti per gli HTS con forti anisotropie e meccanismi di accoppiamento degli elettroni più complessi. Calcoli fatti a partire dalla teoria BCS hanno portato a un andamento con la temperatura della resistenza superficiale descritto dalla seguente relazione [6]

$$R_s^{BCS}(T) \approx \frac{C\omega^2}{T} \ln \left[ \frac{\Delta(0)}{\hbar\omega} \right] \exp \left[ - \frac{\Delta(0)}{kT} \right], \quad (2.35)$$

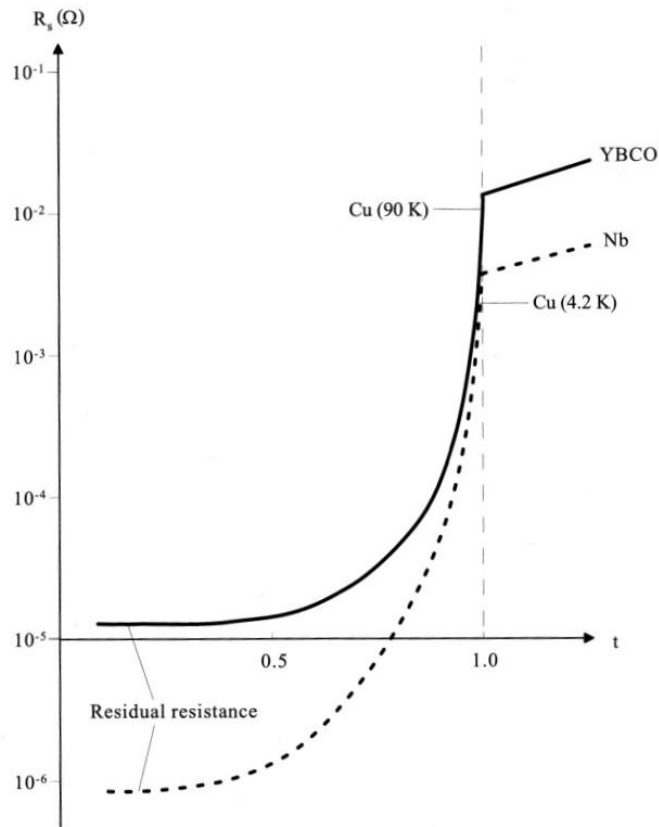
dove  $C$  è una costante e  $\Delta(0)$  è il gap di energia a 0 K; il termine con il logaritmo naturale è lentamente variabile per  $\omega \ll \omega_g$ .

Questa formula è valida per frequenze minori di quella corrispondente al gap e per temperature sotto  $0.5 T_c$ . Il termine esponenziale della (2.35) è legato alla densità di stati delle quasi-particelle eccitate dall'agitazione termica. In alcuni casi, un miglior adattamento con i dati sperimentali si ottiene adoperando l'espressione (2.35) per  $T < 0.5 T_c$ , e adoperando la (2.34) basata sul modello a due fluidi, per temperature vicine a  $T_c$ . Va comunque sottolineato che, malgrado i suoi limiti, il modello a due fluidi riesce a prevedere degli andamenti dell'impedenza superficiale con la temperatura e con la frequenza ragionevolmente vicini a quelli sperimentali; per la sua semplicità, esso rimane il modello più utile per descrivere le proprietà elettromagnetiche dei superconduttori.

Per entrambe le teorie, il valore di  $R_s$  per  $T \rightarrow 0$  K, detta *resistenza superficiale residua*, dovrebbe essere nullo; tuttavia, dati sperimentali anche recenti mostrano valori di  $R_{res}$ , per campi oscillanti a frequenze di microonde, significativamente diversi da zero. Per esempio, a circa 1 GHz tipicamente si misurano valori di  $R_{res}$  che vanno dai decimi, alle decine di m $\Omega$ .

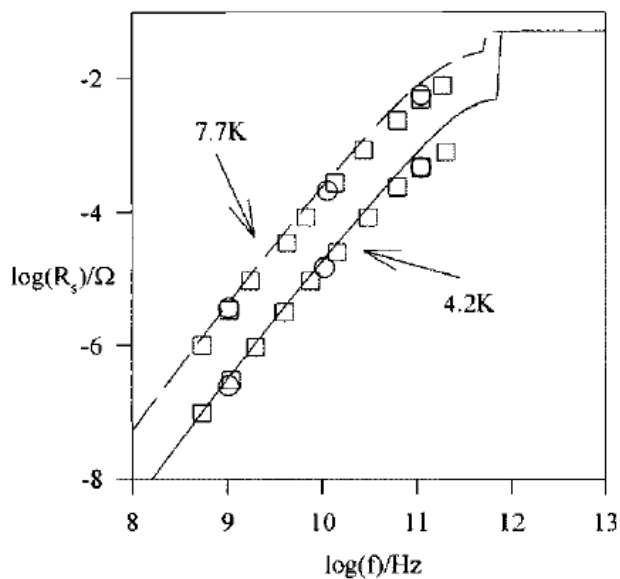
L'origine di una resistenza superficiale residua è stata soggetto di diversi studi, ma rimane ancora poco chiara, una possibile spiegazione è che questa sia legata ai difetti reticolari e alle impurità presenti nei SC. In Fig. 2.3 è mostrato un confronto tra le  $R_s$  di due SC, YBCO (HTS) e Nb (LTS), in cui si nota che gli HTS presentano valori di  $R_s$ , e in particolare di  $R_{res}$ , maggiori rispetto ai LTS. Probabilmente, questo risultato è dovuto al fatto che gli HTS oltre al contributo delle impurità e dei difetti cristallini, presente in entrambi HTS e LTS, hanno il contributo dei cosiddetti *weak link*. Il valore della  $R_{res}$  è comunque molto basso per HTS di alta qualità.



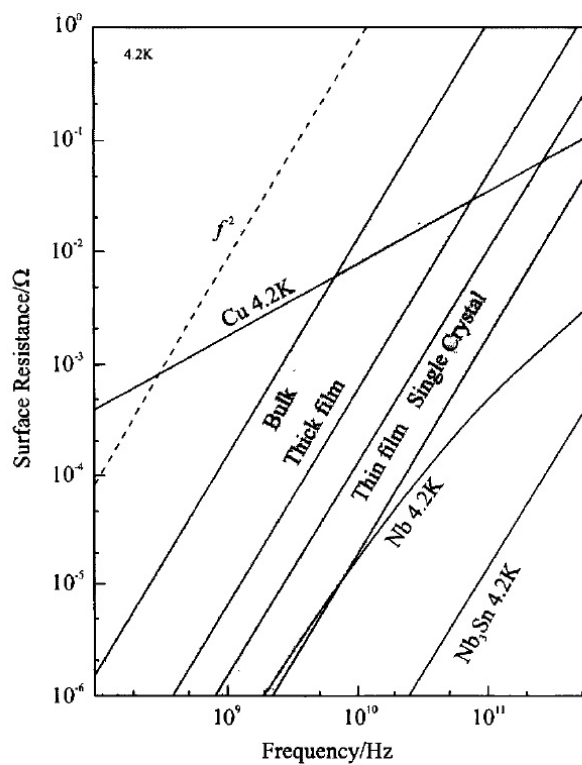


**Figura 2.3:** Dipendenza della resistenza superficiale a 5 GHz dei SC YBCO e Nb, confrontata con le rispettive temperature di transizione con il valore della resistenza superficiale del rame a  $T = 4.2$  K e  $T = 90$  K [7].

Le due teorie prevedono per  $R_s$  nello stato superconduttivo lo stesso andamento con la frequenza in cui  $R_s \propto \omega^2$ . Per eliminare l'effetto dovuto a  $R_{res}$ , che non ha una dipendenza conosciuta dalla frequenza, e ottenere un migliore accordo con il modello a due fluidi, spesso viene fatto un fitting di  $R_s(T)$ , usando la (2.35), sommando un parametro corrispondente a  $R_{res}$ . In Fig. 2.4 e Fig. 2.5 sono riportate le dipendenze dalla frequenza della resistenza superficiale del Nb e altri SC tra cui l'YBCO. In particolare, in Fig. 2.4 sono riportati i dati sperimentali (quadrati), dati ottenuti da calcoli numerici basati sulla teoria BCS (cerchi) e linee continue che rappresentano i risultati ottenuti con il modello a due fluidi modificato elaborato da Linden [19]. Questo modello è una correzione del modello a due fluidi di Gorter e Casimir basata su fitting delle soluzioni numeriche della teoria BCS. La Fig. 2.4 mostra che la dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  segue una legge di potenza quadratica e inoltre, i dati sperimentali sono sovrapponibili con quelli del modello a due fluidi modificato e con quelli della teoria BCS. Il cambio di pendenza della curva del Nb è dovuto al raggiungimento della frequenza corrispondente al gap di energia  $f_g = 2\Delta/h$ .



**Figura 2.4:** Dipendenza della resistenza superficiale dalla frequenza per un campione di Niobio. I quadrati rappresentano i valori misurati, i cerchi sono valori ottenuti con calcoli numerici basati sulla teoria BCS e le linee rappresentano i risultati ottenuti con il modello a due fluidi modificato [19].



**Figura 2.5:** Dipendenza della resistenza superficiale dalla frequenza a  $T = 4.2$  K per vari campioni di SC, tra cui l'YBCO [6].

È importante sottolineare che quanto detto finora per  $R_s$  e  $X_s$  vale nei SC nello stato Meissner. Per campi magnetici applicati maggiori di  $H_{c1}$ , cominciano a penetrare flussoni nel campione ed entrambe  $R_s$  e  $X_s$  aumentano, sia perché i flussoni causano un aumento degli elettroni normali, sia perché si generano moti degli stessi flussoni indotti dalle correnti superficiali che provocano ulteriori effetti dissipativi.

# Capitolo 3

## Il superconduttore $\text{MgB}_2$

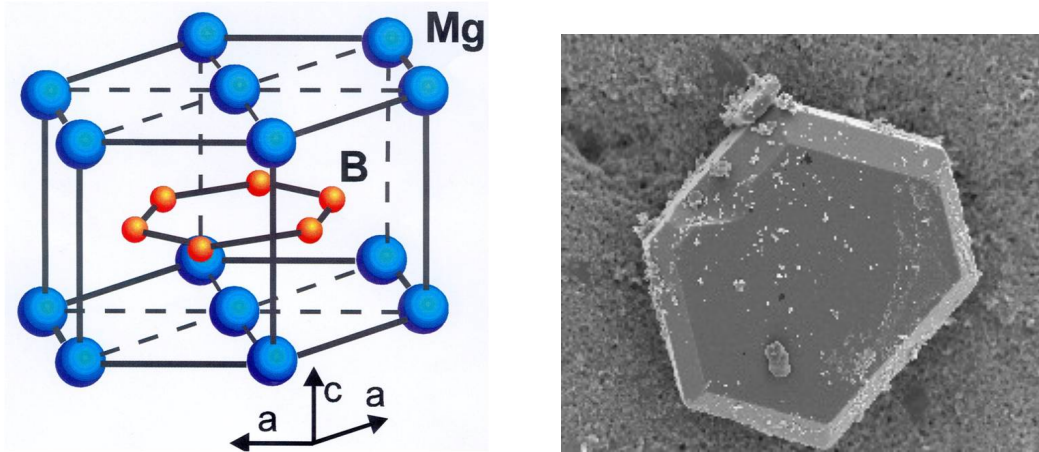
La scoperta della superconduttività nel diboruro di magnesio ( $\text{MgB}_2$ ) a  $T_c \approx 39$  K, avvenuta nel 2001, ha prodotto grande entusiasmo nella comunità scientifica. L'interesse è motivato dalla semplice composizione chimica (che consta solamente di due elementi) e cristallografica, rispetto ai SC cuprati, e la relativamente alta  $T_c$  che lo rende il SC metallico con temperatura critica maggiore. Inoltre, nonostante la  $T_c$  sia più bassa rispetto a quella degli HTS, il vantaggio nell'uso dell' $\text{MgB}_2$  è dovuto ad una lunghezza di coerenza più grande che rende il materiale meno sensibile ai difetti strutturali, come ad esempio i GB. Sebbene l' $\text{MgB}_2$  per molti aspetti non si comporta come un SC convenzionale, la sua semplice struttura ha permesso l'elaborazione di varie teorie, basate sull'interazione elettrone-fonone, in grado di prevedere molti risultati sperimentali; cosa che non è stata possibile con i SC cuprati.

In questo capitolo, descriveremo brevemente le principali caratteristiche dell' $\text{MgB}_2$  e mostreremo il legame di queste proprietà con la presenza di due gap superconduttivi negli stati elettronici di questo SC. Alla fine del capitolo, descriveremo gli effetti dei GB su alcune proprietà dell' $\text{MgB}_2$  e accenneremo le principali tecniche di preparazione di campioni di  $\text{MgB}_2$ .

### 3.1 Cristallografia

La struttura dell' $\text{MgB}_2$  è tipica di molti altri composti a base di boro, come  $\text{AlB}_2$ , ed è costituita da strati di boro e magnesio alternati. I piani di boro hanno una struttura a “nido d'ape” costituita da un legame covalente,  $\sigma$ , dovuto agli orbitali ibridi di tipo  $sp^2$ , come quella dei fogli di grafite; i piani di boro sono interposti tra due piani di magnesio di struttura triangolare con un atomo di magnesio che corrisponde al centro degli esagoni formati dagli atomi di boro, come mostrato in Fig. 3.1. I piani di boro adiacenti tra i

piani di Mg, invece, sono legati da legami  $\pi$ , tra gli orbitali  $p_z$  del boro e gli orbitali  $s$  del Mg. L' $\text{MgB}_2$ , come la grafite, ha una forte anisotropia tra le distanze B-B, che sono maggiori se prese tra i vari piani rispetto a quelle nello stesso piano. Infatti, i parametri della cella unitaria sono:  $a = 3.08489$  e  $c = 3.52107$  [21].

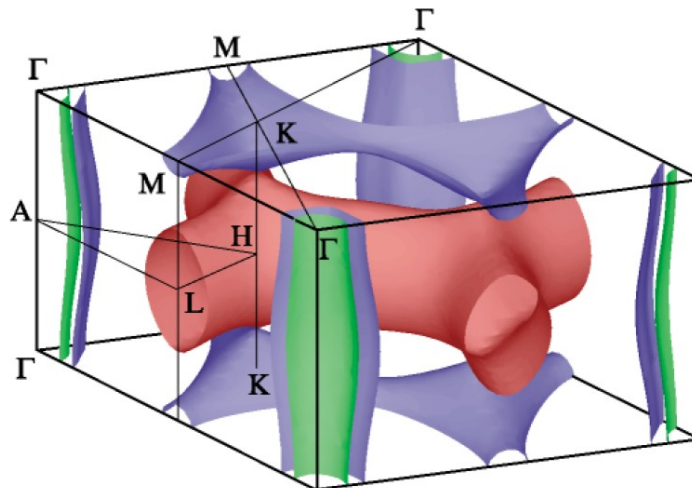


**Figura 3.1:** A sinistra : struttura reticolare dell' $\text{MgB}_2$ , con piani di boro a “nido d’ape” intercalati da piani di Mg (con struttura triangolare) [22]; A destra: cristallo di  $\text{MgB}_2$  di dimensioni micrometriche.

Gli atomi di magnesio cedono i propri elettroni alla banda  $\pi$  degli atomi di boro, per cui essendo completamente ionizzati non contribuiscono alla struttura a bande, che è determinata interamente dal boro. Gli ioni di Mg attraggono gli elettroni nei legami  $\sigma$  provocando un trasferimento di carica di alcuni elettroni dall'orbitale  $\sigma$  all'orbitale  $\pi$  e creando lacune nella banda  $\sigma$ , a differenza di quanto accade nella grafite dove la banda  $\sigma$  è piena [23]. Calcoli della struttura a bande [24] hanno mostrato che gli stati elettronici al livello di Fermi derivano principalmente dai legami covalenti  $\sigma$  e  $\pi$  che coinvolgono gli orbitali del boro. I legami  $\sigma$  sono responsabili della formazione di quattro bande (di cui due attraversano il livello di Fermi), dette *bande  $\sigma$* , che permettono la conduzione ma solo localizzate nei piani di boro. I legami  $\pi$ , invece, formano due bande, dette *bande  $\pi$* , ed essendo distribuiti in tutto il cristallo permettono la conduzione anche perpendicolarmente ai piani, cioè lungo l'asse cristallografico  $\hat{c}$ .

La presenza di quattro bande nell' $\text{MgB}_2$  è visibile guardando la superficie di Fermi. Nei metalli semplici monovalenti, la superficie di Fermi (FS) è quasi una sfera (come ci si aspetta per un gas di elettroni liberi dove l'energia è solo cinetica:  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ ), ma con l'aumentare della valenza essa si fa sempre più complicata. Nei cuprati la FS è cilindrica; ciò discende dal fatto che i portatori di carica sono essenzialmente confinati nei piani di rame e ossigeno. Questo è vero in generale, poiché cilindri nello spazio reciproco equivalgono a piani nello spazio reale; pertanto, in materiali a strati è lecito

aspettarsi che almeno alcuni “fogli” della superficie di Fermi sono cilindrici. In effetti, la FS dell'MgB<sub>2</sub>, come si vede in Fig. 3.2, è formata da due insiemi distinti di fogli non connessi tra loro, relativi alle bande  $\pi$  e alle bande  $\sigma$ . Le prime formano una sorta di reticolo tubolare e quindi decisamente tridimensionale, dove quello blu corrisponde alle lacune degli orbitali di legame  $p_z$  e quello rosso agli elettroni degli orbitali di antilegame  $p_z$ ; le bande  $\sigma$  invece formano cilindri, appena un po' deformati al centro, questo perché le bande  $\sigma$  non sono perfettamente bidimensionali nello spazio reale, che corrispondono alle lacune degli orbitali  $p_x$  e  $p_y$  che partecipano al legame  $\sigma$ . In confronto, i cuprati, che sono molto più bidimensionali, hanno una FS praticamente invariante per traslazioni lungo l'asse  $\hat{c}$ . Il fatto che i fogli relativi a bande diverse non si intersechino è proprio la ragione per la presenza di due gap di energia distinti; se la FS fosse unica, con un gap di diverso valore da punto a punto, si avrebbe invece semplicemente una distribuzione continua di valori di gap e si dovrebbe parlare di anisotropia del gap.



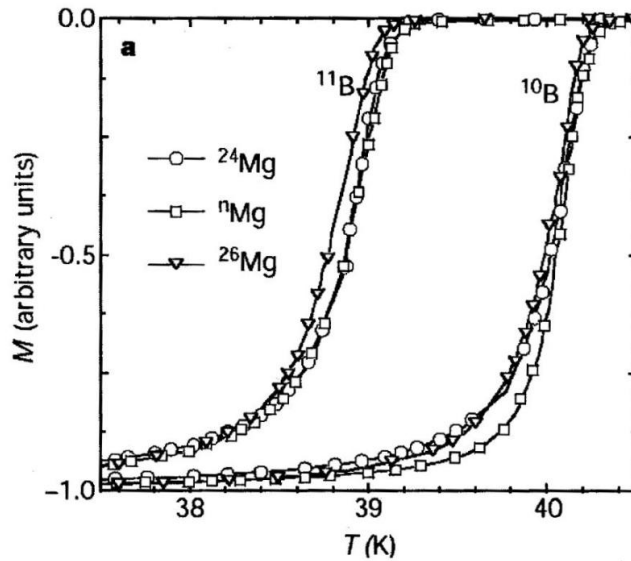
**Figura 3.2:** Superficie di Fermi dell'MgB<sub>2</sub>. I due fogli quasi cilindri concentrici verdi e blu, con asse verticale, sono dovuti rispettivamente agli orbitali  $p_x$  e  $p_y$  delle bande  $\sigma$ , mentre il reticolo tubolare blu è formato dalle lacune degli orbitali di legame  $p_z$  e il reticolo tubolare rosso è formato dagli elettroni degli orbitali di antilegame  $p_z$  entrambi delle bande  $\pi$  [24].

## 3.2 Superconduttività a due gap dell'MgB<sub>2</sub>

### 3.2.1 Interazione elettrone-fonone

Dalle prime investigazioni sull'MgB<sub>2</sub>, una questione chiave è stata quella di capire se il meccanismo della superconduttività di questo composto è l'accoppiamento elettrone-fonone previsto dalla teoria BCS, oppure è un meccanismo diverso simile a quello proposto

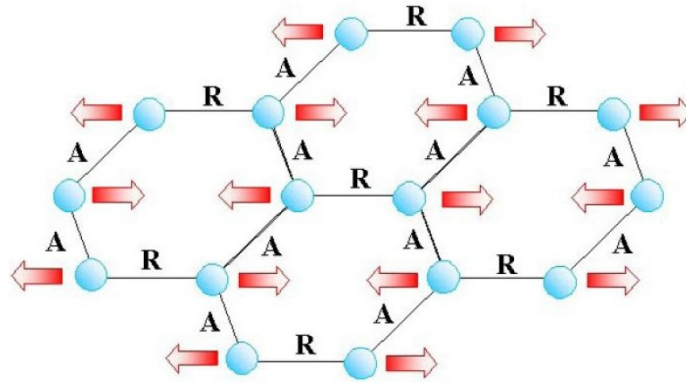
per i cuprati. A questo scopo, sono stati condotti esperimenti per mettere in luce l'effetto isotopico [25] e avere quindi informazioni sui meccanismi che danno luogo alla superconduttività nei materiali. Il risultato di questi esperimenti è che l'interazione responsabile della formazione delle coppie di Cooper è l'interazione elettrone fonone descritta nella teoria BCS. Infatti, sostituendo  $^{11}\text{B}$  con l'isotopo più leggero  $^{10}\text{B}$  aumenta la  $T_c$  di circa un kelvin. La sostituzione dell'isotopo  $^{24}\text{Mg}$  al posto di  $^{25}\text{Mg}$  produce, invece, uno spostamento trascurabile di  $T_c$  (vedi Fig. 3.3).



**Figura 3.3:** Transizione superconduttiva dell' $\text{MgB}_2$  ottenuta da misure di magnetizzazione in funzione della temperatura in campioni con vari tipi di isotopi di Mg e B. Sostituzioni di  $^n\text{Mg}$  al  $^{25}\text{Mg}$  non mostrano significativi spostamenti di  $T_c$ , contrariamente a quello che accade sostituendo  $^{11}\text{B}$  con  $^{10}\text{B}$  [25].

Nonostante la conferma che l'accoppiamento tra elettroni è mediato dai fononi, il differente comportamento dei due isotopi non è aspettato dalla teoria BCS. Questa osservazione implica l'esistenza di un meccanismo più complesso di quello che si ha nei SC convenzionali. Il fatto che la sostituzione del Mg abbia un effetto trascurabile, rispetto alla sostituzione del B, mostra che il potenziale di interazione elettrone-fonone è più forte nei modi vibrazionali in 2D che coinvolgono gli atomi di boro, rispetto ai modi in 3D che coinvolgono anche gli atomi di magnesio. In particolare, un modo di vibrazione (fonone ottico) chiamato  $E_{2g}$  (in cui gli esagoni di boro si deformano come se fossero tirati e spinti da due angoli opposti) è quello che maggiormente favorisce l'accoppiamento superconduttivo (vedi Fig. 3.4). Dato che gli elettroni, a differenza di un normale metallo, non possono diffondere in tutta la cella unitaria, ma sono vincolati a stare lungo i legami B-B nel piano, le vibrazioni nel piano degli atomi di boro distorcendo gli esagoni perturbano

significativamente gli stati elettronici dando luogo a un forte accoppiamento elettrone-fonone. Il risultato è che gli elettroni della banda  $\sigma$ , che sono vincolati ai piani di boro, daranno luogo a un gap superconduttivo maggiore di quelli relativi alla banda  $\pi$ . Nel 2002, Choi e collaboratori [26] hanno calcolato il valore medio dei gap di energia a 4 K, ottenendo 6.8 meV per la banda  $\sigma$  e 1.8 meV per la banda  $\pi$ .



**Figura 3.4:** Rappresentazione schematica del modo vibrazionale  $E_{2g}$ . Gli stretching dei legami degli atomi di B sono rappresentati dalla lettera R, invece le oscillazioni attorno all'angolo di legame sono indicate con la lettera A [26].

Il forte accoppiamento elettrone-fonone, che coinvolge gli elettroni della banda  $\sigma$ , probabilmente è anche il motivo di una  $T_c$  molto più alta di quella dei SC convenzionali (con  $T_c \lesssim 10$  K) in cui si ha lo stesso meccanismo di accoppiamento.

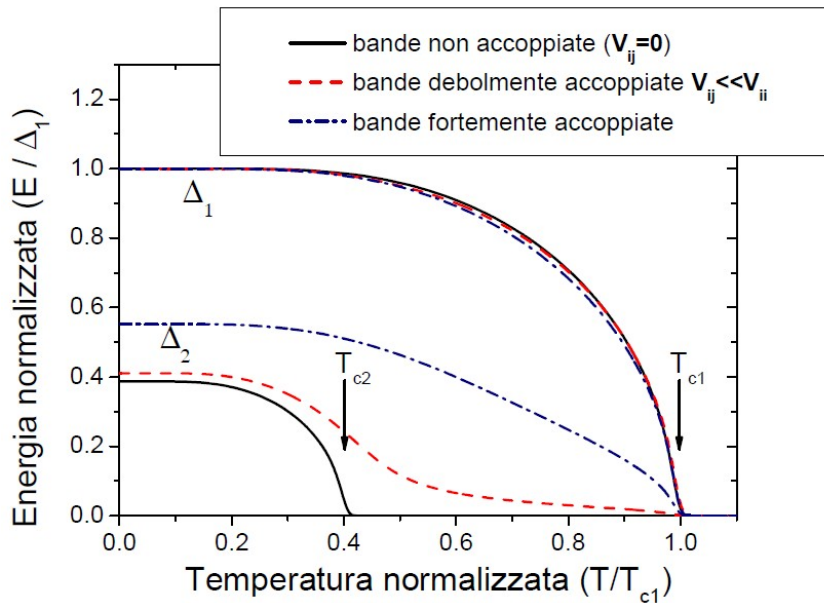
### 3.2.2 Superconduttività multibanda

La teoria classica della superconduttività elaborata nel 1957 da Bardeen, Cooper e Schrieffer si riferisce al caso di materiali in cui una sola banda elettronica attraversa il livello di Fermi. Il caso di riferimento era infatti quello di metalli semplici, in cui generalmente la banda di conduzione è unica; lo stesso vale in generale per (quasi) tutti i superconduttori che erano noti all'epoca e che noi oggi chiamiamo "convenzionali". Tuttavia, esistono molti materiali in cui ci sono più bande di energia diverse tra loro che attraversano il livello di Fermi, formate dalla sovrapposizione di orbitali atomici diversi. È il caso, per esempio, dei metalli di transizione in cui le bande in questione sono quelle formate dagli orbitali  $s$  e  $d$ . La possibilità che in un materiale siffatto potesse svilupparsi la superconduttività fu presa in considerazione per la prima volta teoricamente da Suhl e Matthias in uno storico articolo del 1959, nel caso più semplice di due bande di energia [27]. Innanzitutto, bisogna dire che non è detto che tutte le bande di conduzione contribuiscano necessariamente alla superconduttività. Detto questo, consideriamo prima che ciascuna banda, col suo accoppiamento elettrone fonone, sia separata dalle altre e si comporti come se fosse l'unica. In



questo modo, otterremo che ad ogni banda corrisponderà una  $T_c$  diversa. Supponiamo che la prima abbia temperatura critica  $T_{c1}$ , maggiore delle bande rimanenti con la stessa temperatura critica  $T_{c2}$ .

Suhl e Matthias ipotizzarono l'esistenza di uno scattering interbanda (IS), che consiste nel processo in cui la quasi-particella eccitata, corrispondente a una banda, emette un fonone che viene assorbito da un'altra quasi-particella nell'altra banda. Il risultato dell'analisi di Suhl fu che, quando c'è un overlap delle bande vicino al livello di Fermi, lo scattering IS gioca un ruolo importante. Nel caso più semplice di due sole bande, il potenziale di accoppiamento è una matrice  $2 \times 2$  con i termini diagonali che descrivono l'accoppiamento intrabanda ( $V_{ii}$ ) e quelli fuori diagonale che descrivono l'accoppiamento interbanda ( $V_{ij}$ ). In generale, un sistema a due bande ha due diversi gap di energia (Fig. 3.5) il cui andamento con la temperatura dipende dall'intensità dell'accoppiamento interbanda ( $V_{ij}$ ) rispetto a quello intrabanda ( $V_{ii}$ ). A meno che le bande non siano del tutto disaccoppiate ( $V_{ij} = 0$ ), cioè due set di elettroni di bande differenti sono indipendenti, tali gap chiudono però sempre alla stessa  $T_c$ . Quindi è come se la banda più "forte"



**Figura 3.5:** Alcuni esempi delle previsioni della teoria BCS a due bande, relativamente all'andamento dei gap di energia in funzione della temperatura. Nel caso di bande completamente disaccoppiate (linee continue) si hanno due gap di energia e due temperature critiche diverse. Se l'accoppiamento interbanda è debole (ossia molto minore di quello intrabanda) si ha una sola temperatura critica ma il gap minore mostra una caratteristica "coda" (linea tratteggiata). Al crescere dell'accoppiamento interbanda (linea a tratti e punti), l'andamento del gap piccolo si avvicina sempre di più alla tipica curva prevista dalla teoria BCS.

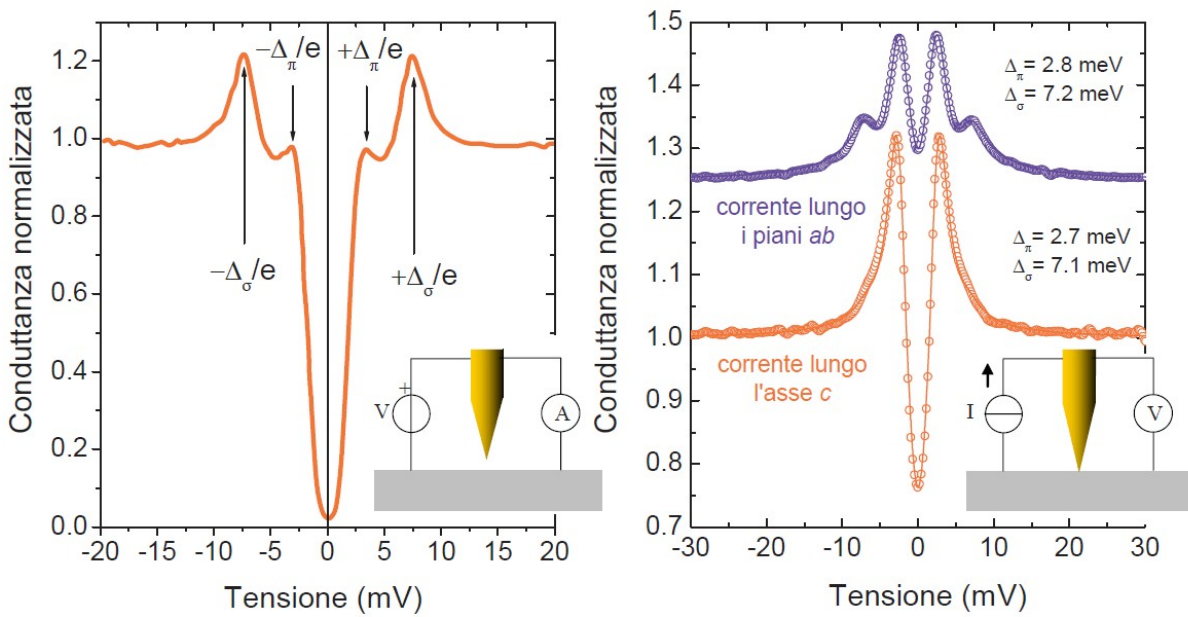
aumentasse la  $T_c$  di quella più "debole". Evidenze sperimentali indirette di possibile superconduttività a più bande prima dell' $\text{MgB}_2$  sono molto rare; esse furono trovate nel

niobio, attraverso un'analisi accurata di misure di calore specifico e di spettroscopia tunnel, nel 1970 [28, 29]. Il motivo di ciò è la presenza di impurità nei campioni responsabile di un forte IS, tale da rendere uguali tutti i gap delle relative bande di conduzione.

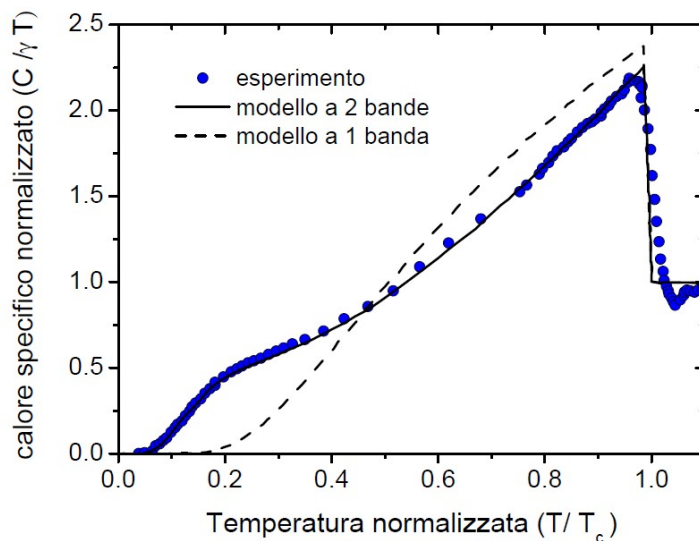
### 3.2.3 Misure dei gap dell'MgB<sub>2</sub>

Nonostante le bande dell'MgB<sub>2</sub> siano quattro, è possibile una descrizione molto accurata del SC assumendo che le bande simili si comportino nello stesso modo e adottando quindi un modello a due sole bande,  $\sigma$  e  $\pi$  [30]. Tipicamente, il modo più diretto per osservare la presenza di gap è misurare la densità degli stati in funzione dell'energia, per esempio con la spettroscopia ad effetto tunnel. Questo perché, se si dà alle coppie di Cooper un'energia sufficiente a romperle, gli elettroni eccitati in uno stato di quasi-particella occuperanno stati con energia poco superiore al gap producendo un picco della densità di stati in prossimità del gap. Si può dimostrare che a basse temperature la derivata della corrente di tunnel rispetto alla tensione applicata ai capi della giunzione  $dI/dV$  (detta conduttanza differenziale) è proporzionale alla densità degli stati. La Fig. 3.6 (a sinistra) riporta la conduttanza, normalizzata ad un valore opportuno, ottenuta a 4.2 K in un campione di MgB<sub>2</sub> policristallino [31]. Sono chiaramente visibili 4 picchi (due per ogni polarità della tensione applicata) la cui posizione dà una misura approssimativa dell'ampiezza dei due gap di energia, ossia  $\Delta_\sigma \approx 7$  meV e  $\Delta_\pi \approx 3$  meV. Un'altra tecnica sperimentale rivelatasi molto utile proprio nello studio dell'MgB<sub>2</sub> è la spettroscopia a contatto puntuale direzionale (PCS). Due esempi di spettri ottenuti mediante questa tecnica, iniettando la corrente lungo direzioni diverse in un cristallo singolo, sono mostrati in Fig. 3.6 (a destra) [32]. Sebbene siano chiaramente visibili le strutture legate ai due gap, una determinazione precisa della loro ampiezza richiede generalmente una procedura di adattamento del modello teorico ai dati sperimentali; i valori di  $\Delta_\sigma$  e  $\Delta_\pi$  ottenuti in questo modo ( $7.1 \pm 0.1$  meV e  $2.8 \pm 0.05$  meV) sono in ottimo accordo con le misure di tunnel e, soprattutto, con le previsioni teoriche.

La presenza dei due gap si manifesta in maniera molto evidente nelle misure del calore specifico. Come abbiamo detto nel Capitolo 1, il calore specifico elettronico nei SC, per  $T < T_c$ , manifesta un salto e un andamento con la temperatura esponenziale, a basse  $T$ , dovuto alla presenza di un gap di energia. Come è possibile vedere in Fig. 3.7 (simboli) [33], nell'MgB<sub>2</sub> l'andamento del calore specifico non è esponenziale, se non a temperature molto basse corrispondenti ad energie minori di  $\Delta_\pi$ , ed è in completo disaccordo con la teoria BCS a singola banda. Tenendo conto, invece, del contributo delle due bande al calore specifico (curva continua), si ottiene invece un ottimo accordo con i dati sperimentali. In particolare, i risultati mostrati in Fig. 3.7 sono stati ottenuti considerando i portatori



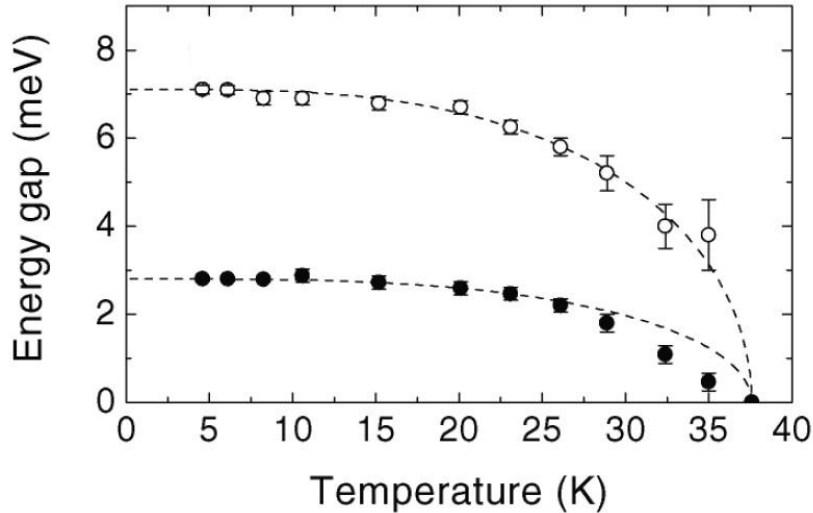
**Figura 3.6:** A sinistra: curva di conduttanza in funzione di  $V$  per una giunzione a effetto tunnel (schematizzata nel disegno) in cui la corrente è iniettata lungo i piani  $ab$  [31]. La curva è normalizzata ad un valore fisso; i quattro picchi indicano le ampiezze dei due gap. A destra: due curve di conduttanza normalizzate, ottenute mediante spettroscopia a contatto puntuale (PCS) iniettando la corrente lungo l'asse  $\hat{c}$  (punti rossi) e lungo i piani  $ab$  (punti blu). Le linee continue sono le funzioni teoriche che meglio si adattano ai dati sperimentali [32].



**Figura 3.7:** Calore specifico (normalizzato) in funzione della temperatura per l'MgB<sub>2</sub>. I simboli rappresentano punti sperimentali tratti da [33]; la linea tratteggiata indica la previsione della teoria BCS a singola banda, mentre la linea continua indica la curva di best fit dei dati ottenuta nell'ambito di un modello a due bande [32].

provenienti dalle due bande indipendenti e con peso relativo del 55% per la banda  $\pi$  e 45% per la banda  $\sigma$ .

Con le misure di effetto tunnel è possibile ottenere l'andamento delle due gap in funzione della temperatura [34]. La Fig. 3.8 mostra che a basse temperature i gap sono ben distinti e che entrambi si chiudono alla stessa  $T_c$ .



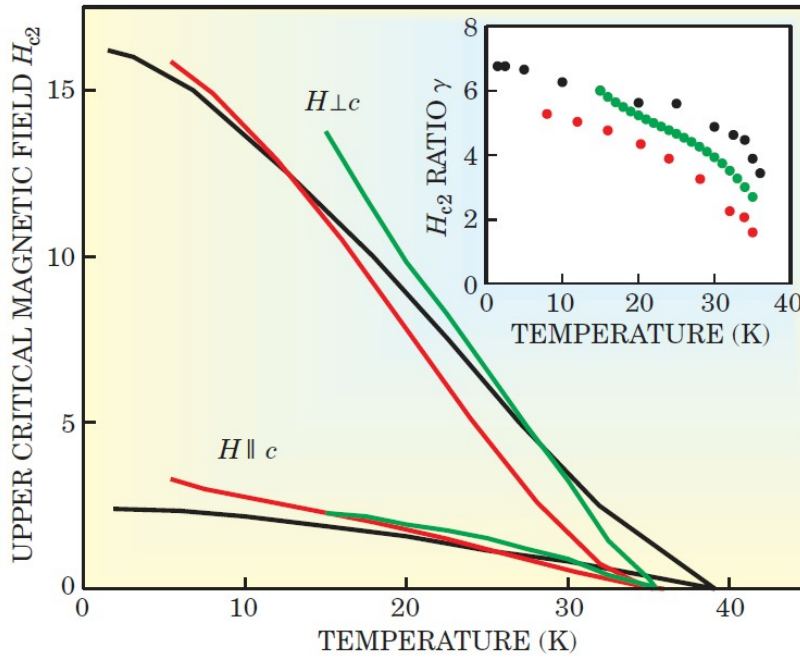
**Figura 3.8:** Andamenti con la temperatura dei due gap dell'MgB<sub>2</sub>, ottenuti con la spettroscopia a effetto tunnel. Le curve tratteggiate sono gli andamenti previsti dalla teoria BCS a due bande [34].

La presenza delle due bande è osservata anche in campioni di MgB<sub>2</sub> di bassa qualità. Mazin suggerisce che questo potrebbe essere legato alla particolare struttura delle bande [35]. Infatti, come abbiamo visto, le due bande hanno origine da dimensionalità diverse e gli elettroni, facendo parte di orbitali diversi, hanno parità diverse. Questo fa sì che il termine IS sia più piccolo del termine di scattering intrabanda e che i due gap abbiano valori differenti ma si chiudano alla stessa  $T_c$ .

### 3.3 Proprietà magnetiche

La particolare struttura cristallina conferisce all'MgB<sub>2</sub> proprietà di anisotropia che si manifestano nell'esistenza di due campi magnetici critici superiori  $H_{c2\perp}$  e  $H_{c2\parallel}$  associati rispettivamente alle direzioni cristalline parallele al piano  $ab$  e all'asse cristallino  $\hat{c}$ . Misure della dipendenza dalla temperatura di  $H_{c2}$  in campioni con struttura diversa (film, bulk, fili, monocristalli) hanno mostrato un ampio intervallo di valori per  $H_{c2}(0)$  che va da 25 kG a 320 kG. Un risultato diverso si ottiene per  $H_{c1}$  che mostra valori in un intervallo più ristretto, tra 270 e 480 G, e diversamente dal campo magnetico superiore non

presente anisotropia. In Fig. 3.9 sono mostrati gli andamenti con la temperatura dei due campi critici superiori  $H_{c2\perp}$  e  $H_{c2\parallel}$ , in campioni policristallini (linea rossa) e in campioni monocristallini (linee verde e nera). Da tali andamenti è possibile notare che il valore di campo magnetico che distrugge la superconduttività dipende fortemente dall'orientazione del campo rispetto all'asse cristallografico  $\hat{c}$ ; inoltre, le curve mostrano caratteristiche simili nonostante provengano da campioni con struttura (monocristallini e policristallini) e qualità ( $36 \text{ K} < T_c < 40 \text{ K}$ ) differenti.



**Figura 3.9:** Andamenti con la temperatura di  $H_{c2\perp}$  e  $H_{c2\parallel}$  in campioni policristallini (linea rossa) e in campioni monocristallini (linee verde e nera). L'inserto mostra l'andamento del rapporto  $\gamma = H_{c2\perp}/H_{c2\parallel}$  ricavato dagli stessi set di dati [36].

L'anisotropia dei campi critici può essere descritta dal rapporto  $\gamma = H_{c2\perp}/H_{c2\parallel}$ . L'andamento riportato in Fig. 3.9 mostra una forte anisotropia, con  $\gamma \simeq 6$ , soprattutto a basse temperature. La coesistenza di due gap nell'MgB<sub>2</sub> dà luogo anche a una forte dipendenza dalla temperatura di  $\gamma^1$ , che può essere spiegata con la struttura a più bande della superficie di Fermi dell'MgB<sub>2</sub> [37]. Infatti, a basse temperature è dominante la banda  $\sigma$  che per la sua natura planare determina una forte anisotropia; man mano che la temperatura cresce, la banda  $\pi$ , col gap più piccolo, comincia a diventare sempre più influente. Siccome la banda  $\pi$  è più isotropa, quando il suo contributo cresce rispetto alla banda  $\sigma$  il campo critico  $H_{c2}$  diventa meno anisotropo e il fattore  $\gamma$  diminuisce sensibilmente.

<sup>1</sup>Nei SC convenzionali  $\gamma$  varia al massimo del 10%-20% con la temperatura.

### 3.3.1 Flussoni nell'MgB<sub>2</sub>

Le proprietà magnetiche dei SC sono strettamente legate alle caratteristiche dei flussoni. Come abbiamo già detto nel Capitolo 1, il raggio del core di un flussone è dell'ordine di grandezza della lunghezza di coerenza  $\xi$ . Per ricavare informazioni sui flussoni e sulle grandezze ad essi legate è necessaria una stima del parametro  $\xi$ . Possiamo avere una stima di  $\xi$  usando l'espressione (1.31) ricavata dalla teoria BCS, che riscriviamo

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta}, \quad (3.1)$$

dove  $v_F$  è la velocità di Fermi e  $\Delta$  è il gap superconduttivo.

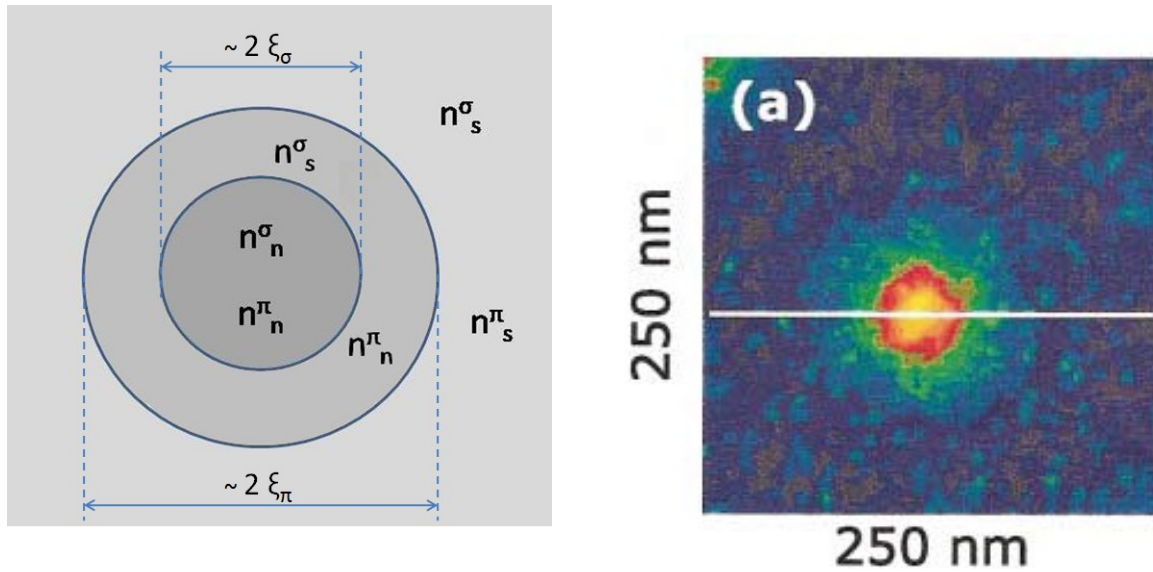
Poiché l'MgB<sub>2</sub> è caratterizzato da due gap, a ciascuno di essi, per la (3.1), corrisponde una differente lunghezza di coerenza delle funzioni d'onda delle coppie di Cooper associate a una banda o all'altra; nel caso specifico, quella associata alla banda  $\pi$  sarà maggiore di quella associata alle coppie di Cooper della banda  $\sigma$ . Con misure eseguite con la tecnica di *vortex imaging*, effettuate tramite spettroscopia a effetto tunnel in campioni monocristallini, è stato possibile misurare i valori della lunghezza di coerenza relativi alle bande  $\pi$  e  $\sigma$ ; i risultati riportati in letteratura forniscono i valori  $\xi_\pi \approx 50$  nm e  $\xi_\sigma \approx 10$  nm [38].

Le lunghezze di coerenza possono essere anche calcolate utilizzando la (3.1), sostituendo i valori dei gap a 0 K ( $\Delta_\pi = 2.8$  meV e  $\Delta_\sigma = 7.1$  meV) ottenuti da misure di spettroscopia tunnel, visti nel paragrafo precedente, e i valori delle relative velocità di Fermi ( $v_F^\pi \simeq 5.4 \times 10^5$  m/s e  $v_F^\sigma \simeq 4.4 \times 10^5$  m/s). Dal calcolo si ottengono per le lunghezze di coerenza  $\xi_\pi = 40$  nm e  $\xi_\sigma = 12$  nm, che sono in buon accordo con i valori misurati con la tecnica di *vortex imaging* [38].

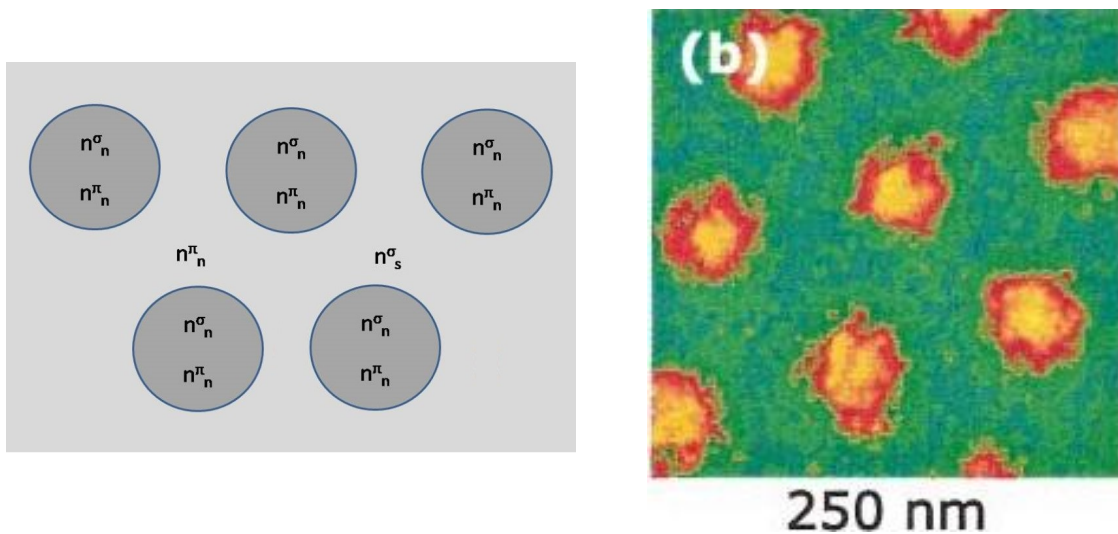
Un problema molto interessante è capire come le due lunghezze di coerenza determinino la struttura del singolo flussone. Misure di *vortex imaging* hanno mostrato che il flussone nell'MgB<sub>2</sub> ha una struttura unica, formata da due flussoni concentrici che formano un doppio core (Fig. 3.10); il più interno, cioè quello di raggio più piccolo, ha dimensione  $\xi_\sigma$  e il più grande ha dimensione  $\xi_\pi$ .

Come già detto nel Paragrafo 1.2,  $H_{c2}$  è il campo applicato a cui i core occupano l'intero volume del superconduttore, cioè appena essi si sovrappongono. Nell'MgB<sub>2</sub>, però ci sono due core concentrici le cui dimensioni sono associate ai valori di  $\xi$ , quindi è possibile individuare due campi a cui i core si sovrappongono; uno associato alla banda  $\sigma$ ,  $H_{c2}^\sigma$ , e uno alla banda  $\pi$ ,  $H_{c2}^\pi$ .

Quando viene applicato un campo magnetico esterno pari ad  $H_{c2}^\pi$ , i core associati alla banda  $\pi$  si sovrappongono, mentre i core associati alla banda  $\sigma$  sono ancora separati. Per



**Figura 3.10:** A sinistra: rappresentazione schematica di un flussone a doppio core per un campo magnetico applicato minore di  $H_{c2}^\pi$ . A destra: immagine spettroscopica a falsi colori di un singolo vortice indotto da un campo applicato di 500 G a  $T = 2$  K [38].



**Figura 3.11:** A sinistra: rappresentazione schematica del reticolo di flussoni per campi compresi tra  $H_{c2}^\pi$  e  $H_{c2}^\sigma$ . A destra: immagine spettroscopica a falsi colori del reticolo di vortici indotti da un campo applicato di 2 kG a  $T = 2$  K [38].

campi magnetici compresi tra  $H_{c2}^\pi$  e  $H_{c2}^\sigma$  si determina una configurazione particolare per cui nel SC sono presenti elettroni normali legati alla banda  $\pi$ , ed elettroni sia normali sia superconduttivi legati alla banda  $\sigma$ . Quindi si hanno ancora elettroni superconduttivi ma della sola banda  $\sigma$ , per cui il campione è ancora nello stato SC. Il reticolo di flussoni in questo stato può essere schematizzato come in Fig. 3.11 (a sinistra), mentre in Fig. 3.11 (a destra) è riportata un'immagine ottenuta con il metodo di vortex imaging.

Per valori di campo magnetico uguale ad  $H_{c2}^\sigma$ , si sovrappongono anche i core legati alla banda  $\sigma$ , in questo caso si annulla anche la concentrazione di coppie di Cooper legata alla banda  $\sigma$  portando il SC nello stato normale. Alcuni autori [38] hanno calcolato i valori di  $H_{c2}^\sigma$  e  $H_{c2}^\pi$ , tenendo conto delle due rispettive lunghezze di coerenza, ottenendo  $H_{c2}^\pi \approx 1.3$  kG ed  $H_{c2}^\sigma \approx 31$  kG. Dal confronto con i dati sperimentali [22], si osserva che il valore del campo  $H_{c2}^\sigma$  calcolato teoricamente è compatibile col valore del campo magnetico  $H_{c2\parallel}$  che porta tutto il campione SC allo stato normale.

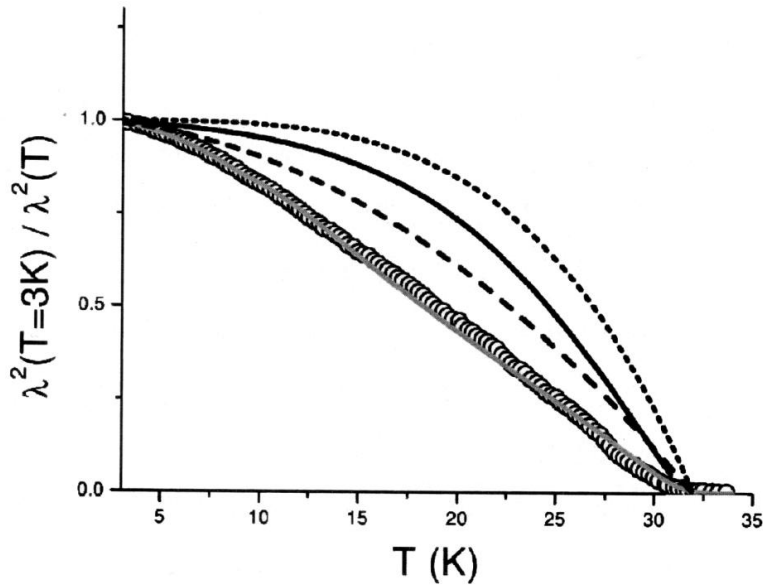
### 3.3.2 Lunghezza di penetrazione

I valori riportati in letteratura della lunghezza di penetrazione  $\lambda(0)$  dell'MgB<sub>2</sub> cadono nell'intervallo da 80 a 200 nm [22]. Lo studio dell'andamento con la temperatura della lunghezza di penetrazione è importante perché permette di ottenere una stima della densità delle coppie di Cooper dalla relazione  $n_s/n = \lambda^2(0)/\lambda^2(T)$ . Come si vede in Fig. 3.12, misure di  $\lambda(T)$  nell'MgB<sub>2</sub> hanno portato alla luce una dipendenza circa lineare di  $n_s$  dalla temperatura. I dati sperimentali della Fig. 3.12 (cerchi) sono stati ottenuti da misure di trasmissione ottica in film di MgB<sub>2</sub> [39]; da tali dati si nota che soltanto a basse temperature essi si discostano da una legge lineare. Le linee, piena e punteggiata, ottenute da calcoli dalla teoria BCS e dal modello di Gorter e Casimir, riproducono l'andamento della lunghezza di penetrazione nei SC convenzionali [16]. La linea tratteggiata rappresenta, invece, la legge empirica  $[1 - (T/T_c)^2]$ , che spesso si adatta ai dati sperimentali relativi alla penetrazione di London negli HTS. Dal confronto mostrato in Fig. 3.12 delle varie curve, solo la linea grigia si adatta bene ai dati sperimentali; questa è ottenuta usando il modello a due bande proposto da Moca [39], che calcola la lunghezza di penetrazione come media pesata del contributo delle due bande. Il miglior adattamento di questi dati con i dati sperimentali si ottiene considerando predominante il contributo della banda  $\pi$  (con peso di circa 85%).

## 3.4 Effetti della granularità nell'MgB<sub>2</sub>

Come è stato detto nel Paragrafo 1.7, la presenza dei GB causa una riduzione della corrente critica nei SC che dipende fortemente dall'intensità del campo magnetico, dando origine a meccanismi dissipativi ed effetti non lineari nella risposta *em*. Dopo la scoperta della superconduttività dell'MgB<sub>2</sub>, sono stati fatti molti lavori per capire l'influenza dei GB sulle proprietà superconduttive in questo SC. Larbalestier e collaboratori [40] hanno mostrato, con misure di magnetizzazione, che campioni granulari di MgB<sub>2</sub> possono sopportare alte densità di corrente, suggerendo che nell'MgB<sub>2</sub> i GB non agiscono da weak



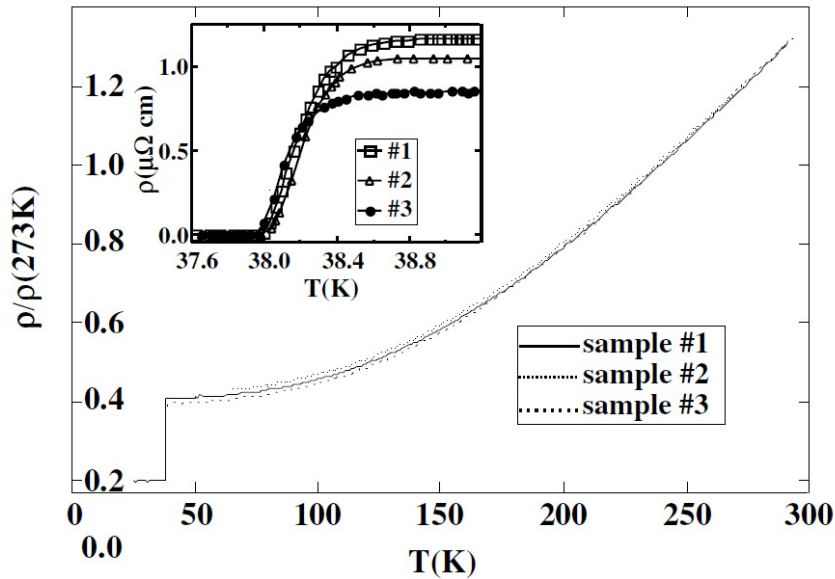


**Figura 3.12:** Andamento con la temperatura della lunghezza di penetrazione di London in un film di MgB<sub>2</sub>. I cerchi rappresentano i dati sperimentali; la linea continua è ricavata dalla teoria BCS; la linea punteggiata dal modello a due fluidi; la linea tratteggiata dalla legge empirica  $[1 - (T/T_c)^2]$  e la linea grigia dal modello a due bande [39].

link. Successivamente, Bugoslavsky [41] e Finnemore [42] hanno confermato questa conclusione notando che i GB sono trasparenti per le supercorrenti. La ragione di questo comportamento dell'MgB<sub>2</sub>, differente dai cuprati, può essere legata al fatto che la lunghezza di coerenza dell'MgB<sub>2</sub> (circa 10 nm) è più grande di quella dei cuprati, perciò i grani nell'MgB<sub>2</sub> sono ben accoppiati. Un altro motivo potrebbe essere legato alla natura dei GB, infatti nell'MgB<sub>2</sub> essi sono predominantemente di tipo metallico e formano giunzioni di tipo S-N-S, a differenza dei SC cuprati dove sono quasi isolanti; in ogni caso, è stato mostrato che solo una piccola parte dei GB si comporta da weak link.

Nel 2003 Rowell [43] ha riaperto la questione sul ruolo dei GB nell'MgB<sub>2</sub>. L'autore ha esaminato la dipendenza dalla temperatura della resistività DC di molti campioni di MgB<sub>2</sub>, da campioni cristallini a film, nell'intervallo di temperature da  $T_c$  a 300 K. Molti di questi campioni esibiscono una resistività nello stato normale più di cinque ordini di grandezza più grande rispetto a campioni monocristallini o film. Inoltre, in letteratura si trova una grande variabilità sia di  $\rho(T_c)$  che di  $\Delta\rho \equiv \rho(300 \text{ K}) - \rho(T_c)$ . Infine, è stata osservata una dipendenza dalla temperatura nello stato normale del tipo  $\rho \propto T^2$ .

In Fig. 3.13 è mostrata la resistività normalizzata di un campione monocristallino misurata perpendicolarmente all'asse  $\hat{c}$ . In questo campione, la resistività a 300 K è addirittura comparabile a quella del rame, ma la cosa più importante è che  $\Delta\rho$  riscontrata è diversi ordini di grandezza più piccola di quella osservata in una grande varietà di

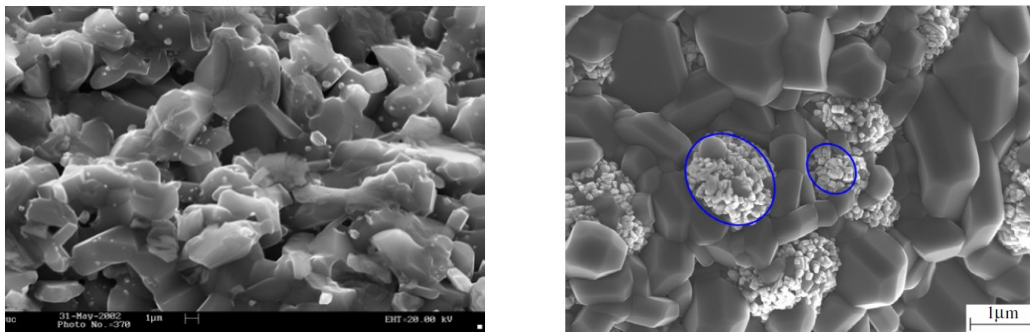


**Figura 3.13:** Andamento con la temperatura della resistività, normalizzata al valore di  $\rho$  a  $T = 273$  K, di un campione monocristallino di MgB<sub>2</sub> misurata perpendicolarmente all'asse  $\hat{c}$  [43].

campioni di MgB<sub>2</sub>; essa è più piccola di un fattore cinque rispetto a quella misurata in alcuni film. Per comprendere l'origine di tale comportamento, Rowell ha confrontato la resistività dell'MgB<sub>2</sub> con quella dell'YBCO, del Nb<sub>3</sub>Sn e dell'Al in forma granulare. La somiglianza del comportamento di  $\Delta\rho$  in un film di Al granulare drogato con ossigeno e di vari campioni di YBCO (seppur in modo meno evidente) ha portato a pensare che la ragione del particolare comportamento dell'MgB<sub>2</sub> sia legata a effetti intergrano. Infatti, a seconda di come viene preparato il campione, nei GB dell'MgB<sub>2</sub> possono essere presenti differenti quantità di MgO e BO<sub>x</sub> che essendo isolanti possono disconnettere i grani fra loro; inoltre essi riducono l'area effettiva della sezione trasversale del campione attraversata dalla corrente, producendo un forte aumento del valore determinato sperimentalmente della resistività<sup>2</sup> dell'MgB<sub>2</sub> e, di conseguenza, una riduzione della corrente critica  $J_c$ . Alcuni GB, a seconda del loro spessore, possono comunque permettere il passaggio della corrente per effetto tunnel, ma molti altri possono essere completamente isolanti. Uno studio fatto da Klie [44] su vari campioni policristallini di MgB<sub>2</sub> ha mostrato l'esistenza di due tipi di GB. Il primo è costituito da tre strati BO<sub>x</sub>/MgO/BO<sub>x</sub>, in cui gli strati di BO<sub>x</sub> sono spessi circa 2 nm; invece lo strato nel mezzo di MgO è spesso circa 10 nm. Questo tipo di GB isola completamente i grani perché il suo spessore è grande rispetto alla lunghezza di coerenza dell'MgB<sub>2</sub>. Il secondo tipo di GB consiste in uno strato di BO<sub>x</sub>

<sup>2</sup>Questo perché si misura la resistenza e si divide per la superficie del campione senza considerare che essa può essere ridotta.

con uno spessore che può variare da 1 a 3 nm, perciò essendo minore di  $\xi$  costituisce una giunzione con i grani di tipo S-I-S o S-N-S, a seconda che  $\text{BO}_x$  si comporti da conduttore o isolante. L'effetto delle giunzioni, come abbiamo detto nel Paragrafo 1.7, è quello di abbassare la corrente critica e aumentare la resistenza residua del campione. Lo stesso risultato si ha se al posto degli ossidi nei GB vi sono dei pori, a questo proposito alcuni esperimenti fatti da Feng [45] e Zhao [46] hanno mostrato che drogando l' $\text{MgB}_2$  con Zr o Ti si riduce la porosità del campione e conseguentemente la corrente critica aumenta. In Fig. 3.14 (a sinistra) è possibile vedere un'immagine SEM di un campione di  $\text{MgB}_2$  con la presenza di pori.



**Figura 3.14:** A sinistra: immagine SEM di un campione di  $\text{MgB}_2$  policristallino con la presenza di pori [43]. A destra: immagine SEM di un campione di  $\text{MgB}_2$  policristallino, ottenuto da polvere di boro, con la presenza di  $\text{MgO}$  nei GB [47]. I cerchi individuano i cluster di  $\text{MgO}$ .

Negli HTS, si osserva una variabilità più piccola di  $\Delta\rho$  rispetto all' $\text{MgB}_2$  perché i GB costituiscono certamente dei weak link, ma a differenza dell' $\text{MgB}_2$ , sono chimicamente “puliti”, cioè non sono presenti significative concentrazioni di impurezze.

Jiang e collaboratori [47] hanno studiato l'effetto della presenza di  $\text{B}_2\text{O}_3$  nelle polveri di boro usate per sintetizzare campioni di  $\text{MgB}_2$ , che sono responsabili della presenza di  $\text{MgO}$  nei GB (vedi Fig. 3.14, a destra). Essi hanno mostrato che usando polveri di boro purificate la resistività nello stato normale dell' $\text{MgB}_2$  si riduce di un fattore 2-3 rispetto a quella misurata in campioni sintetizzati da polveri non purificate.

Nonostante la grande variabilità di  $\Delta\rho$ , in tutti i campioni non si sono riscontrate significative variazioni di  $T_c$  e dell'andamento di  $\Delta\rho$  con la temperatura. Questo risultato è in accordo con le previsioni di Mazin [35] motivate dal fatto che nell' $\text{MgB}_2$  anche nel limite “sporco”, il termine di scattering interbanda è molto più piccolo dei due termini di scattering intrabanda delle bande  $\sigma$  e  $\pi$ , quindi anche in questo limite continueranno ad esserci due bande distinte e la  $T_c$  rimane circa la stessa. L'aumento dei termini di scattering intrabanda, dovuto agli ossidi produce, invece, un forte incremento di  $\Delta\rho$  nel campione.

Per classificare in qualche modo la purezza di un campione Rowell ha proposto un'espressione che quantifica l'area effettiva della sezione trasversale,  $A_F$ , definita come

$$A_F = \frac{\Delta\rho_{ideale}}{[\rho(300\text{ K}) - \rho(T_c)]}, \quad (3.2)$$

dove  $\Delta\rho_{ideale} = [\rho_{ideale}(300\text{ K}) - \rho_{ideale}(T_c)]$  è la variazione caratteristica della resistività nello stato normale di un campione di MgB<sub>2</sub> con grani ben connessi tra loro e  $\rho(T)$  è la resistività effettivamente misurata nel campione alle due temperature. In pratica,  $\delta\rho_{ideale}$  coincide con la resistività dei singoli grani e non tiene conto del fatto che i vari grani possono essere anche disconnessi da weak link.

Rowell ha assunto  $\delta\rho_{ideale} = 4.3\ \mu\Omega\cdot\text{cm}$ , considerando la resistività del piano  $ab$  di un buon cristallo, mentre Jiang e collaboratori hanno assunto  $\delta\rho_{ideale} = 7.3\ \mu\Omega\cdot\text{cm}$ , considerando la resistività di fili di MgB<sub>2</sub> di alta densità. Yamamoto e collaboratori [48] hanno calcolato  $\delta\rho_{ideale}$  aspettata considerando un modello che tiene conto dell'anisotropia dei grani in campioni policristallini; essi hanno mostrato che i risultati ottenuti in una serie di campioni policristallini sono ben giustificati dal loro modello se si usa  $\delta\rho_{ideale} = 6.32\ \mu\Omega\cdot\text{cm}$ .

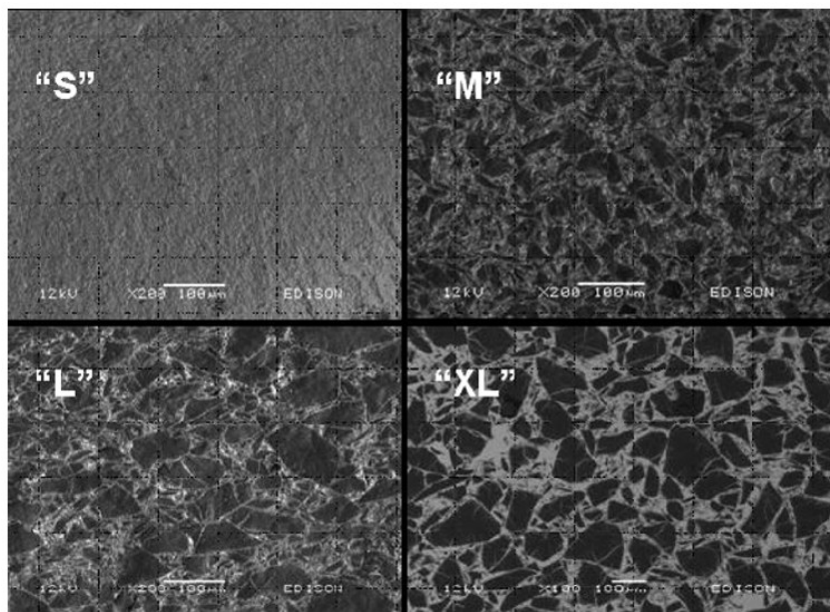
### 3.5 Tecniche di preparazione di campioni di MgB<sub>2</sub>

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, le proprietà dei GB presenti nei campioni di MgB<sub>2</sub> sono molto differenti a seconda della tecnica usata, che influisce sulla quantità di ossidi presenti nei GB. Le tecniche di preparazione dell'MgB<sub>2</sub> si distinguono in due principali categorie: le tecniche *ex situ*, in cui i campioni vengono sinterizzati direttamente dalla polvere di MgB<sub>2</sub> (precedentemente preparata a partire dai due elementi); le tecniche *in situ*, che si basano sulla reazione degli elementi puri. La tecnica di sintesi chiamata *polvere in tubo* (PIT) esiste nelle due varianti, *in situ* ed *ex situ*. Nella variante *in situ*, un tubo metallico viene riempito con una miscela di polvere di boro e polvere di magnesio; il diametro del tubo viene ridotto per estrusione con trafilatura convenzionale. Il cavo così ottenuto viene in seguito riscaldato ad una opportuna temperatura di reazione per sinterizzare l'MgB<sub>2</sub>. Nella variante *ex situ*, il tubo viene riempito con MgB<sub>2</sub> in polvere, ridotto di diametro e riscaldato a temperature comprese tra 800 e 1000 °C.

Un'altra tecnica *in situ* è la tecnica *reactive Mg-liquid infiltration* (Mg-RLI), che consiste nell'infiltrazione di Mg liquido in polvere di boro (la polvere di boro viene posta in uno stampo che determinerà la forma del prodotto finale). Durante l'infiltrazione i due elementi, con rapporto stechiometrico Mg/B  $\approx 0.55$ , reagiscono formando il composto MgB<sub>2</sub>.

Questa tecnica è stata sviluppata da Giunchi e collaboratori alla EDISON SpA [49] e, in particolare, è stata usata per produrre le parti delle cavità di  $\text{MgB}_2$  investigate in questo lavoro di tesi.

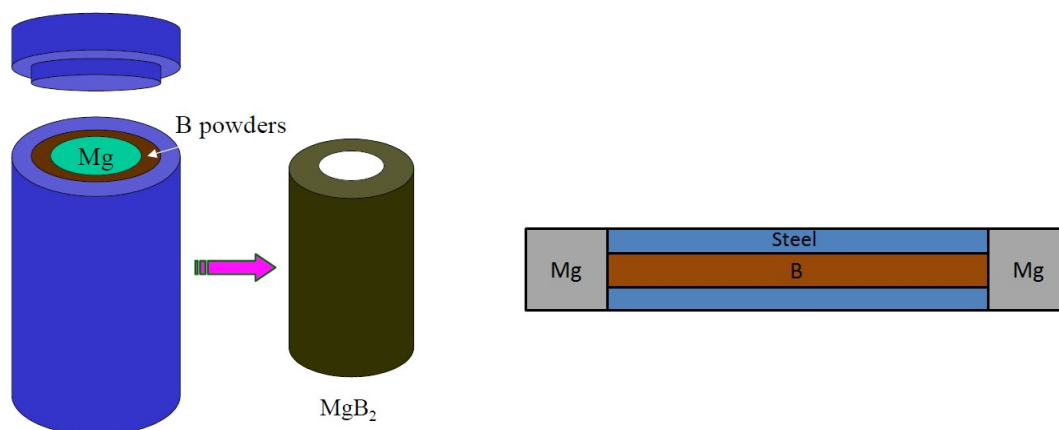
Il vantaggio della tecnica Mg-RLI consiste nella possibilità di ottenere campioni di grandi dimensioni con la forma desiderata. Il materiale ottenuto ha elevata densità ( $\approx 2.4 \text{ gr/cm}^3$ ), che si ottiene senza dover applicare pressioni esterne al contenitore di reazione. Inoltre, il campione preparato con questa tecnica non ha bisogno di essere tenuto in atmosfera protetta per evitare la formazione di ossidi, perché avviene in un contenitore di acciaio inossidabile chiuso. Alla fine della preparazione, si ottiene un campione con grani ben connessi di dimensioni circa uguali a quelle della polvere di boro di partenza e una piccola percentuale di magnesio nelle regioni intergranulari; una certa percentuale di  $\text{Mg}_2\text{B}_{25}$  è presente nelle regioni intragranulari dei campioni ottenuti con grani di boro di dimensione  $\gtrsim 100 \mu\text{m}$ . La presenza di  $\text{Mg}_2\text{B}_{25}$  è dovuta alla formazione di cluster di  $\text{B}_{12}$ , nella polvere di boro, che si legano al magnesio. In Fig. 3.15 sono riportate le immagini SEM di quattro campioni di  $\text{MgB}_2$  con grani di differenti dimensioni.



**Figura 3.15:** Immagine SEM di quattro campioni policristallini preparati con la tecnica Mg-RLI a partire da polveri di boro con grani di dimensioni:  $< 1 \mu\text{m}$  (S),  $< 40 \mu\text{m}$  (M),  $< 100 \mu\text{m}$  (L) e  $< 180 \mu\text{m}$  (XL) [50].

Per preparare campioni cilindrici di  $\text{MgB}_2$ , viene riempito un tubo di acciaio con polvere di boro e con una bacchetta di magnesio al centro. Il sistema viene successivamente trattato termicamente a temperature dell'ordine di  $1000^\circ\text{C}$  per alcune ore; dopo la reazione, il cilindro di acciaio e i residui di magnesio vengono rimossi con una lavorazione meccanica (vedi Fig. 3.16, immagine di sinistra).

Per preparare bacchette di  $\text{MgB}_2$  viene utilizzato un contenitore di acciaio a forma di tubo con diametro interno dell'ordine di qualche millimetro, questo viene riempito con polvere di boro pressata fino a raggiungere la densità di  $1.4 \text{ g/cm}^3$ ; due cilindri di Mg vengono poi messi a contatto con le due estremità del tubo di acciaio. Il sistema successivamente viene trattato termicamente (vedi Fig. 3.16, immagine di destra).



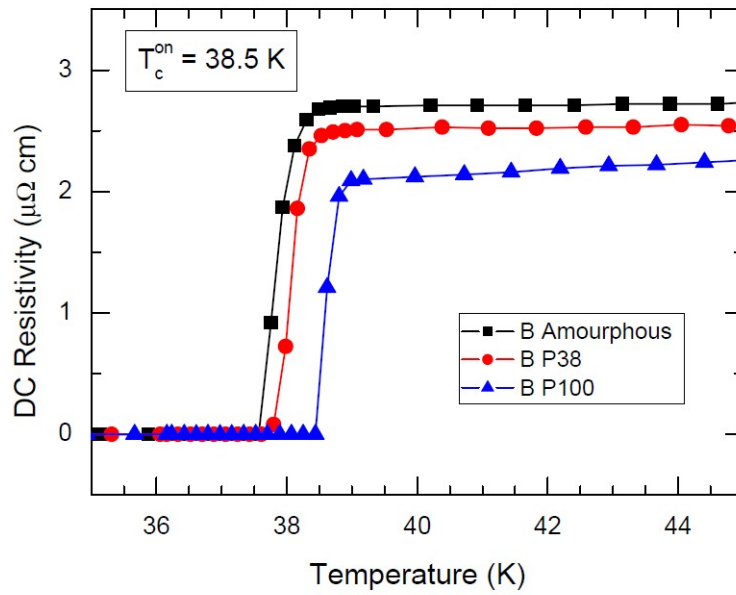
**Figura 3.16:** A sinistra: schema di preparazione di un cilindro di  $\text{MgB}_2$  con la tecnica Mg-RLI. A destra: schema di preparazione di una bacchetta di  $\text{MgB}_2$  con la tecnica Mg-RLI.

Giunchi e collaboratori [50] hanno investigato campioni preparati con la tecnica Mg-RLI a partire da polveri di boro di dimensioni differenti. In particolare, sono state misurate la resistività DC e la densità di corrente critica in funzione della temperatura.

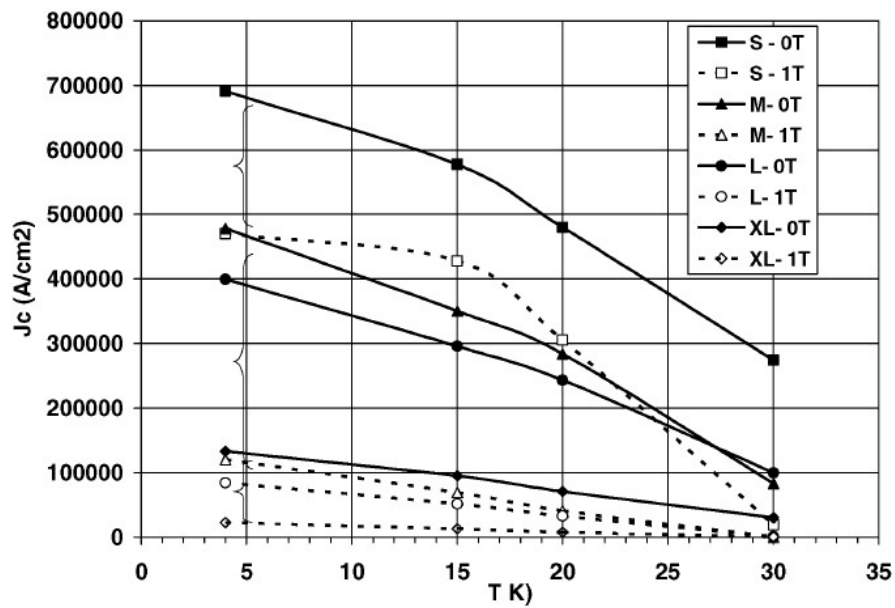
In Fig. 3.17 sono mostrati gli andamenti della resistività DC in funzione della temperatura di campioni di  $\text{MgB}_2$  ottenuti con polveri di boro di dimensioni differenti. **B amorphous** si riferisce a un campione preparato con boro amorfo con dimensioni dei grani dell'ordine di  $1 \mu\text{m}$ ; **B P38** si riferisce a un campione preparato utilizzando boro cristallino con dimensione dei grani  $\leq 38 \mu\text{m}$ ; **B P100** si riferisce a un campione preparato utilizzando boro cristallino con dimensione dei grani  $\leq 100 \mu\text{m}$ .

In Fig. 3.18 sono mostrati gli andamenti della densità di corrente critica in funzione della temperatura, per due differenti valori di campo magnetico DC applicato:  $H = 0 \text{ T}$  e  $H = 1 \text{ T}$ ; le misure si riferiscono ai quattro differenti campioni, di forma rettangolare, mostrati in Fig. 3.15. I risultati mostrati in Fig. 3.18 indicano che la  $J_c$  dell' $\text{MgB}_2$  dipende dalle dimensioni dei grani; in particolare, si vede che i campioni con i grani più piccoli hanno una corrente critica maggiore; la diminuzione della  $J_c$  in presenza di un campo esterno è comunque minore di quella misurata in film di  $\text{MgB}_2$ .

Molti studi, oltre a quelli i cui risultati sono qui riportati, hanno mostrato che i campioni preparati a partire da polvere di boro di dimensioni dei grani dell'ordine di  $1 \mu\text{m}$  hanno migliori proprietà, per esempio migliore connettività dei grani, ridotte perdite di



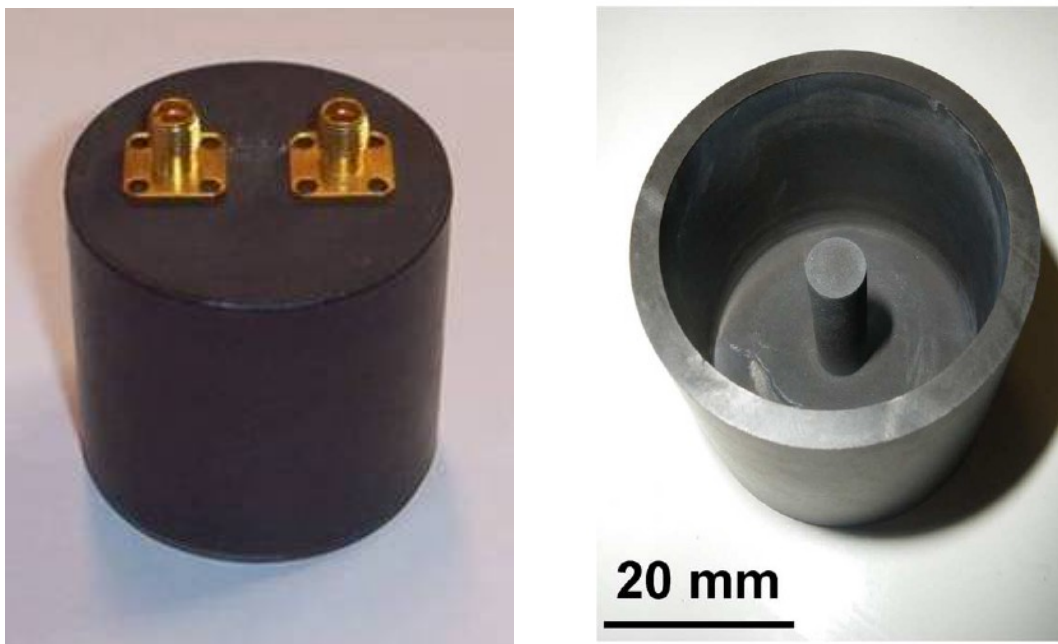
**Figura 3.17:** Resistività DC in funzione della temperatura di campioni di MgB<sub>2</sub> ottenuti da polveri di boro di differenti dimensioni dei grani.



**Figura 3.18:** Andamento della densità di corrente critica in funzione della temperatura, per due differenti valori del campo magnetico DC esterno;  $H = 0$  T e  $H = 1$  T.  $J_c$  è stata ottenuta a partire da cicli di magnetizzazione di 4 campioni di MgB<sub>2</sub> con differenti dimensioni dei grani [50]. Il significato di S, M, L e XL è lo stesso di quello di Fig. 3.15.

energia e ridotti effetti legati alla non linearità. Nonostante ciò, a causa della limitata lunghezza di infiltrazione del magnesio liquido in polveri di boro micrometriche, la produzione di campioni di  $\text{MgB}_2$  di grandi dimensioni si preferisce non usare polvere di boro micrometrico. In quest'ultimo caso, il metodo di preparazione per ottenere campioni "omogenei" può risultare molto elaborato [51].

Utilizzando  $\text{MgB}_2$  bulk preparato dalla EDISON con la tecnica di Mg-RLI sono state già costruite due cavità risonanti a frequenza di microonde. In Fig. 3.19 (a sinistra) è mostrata una cavità cilindrica assemblata e investigata nel Laboratorio a Microonde del nostro dipartimento nel 2007 [52]; essa ha un fattore di qualità dell'ordine di  $10^5$  da  $T = 4.2$  K fino a  $\approx 30$  K (nel modo  $\text{TE}_{011}$  risonante a circa 9.8 GHz), indipendentemente dalla potenza con cui viene alimentata almeno fino a circa 20 dBm (valore massimo raggiungibile con la strumentazione a disposizione). Più recentemente, è stata realizzata sempre dalla EDISON in collaborazione con un gruppo di ricerca dell'Università di Padova una cavità rientrante, che è mostrata in Fig. 3.19 (a destra). La cavità risuona a circa 2.4 GHz e ha un fattore di qualità di circa 35000 a  $T = 22$  K. Essa è stata costruita per investigare sperimentalmente l'effetto Casimir dinamico [53]. A nostra conoscenza, queste cavità rappresentano gli unici componenti a mw realizzati con  $\text{MgB}_2$  massivo.



**Figura 3.19:** A sinistra: cavità cilindrica assemblata e investigata nel nostro dipartimento [52]. A destra: cavità rientrante, costruita a Padova, per investigare l'effetto Casimir dinamico [53].





# Capitolo 4

## Cavità risonanti coassiali

Parte integrante di questo lavoro di tesi è stata la caratterizzazione di due cavità risonanti coassiali, realizzate una tutta di materiale superconduttivo e l'altra solo con la bacchettina interna di SC. Per questo motivo, in questo capitolo daremo una breve descrizione delle proprietà principali delle cavità risonanti, andando poi nello specifico delle cavità coassiali. Alla fine daremo anche alcuni esempi di applicazioni di una cavità coassiale con all'interno una bacchettina di SC, per ricavare la resistenza superficiale a varie frequenze del SC.

### 4.1 Proprietà delle cavità risonanti

Una cavità risonante è una regione di spazio racchiusa da materiale conduttivo, all'interno della quale possono persistere onde elettromagnetiche stazionarie che sono il risultato dell'interferenza costruttiva delle onde riflesse dalle pareti (modi normali). La condizione stazionaria si ha solo per particolari valori di frequenza del campo  $em$ , dette *frequenze di risonanza*, che dipendono dalla geometria della stessa cavità. È possibile, infatti, pensare alla cavità risonante come a una linea di trasmissione chiusa all'inizio e alla fine da due pareti conduttrici, per cui imponendo le condizioni al contorno di campo elettrico tangenziale alle pareti nullo e campo magnetico massimo si ottengono le frequenze di risonanza della cavità.

All'interno della cavità si possono avere diverse configurazioni del campo  $em$  e ognuna di queste definisce un *modo* della cavità. Facendo riferimento a una linea di trasmissione, se il campo elettrico oscilla su un piano ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda  $em$  il modo è detto *trasverso elettrico* (TE), se invece è il campo magnetico a oscillare in un piano ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda  $em$  il modo è detto *trasverso magnetico* (TM).

Se la cavità fosse ideale, non ci sarebbero perdite di energia verso l'esterno. In questo caso, la curva di risonanza sarebbe una delta di Dirac e il campo  $em$  presente al suo interno vi resterebbe confinato e immutato nel tempo. Tuttavia, nel caso reale ci possono essere diversi fattori che causano perdite di energia:

- non perfetta conducibilità delle pareti ( $\sigma < \infty$ );
- dissipazione dovuta alla presenza di un dielettrico al suo interno;
- dispersione di potenza  $em$  fuori dalla cavità attraverso i buchi per l'accoppiamento del risonatore con il circuito di eccitazione/rivelazione.

Il principale motivo resta comunque la dissipazione per effetto Joule dovuto alla non perfetta conducibilità delle pareti conduttrici. La presenza di queste perdite fa sì che l'energia  $em$  nella cavità, se non alimentata dall'esterno, decade esponenzialmente con un tempo caratteristico. Quindi, la curva di risonanza, nel dominio della frequenza, sarà una lorentziana centrata alla frequenza di risonanza e la sua larghezza sarà proporzionale alle perdite di energia.

Un parametro fondamentale legato alle perdite di energia all'interno della cavità è il *fattore di qualità*,  $Q$ , definito come

$$Q = \omega \frac{\text{energia immagazzinata nella cavità}}{\text{potenza media dissipata}}. \quad (4.1)$$

Nell'Eq. (4.1), la potenza dissipata si riferisce alla potenza dissipata a causa di tutti i meccanismi dissipativi elencati sopra. Se indichiamo con  $Q_L$  (loaded) il fattore di qualità che tiene conto di tutti i contributi dissipativi, si ha

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_r}, \quad (4.2)$$

dove  $Q_u$  (unloaded),  $Q_d$ , and  $Q_r$  sono i fattori di qualità legati rispettivamente all'effetto Joule, alla presenza di un dielettrico e a perdite radiative dovute all'accoppiamento con il circuito di eccitazione/rivelazione.

#### 4.1.1 Fattore di qualità unloaded $Q_u$

Il fattore di qualità unloaded  $Q_u$  è definito come

$$Q_u = \omega \frac{\text{energia immagazzinata nella cavità}}{\text{potenza media dissipata per effetto Joule}}. \quad (4.3)$$

Se  $Q$  è sufficientemente alto, il campo elettrico e magnetico nella cavità sono sempre sfasati temporalmente di  $90^\circ$  [54]. Nei punti in cui il campo elettrico è massimo il campo magnetico è nullo e viceversa, per cui l'energia immagazzinata nel campo elettrico è uguale a quella immagazzinata nel campo magnetico. Possiamo quindi scrivere l'energia immagazzinata come

$$U_E = U_H = \frac{\mu}{2} \int_{vol} |\vec{H}_m|^2 d\tau, \quad (4.4)$$

dove  $H_m$  indica il massimo valore del campo nel ciclo temporale.

Per la potenza dissipata dalla superficie delle pareti della cavità possiamo usare la definizione (2.29), da cui si ottiene

$$\langle P \rangle = \frac{R_s}{2} \int_{sup} |\vec{H}_{tm}|^2 dS, \quad (4.5)$$

dove  $\vec{H}_{tm}$  è il campo magnetico massimo tangenziale alla superficie che viene integrato su tutta la superficie delle pareti della cavità.

Sostituendo nella definizione di  $Q_u$  data dalla (4.3) le Eq. (4.4) e (4.5), otteniamo l'espressione

$$Q_u = \frac{\omega\mu}{R_s} \frac{\int_{vol} |\vec{H}_m|^2 d\tau}{\int_{sup} |\vec{H}_{tm}|^2 dS}. \quad (4.6)$$

Il rapporto dei due integrali dell'Eq. (4.6) dipende solo dal modo risonante e dalla geometria della cavità, quindi è possibile definire il cosiddetto fattore geometrico come

$$\Gamma = \omega\mu \frac{\int_{vol} |\vec{H}_m|^2 d\tau}{\int_{sup} |\vec{H}_{tm}|^2 dS}. \quad (4.7)$$

Così, il fattore di qualità si può scrivere semplicemente come

$$Q_u = \frac{\Gamma}{R_s}. \quad (4.8)$$

### 4.1.2 Fattore di qualità dielettrico $Q_d$

Se nella cavità è presente un materiale dielettrico questo causerà perdite di energia nella cavità [6]. Il fattore di qualità associato a queste perdite è dato da

$$Q_d = \omega \frac{\text{energia immagazzinata nella cavità}}{\text{potenza media dissipata nel dielettrico}}. \quad (4.9)$$

Questa può essere scritta in termini di integrali del campo

$$Q_d = \frac{1}{\tan(\delta)} \frac{\int_{vol} \mu |\vec{H}_m|^2 d\tau}{\varepsilon \int_{dielettrico} |\vec{E}_m|^2 d\tau}, \quad (4.10)$$

dove l'integrale di  $|\vec{H}_m|^2$  è esteso a tutto il volume della cavità e l'integrale di  $|\vec{E}_m|^2$  è esteso al volume occupato dal dielettrico.

Le perdite del dielettrico sono date da

$$\tan(\delta) = \frac{\sigma_d}{\omega\mu}, \quad (4.11)$$

dove  $\sigma_d$  è la conducibilità del dielettrico.

Se la cavità è completamente riempita dal dielettrico i due integrali della (4.10) sono uguali e si semplificano, quindi il fattore di qualità dielettrico diventa

$$Q_d = \frac{1}{\tan(\delta)}. \quad (4.12)$$

La presenza di un dielettrico nella cavità, oltre a causare perdite di energia, cambia anche le frequenze di risonanza della cavità. Infatti una cavità risonante può essere schematizzata da un circuito  $RLC$ , e come tale la frequenza di risonanza è legata all'induttanza  $L$  e alla capacità  $C$ . Introducendo un dielettrico all'interno della cavità, cambia il valore della capacità e quindi anche il valore della frequenza di risonanza.

## 4.2 Cavità risonante coassiale

Una cavità coassiale è composta da un cilindro conduttore cavo con un filo conduttore al suo interno posto lungo il suo asse [6]; all'estremità, la cavità può essere sia chiusa che aperta. Se la lunghezza della cavità è maggiore del raggio del cilindro esterno, i modi di frequenza più bassa supportati dalla cavità sono i modi TEM, in cui le linee del campo elettrico sono radiali e le linee del campo magnetico si avvolgono intorno al conduttore centrale. Tuttavia, a frequenze più alte o se il raggio interno del cilindro è confrontabile con

la lunghezza della cavità, possono instaurarsi nella cavità i modi TE e TM. Le frequenze di risonanza dei modi TEM permessi sono quelle che soddisfano le condizioni al contorno alle estremità in entrambi i casi di estremità aperte o chiuse; quindi sono quelle che soddisfano alla condizione in cui la lunghezza del conduttore interno è uguale a un multiplo intero di mezza lunghezza d'onda, ovvero  $l = n\lambda/2$ . Il punto di partenza per calcolare il fattore di qualità della cavità coassiale mostrata in Fig. 4.1 sono le equazioni del campo  $em$  tipiche di un cavo coassiale.

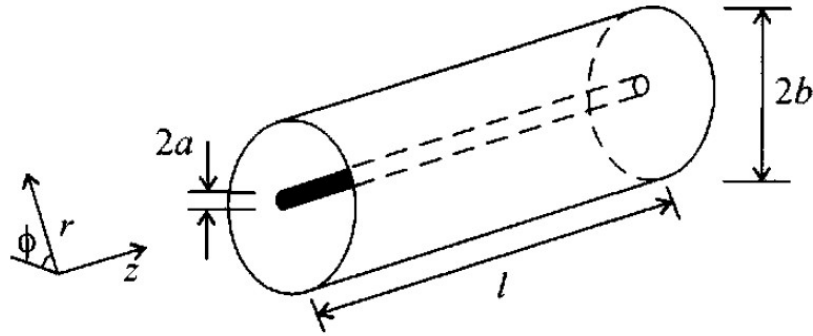


Figura 4.1: Cavità coassiale [6].

Nel caso di onda stazionaria a causa delle riflessioni con le pareti poste alle estremità, le equazioni del campo  $em$  nella cavità, in coordinate cilindriche, sono

$$\vec{E} = \hat{r} \frac{V}{r} \frac{1}{\ln(b/a)} \cos(\beta z) \cos(\omega t), \quad (4.13)$$

$$\vec{H} = \hat{\phi} \frac{I}{2\pi r} \sin(\beta z) \cos(\omega t), \quad (4.14)$$

dove  $a$  è il raggio del conduttore interno e  $b$  è il raggio del conduttore esterno,  $V$  è la differenza di potenziale tra i due conduttori,  $I$  è la corrente nella direzione  $z$  e  $\beta = n\pi/l$ . Seguendo la definizione di  $Q_u$  della (4.6), otteniamo il fattore di qualità calcolando i due integrali dell'energia immagazzinata e della potenza dissipata per effetto Joule. Il primo integrale, sostituendo il campo magnetico della (4.14), dà

$$\frac{\mu}{2} \int_{vol} |\vec{H}_m|^2 d\tau = \frac{\mu}{2} \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_a^b \left( \frac{I}{2\pi r} \right)^2 \sin^2(\beta z) r dr d\phi dz = \frac{\mu I^2 n l \ln(b/a)}{8\pi}. \quad (4.15)$$

Si può calcolare la potenza dissipata dai conduttori centrale, esterno e dalle pareti che chiudono la cavità, calcolando il secondo integrale della (4.6), in questo modo si ottiene

$$\frac{1}{2} \int_{sup} R_s |\vec{H}_{tm}|^2 dS = \frac{I^2 n l}{8\pi} \left\{ \frac{R_{sa}}{a} + \frac{R_{sb}}{b} + \frac{4R_{se} \ln(b/a)}{n l} \right\}, \quad (4.16)$$

dove  $R_{sa}$ ,  $R_{sb}$  e  $R_{se}$  sono rispettivamente le resistenze superficiali del conduttore interno, del cilindro esterno e delle pareti terminali della cavità.

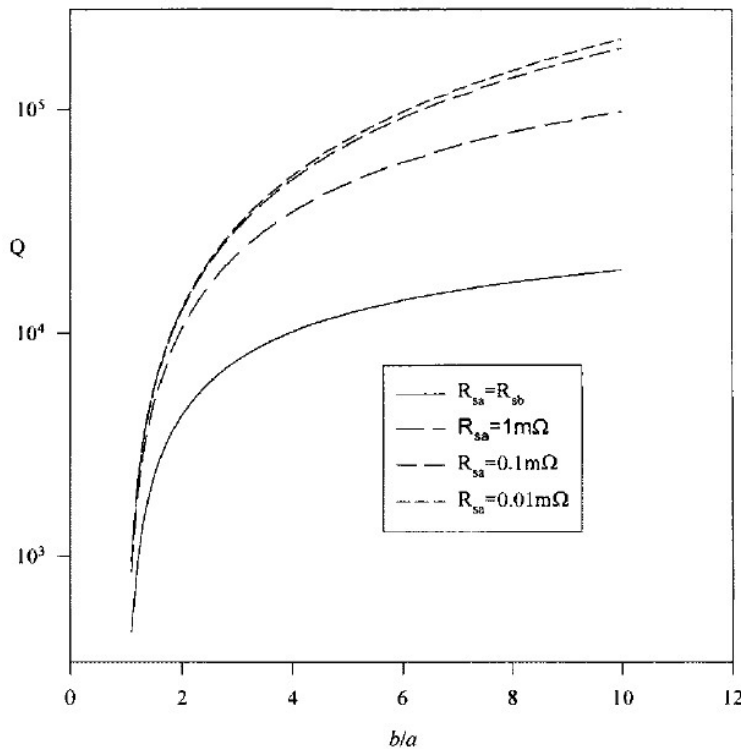
Finalmente, sostituendo i risultati (4.15) e (4.16) nell'Eq. (4.6) otteniamo l'espressione per il fattore di qualità della cavità coassiale

$$Q_u = \frac{\omega\mu \ln(b/a)}{\frac{R_{sa}}{a} + \frac{R_{sb}}{b} + \frac{4R_{se} \ln(b/a)}{nl}}, \quad (4.17)$$

dove  $\Gamma$  è il fattore geometrico della cavità.

Se la cavità è aperta alle estremità l'ultimo termine del denominatore si può omettere e se nella cavità non è presente un materiale dielettrico  $\mu \equiv \mu_0$ .

In Fig. (4.2) si vede che il fattore di qualità tende ad aumentare se il raggio del conduttore esterno  $b$  cresce rispetto a quello interno  $a$ ; inoltre esso diventa più sensibile a variazioni della  $R_{sa}$  del conduttore interno. Tuttavia, aumentando il raggio esterno cominciano ad apparire i modi TE e TM con frequenze tali da interferire con i modi TEM e complicare la distribuzione dei campi all'interno della cavità.

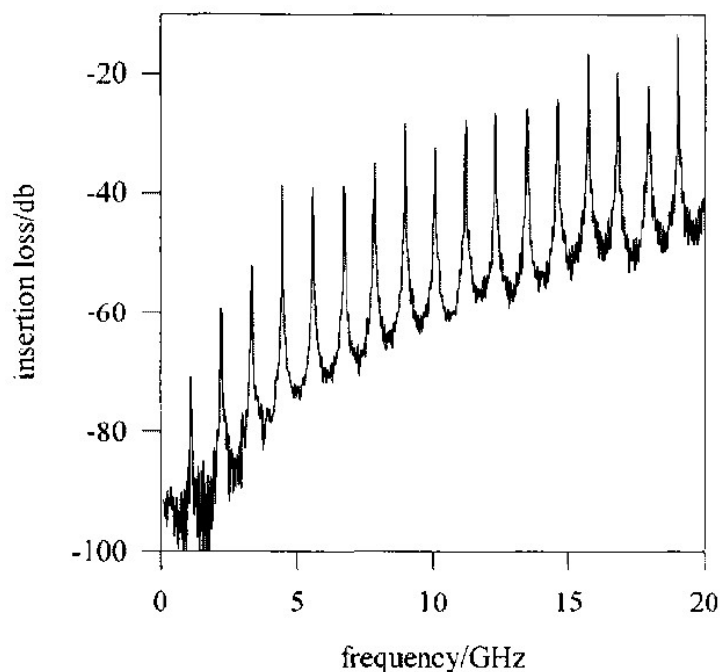


**Figura 4.2:** Fattore di qualità di una cavità coassiale con  $a = 1$  mm e il cilindro esterno di rame a 77 K ( $R_s = 8.7$  m $\Omega$ ) in funzione del rapporto  $b/a$  a varie resistenze superficiali del conduttore interno alla frequenza di risonanza di 10 GHz [6].

### 4.3 Applicazioni delle cavità coassiali

Le cavità coassiali possono essere usate per determinare la resistenza superficiale dei SC; in particolare, esse sono state usate per determinare  $R_s$  negli HTS. Infatti, la possibilità di costruire il cilindro esterno in metallo, invece di HTS, semplifica la costruzione della cavità; nello stesso tempo, come abbiamo visto in Fig. 4.2, se il raggio esterno è sufficientemente grande si ha una buona sensibilità del fattore di qualità rispetto a variazioni di  $R_{sa}$ .

Woodall e collaboratori [55] hanno determinato la dipendenza dalla frequenza della resistenza superficiale, usando una cavità coassiale con una bacchetta di YBCO lunga 10 cm come conduttore interno. Lo spettro misurato in trasmissione da Woodall è mostrato in Fig. 4.3, esso ha 17 armoniche in un intervallo che va da 1 a 20 GHz.



**Figura 4.3:** Spettro di risonanza di una cavità coassiale con bacchetta centrale di YBCO lunga 10 cm [55].

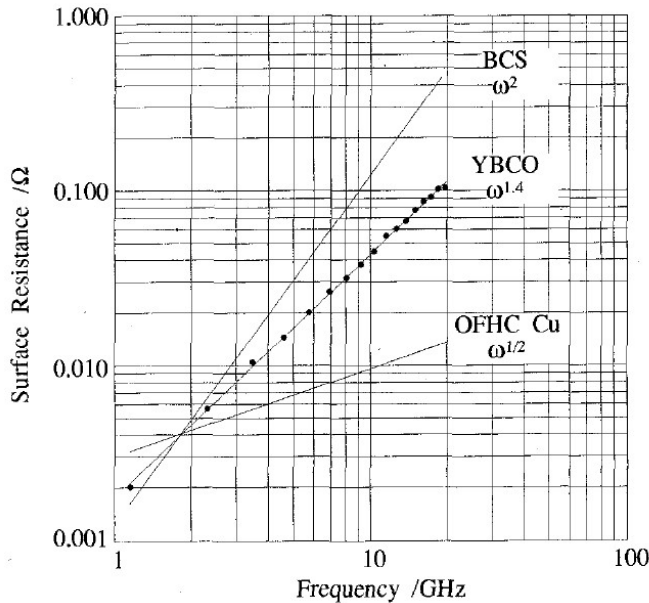
L'andamento di  $R_s$  in funzione della frequenza può essere determinato da misure del fattore di qualità alle varie frequenze di risonanza, invertendo l'Equazione (4.17) del fattore di qualità:

$$R_{sa} = \frac{a\omega\mu \ln(b/a)}{Q_u} - \frac{a}{b}R_{sb}. \quad (4.18)$$

Se nella cavità sono presenti altri meccanismi di perdita di energia dovuti all'accoppiamento con il circuito o ad eventuali dielettrici, prima di calcolare  $R_s$  bisogna correggere il fattore di qualità misurato  $Q_L$  per ottenere  $Q_u$ .



Woodall ha trovato che la resistenza superficiale del campione di YBCO utilizzato ha una dipendenza dalla frequenza del tipo  $\omega^n$  con  $n = 1.4 \pm 0.1$  piuttosto che  $n = 2$  previsto dal modello di London (vedi Fig. 4.4). Inoltre ha ricavato l'andamento di  $R_s$  in funzione della frequenza a differenti potenze incidenti, mostrato in Fig. 4.5, dove si vede che il valore di  $R_s$  e la sua dipendenza dalla frequenza dipendono dalla potenza incidente.

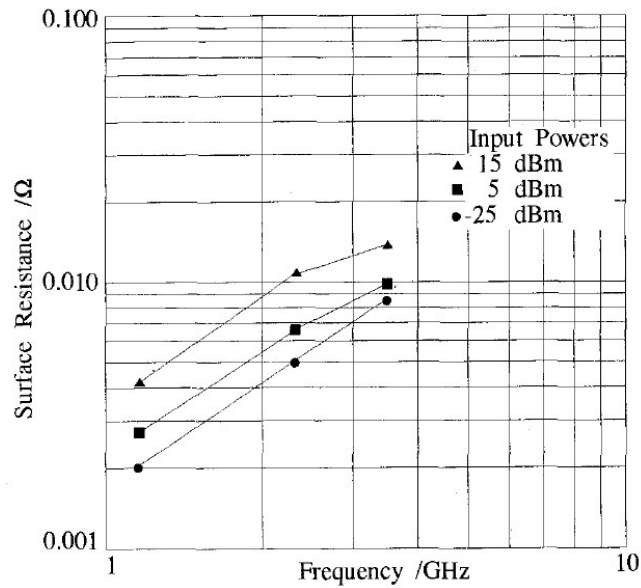


**Figura 4.4:** Andamento con la frequenza della  $R_s$  della bacchetta di YBCO utilizzata da Woodall confrontato con la teoria BCS [55].

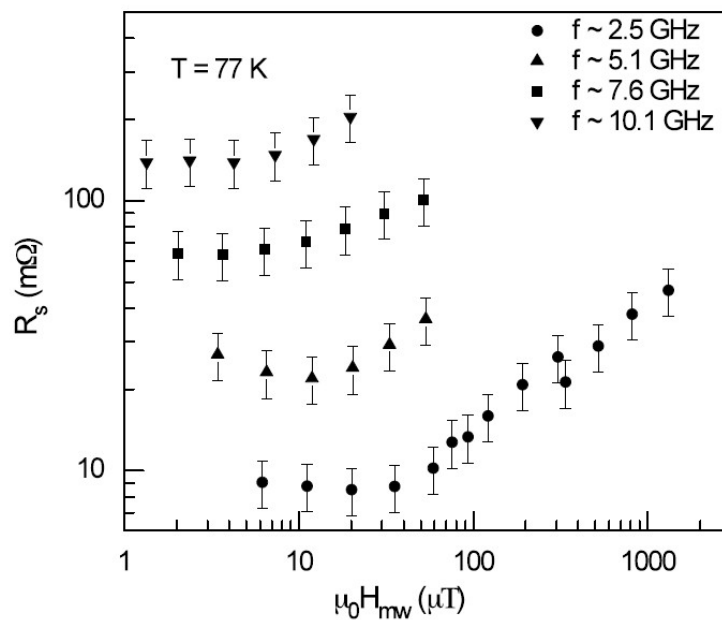
Recentemente,   stata realizzata una cavit  coassiale costituita da un cilindro esterno di rame e una bacchetta interna di Pb-BSCCO [56].   stato mostrato che l'uso di questo dispositivo   particolarmente conveniente per misurare la risposta a microonde del SC centrale in entrambi i regimi: lineare (basse potenze) e non lineare (alte potenze). In particolare,   possibile misurare la dipendenza di  $R_s$  dalla frequenza, dall'intensit  del campo a mw, da un campo magnetico DC esterno e dalla temperatura di campioni superconduttivi, filiformi, di dimensioni estese, che non possono essere investigati con la tecnica standard di *cavity perturbation*<sup>1</sup>. In Fig. 4.6 sono mostrati i risultati ottenuti al variare dell'intensit  del campo magnetico a microonde,  $H_{mw}$ , a differenti frequenze.

Un ulteriore applicazione di cavit  coassiali a SC   stata proposta recentemente da Li e collaboratori [57]; essi hanno suggerito che questo tipo di dispositivo pu  essere convenientemente utilizzato negli acceleratori di particelle per accoppiare la sorgente di potenza esterna al sistema di cavit  acceleranti.

<sup>1</sup>Il metodo di *cavity perturbation* consiste nel misurare le variazioni del fattore di qualit  di una cavit  risonante indotte dalla presenza all'interno della cavit  di un campione superconduttivo di piccole dimensioni e, da esse, risalire alla resistenza superficiale del campione SC.



**Figura 4.5:** Andamento con la frequenza della resistenza superficiale della bacchetta di YBCO utilizzata da Woodall a differenti valori della potenza incidente [55].



**Figura 4.6:** Resistenza superficiale della bacchetta di Pb-BSCCO in funzione dell'intensità del campo magnetico a microonde a varie frequenze di risonanza della cavità [56].



# Capitolo 5

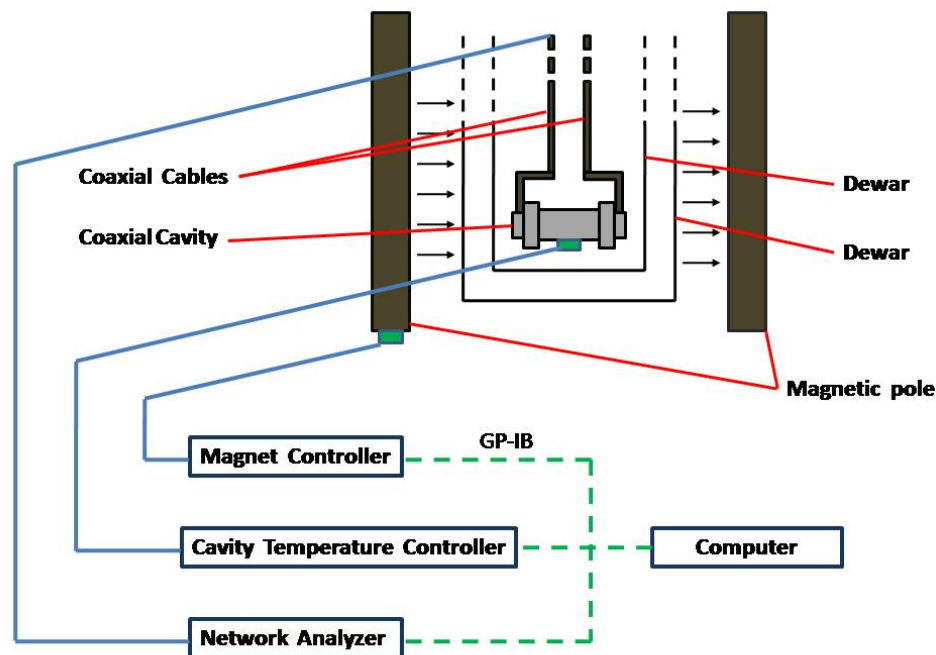
## Apparato sperimentale

In questo lavoro di tesi è stata investigata la risposta a microonde di cavità coassiali. Una cavità omogenea interamente costituita di  $\text{MgB}_2$  e altre due ibride costituite da un cilindro esterno di rame e da una bacchettina interna di  $\text{MgB}_2$ . Oltre alla caratterizzazione e alla messa a punto delle cavità, abbiamo studiato la resistenza superficiale dell' $\text{MgB}_2$  in funzione della temperatura e della frequenza. In questo capitolo descriveremo l'apparato sperimentale utilizzato. La descrizione dettagliata delle cavità sarà data nel successivo capitolo.

### 5.1 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale permette di effettuare misure di resistenza superficiale al variare della temperatura, della frequenza e del campo magnetico DC. Lo schema dell'apparato strumentale è riportato in Fig. 5.1. La cavità risonante è posta nella camera interna di un doppio dewar. La camicia di separazione tra i due dewar è utilizzata come ponte termico al fine di isolare o meno la cavità dal dewar esterno. Nella fase di preparazione della misura, il dewar esterno è riempito con azoto liquido mentre quello interno con elio gas. In seguito, nella camicia viene fatto il vuoto, mentre il dewar interno viene riempito con elio liquido; il vuoto nella camicia di separazione riduce notevolmente le dispersioni termiche verso l'ambiente, dato che sia gli scambi radiativi che quelli convettivi sono trascurabili. Rimangono le inevitabili, ma piccole, dispersioni per conduzione nei supporti di sostegno della cavità.

Il dewar e la cavità sono inseriti tra le espansioni polari di un elettromagnete che genera campi statici fino a  $\mu_0 H_0 = 1 \text{ T}$ ; due bobine addizionali, alimentate in modo indipendente dal magnete, consentono di annullare il campo magnetico residuo entro  $10 \mu\text{T}$ .



**Figura 5.1:** Schema dell'apparato sperimentale utilizzato per le misurazioni di resistenza superficiale di campioni superconduttivi.

La cavità è connessa tramite cavi coassiali ad un Network Analyzer che consente di rivelare la potenza trasmessa in cavità. I dati acquisiti vengono analizzati da un computer che, tramite un programma da noi realizzato, esegue un fitting della curva di risonanza fornendo i valori della frequenza centrale e del fattore di qualità. Il programma d'acquisizione, inoltre, permette di controllare la temperatura della cavità e il campo magnetico DC applicato.

Gli strumenti sono collegati al computer tramite interfaccia GP-IB e sono controllati da un programma d'acquisizione sviluppato da noi con il linguaggio di programmazione HP-VEE.

### 5.1.1 Controllo di temperatura

Il controllo della temperatura viene fatto per mezzo di un sensore di temperatura a semiconduttore NTC (Negative Temperature Coefficient) e di una resistenza che ha la funzione di heater, posti a contatto con il cilindro esterno della cavità. Attraverso un generatore di tensione DC con intervallo di valori da 0 a 5 V, si applica una differenza di potenziale ai capi del resistore di heater che, per effetto Joule, si riscalda. Quindi, controllando la tensione fornita dal generatore è possibile riscaldare il sistema, che è posto nel bagno termico.

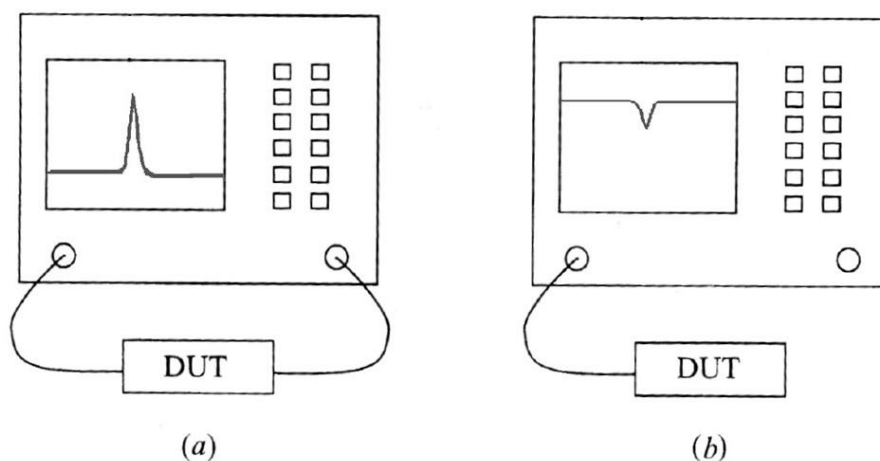
La resistenza del sensore di temperatura, che dipende dalla temperatura a cui esso si trova, viene misurata da un multimetro digitale. Il sensore è stato precedentemente tarato effettuando un fitting con una funzione esponenziale dei valori di resistenza misurati a varie temperature. La curva di taratura è stata successivamente inserita nel programma HP-VEE a cui è collegato il multimetro digitale, in questo modo nella schermata del programma sono visibili direttamente i valori di temperatura convertiti con la curva di taratura. Questo tipo di sensore è particolarmente indicato per misure di temperatura in sistemi criogenici perché, per la loro natura di semiconduttori, sono molto sensibili a basse temperature.

Utilizzando il programma HP-VEE è stato quindi possibile controllare il valore di temperatura, bilanciando il raffreddamento da parte del bagno termico, con il riscaldamento da parte del resistore alimentato dal generatore di tensione DC.

### 5.1.2 Network analyzer

Per rivelare lo spettro in frequenza delle cavità e per acquisire le curve di risonanza da cui ottenere la resistenza superficiale è stato utilizzato un Network Analyzer HP-8719D (NA). Di seguito descriveremo le principali funzioni del NA.

Il dispositivo da caratterizzare (DUT), in questo caso la cavità, può essere connesso al NA per misure in trasmissione, configurazione a due porte [Fig. 5.2 (a)], o per misure in riflessione, configurazione a una porta [Fig. 5.2 (b)]. Il NA genera un segnale a microonde



**Figura 5.2:** Funzioni di un NA: (a) misure in trasmissione, (b) misure in riflessione [6].

la cui frequenza può essere spazzata nell'intervallo  $50 \text{ MHz} \div 13 \text{ GHz}$ ; la potenza del segnale può variare nell'intervallo da  $5$  a  $-50 \text{ dBm}$ . Il segnale trasmesso o riflesso viene

acquisito dal NA e confrontato con il segnale originale. Da questo confronto è possibile determinare i cosiddetti *parametri S* che servono per stimare la potenza riflessa o trasmessa dal DUT a una frequenza fissata. La risoluzione in frequenze del NA di 1 Hz permette di analizzare anche le curve di risonanza molto strette che caratterizzano le cavità con alti fattori di qualità.

Indicando con 1 e 2 le due porte del NA, i parametri *S* sono dati dalle seguenti espressioni

$$|S_{11}|^2 = \frac{P_1^{out}}{P_1^{in}} \quad |S_{12}|^2 = \frac{P_1^{out}}{P_2^{in}}$$

$$|S_{21}|^2 = \frac{P_2^{out}}{P_1^{in}} \quad |S_{22}|^2 = \frac{P_2^{out}}{P_2^{in}}$$

dove  $P_1^{in}$  e  $P_2^{in}$  sono le potenze fornite dal NA alle porte 1 e 2 rispettivamente; mentre  $P_1^{out}$  e  $P_2^{out}$  sono le potenze rilevate dal NA dalle porte 1 e 2.

Il metodo più preciso per misurare il fattore di qualità, e usato anche in questo lavoro di tesi, è quello a due porte. Nella modalità a due porte i parametri *S* vengono ottenuti in due fasi, una per porta. Il segnale viene mandato dalla porta 1 al DUT e vengono misurati  $|S_{11}|^2$  e  $|S_{21}|^2$ , con la porta 2 adattata perfettamente alla linea 2 per evitare riflessioni indesiderate verso la porta 1. In modo simmetrico con la porta 2 si ottengono  $|S_{22}|^2$  e  $|S_{12}|^2$ .

Misurando la dipendenza dalla frequenza del segnale trasmesso,  $T(f) = |S_{12}|^2$ , si ottiene un picco di risonanza per ogni modo della cavità, da cui è possibile ricavare sperimentalmente il fattore di qualità  $Q_L$ . Misurando la frequenza di risonanza  $f_0$  e la larghezza a mezza altezza  $\Delta f_{3dB}$  ( $-3$  dB) del picco misurato in trasmissione, si ottiene

$$Q_L = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}}. \quad (5.1)$$

I valori di  $f_0$  e  $Q_L$  possono essere acquisiti direttamente dallo strumento, ma per ottenere stime di  $Q_L$  più precise è conveniente eseguire un fitting lorentziano direttamente sui dati della potenza trasmessa, usando la relazione

$$T(f) = \frac{|T(f_0)|}{1 + [2Q_L(f - f_0)/f_0]^2}. \quad (5.2)$$

Essendo la cavità connessa a un circuito di eccitazione/rivelazione attraverso il NA,

dobbiamo tenere conto delle perdite di energia della cavità verso il circuito; per tenere conto di queste perdite il fattore di qualità della cavità, come abbiamo visto nel Capitolo 4, si scrive come

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_r}, \quad (5.3)$$

dove  $Q_r$  è il fattore di qualità legato a queste perdite di energia.

Il fattore di qualità  $Q_r$  si può legare a  $Q_u$  nel seguente modo [6]

$$Q_r = Q_u \frac{P_0}{P_e} = \frac{Q_u}{\beta}, \quad (5.4)$$

dove  $P_0$  è la potenza dissipata all'interno della cavità,  $P_e$  è la potenza persa all'esterno; il coefficiente  $\beta = P_e/P_0$  è detto coefficiente di accoppiamento.

Sostituendo la (5.4) nella (5.3) considerando le due porte, e quindi un coefficiente di accoppiamento per ogni linea, otteniamo

$$Q_u = Q_L(1 + \beta_1 + \beta_2). \quad (5.5)$$

Si può dimostrare che i coefficienti di accoppiamento sono legati ai parametri  $S$  dalle seguenti relazioni [6]

$$\beta_1 = \frac{1 - S_{11}(f_0)}{S_{11}(f_0) + S_{22}(f_0)} \quad \beta_2 = \frac{1 - S_{22}(f_0)}{S_{11}(f_0) + S_{22}(f_0)}. \quad (5.6)$$

Utilizzando la (5.5) e la (5.6) e misurando i parametri  $|S_{11}|$  e  $|S_{22}|$  siamo in grado di ottenere il fattore di qualità legato solamente alla dissipazione di potenza dentro la cavità per effetto Joule. Il procedimento descritto sopra permette di ricavare la resistenza superficiale  $R_s$ , legata a  $Q_u$  dalla relazione (4.17), al variare dei differenti parametri, quali la frequenza, la temperatura e il campo magnetico.





# Capitolo 6

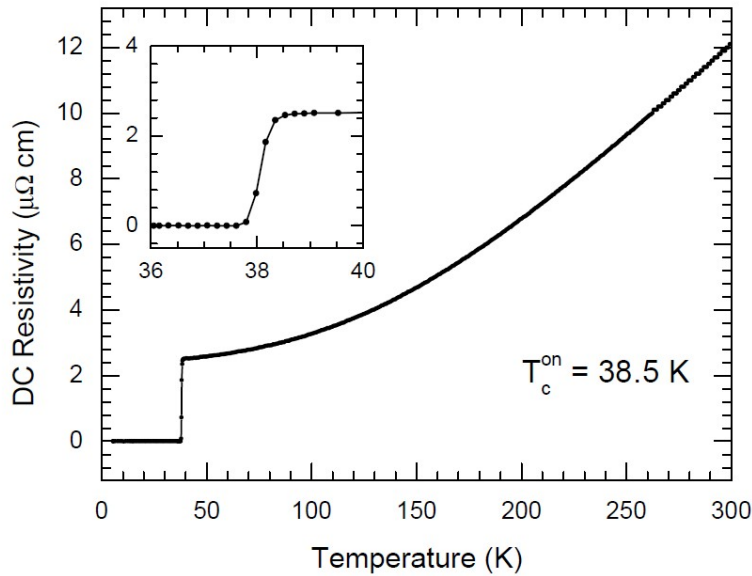
## Risposta a microonde delle cavità coassiali di $\text{MgB}_2$ realizzate

Questo capitolo è dedicato alla descrizione e discussione dei principali risultati ottenuti dallo studio a microonde di cavità coassiali costituite, o in parte o completamente, di  $\text{MgB}_2$  preparato con la tecnica Mg-RLI dalla EDISON SpA. In particolare, sono state realizzate tre cavità: una completamente costituita da  $\text{MgB}_2$ ; un'altra ibrida con il cilindro esterno di rame e il conduttore interno di  $\text{MgB}_2$ ; una cavità ibrida di lunghezza doppia rispetto alle precedenti. Dapprima descriveremo in dettaglio le cavità e le loro caratteristiche principali. Successivamente riporteremo e discuteremo i risultati relativi alle proprietà a microonde delle cavità e quindi del SC di cui le cavità sono fatte. In particolare, discuteremo i risultati relativi alla resistenza superficiale a microonde,  $R_s$ , dell' $\text{MgB}_2$  in funzione della temperatura e della frequenza, in assenza di campo magnetico DC. Infine verrà proposto un modello fenomenologico, basato sul modello a due fluidi, che tiene in qualche modo conto della natura a due gap dell' $\text{MgB}_2$ . Mostreremo che il nostro modello giustifica quantitativamente i risultati sperimentali da noi ottenuti.

### 6.1 Assemblaggio delle cavità

L' $\text{MgB}_2$  di cui sono costituite le varie parti delle cavità che abbiamo realizzato è stato preparato con la tecnica Mg-RLI a partire da polvere di boro cristallino, con un grado di purezza del 99.5%, con grani di dimensioni minori di  $38 \mu\text{m}$  (P38). La dipendenza dalla temperatura della resistività DC del materiale è mostrata in Fig. 6.1. Dalla curva di  $\rho(T)$ , utilizzando l'Eq. (3.2), è possibile ottenere l'area effettiva della sezione trasversale del campione,  $A_F$ , attraversata dalla corrente; utilizzando il valore di  $\delta\rho_{ideale}$  proposto da Yamamoto e collaboratori [48] si ottiene  $A_F \approx 0.66$ , che è molto più alto di quelli

riportati in letteratura per campioni policristallini di  $\text{MgB}_2$ . Questo risultato potrebbe essere dovuto al fatto che nei campioni di  $\text{MgB}_2$  ottenuti con la tecnica Mg-RLI i grani sono ben connessi fra loro, probabilmente perché i bordi di grano (GB) sono prevalentemente costituiti da magnesio metallico.



**Figura 6.1:** Dipendenza dalla temperatura della resistività DC dell' $\text{MgB}_2$  di cui sono fatte le varie parti delle cavità coassiali realizzate e successivamente studiate. L'inserito mostra uno zoom della curva attorno alla temperatura di transizione.

Sono state realizzate e successivamente studiate tre cavità coassiali: una in cui entrambi, cilindro esterno e bacchetta centrale sono costituite da  $\text{MgB}_2$  (omogenea corta), una in cui il cilindro esterno è di rame e la bacchetta è di  $\text{MgB}_2$  (ibrida corta) e una ibrida di lunghezza circa doppia rispetto alle precedenti (ibrida lunga).

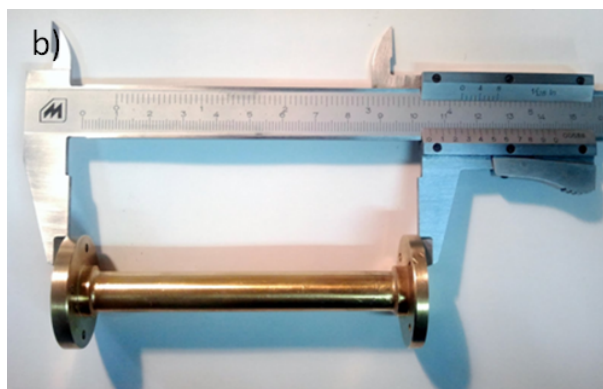
Il cilindro esterno della cavità omogenea corta e le due bacchette interne di  $\text{MgB}_2$  sono state realizzate con la tecnica Mg-RLI utilizzando differenti contenitori in acciaio inossidabile (vedi Paragrafo 3.5). Il tubo di  $\text{MgB}_2$  utilizzato nella cavità omogenea corta ha le seguenti dimensioni: lunghezza 60 mm, diametro interno 12.8 mm e diametro esterno 20 mm. La superficie esterna del tubo è stata levigata e pulita in modo da avere un ottimo supporto per poter depositare un sottile strato di rame con elettro-deposizione; ciò è stato necessario per poter saldare sul cilindro due anelli di ottone da usare per fissare due appositi adattatori per le linee di eccitazione e di rivelazione (vedi Fig. 6.2). Gli adattatori sono stati opportunamente costruiti per adattare le dimensioni del tubo di  $\text{MgB}_2$  con quelle dei connettori SMA. Per questo, i connettori SMA sono stati collegati a dei cavi coassiali, che poi sono stati saldati ciascuno a un disco di rame placcato in

oro in modo tale che le dimensioni totali esterne del sistema (cavità + connettori SMA) fossero più piccole del diametro interno del dewar (vedi Fig. 6.2). Questo è importante per poter disporre la cavità orizzontalmente e ottenere quindi una migliore termalizzazione del sistema.

Le due bacchette, mostrate in Fig. 6.3 (a), hanno le seguenti dimensioni: lunghezze 45 mm e 94.3 mm, diametro  $2a = 3.8$  mm per quella corta e  $2a = 3.65$  mm per quella lunga.



**Figura 6.2:** A sinistra: Vista in prospettiva del cilindro di  $\text{MgB}_2$ , parte integrante della cavità coassiale. Nell'immagine si possono vedere i due anelli di ottone saldati su un sottile strato di rame e usati per fissare i connettori SMA alla cavità. A destra: Uno dei due adattatori opportunamente realizzati per poter alimentare la cavità con accoppiamenti di tipo capacitivo.

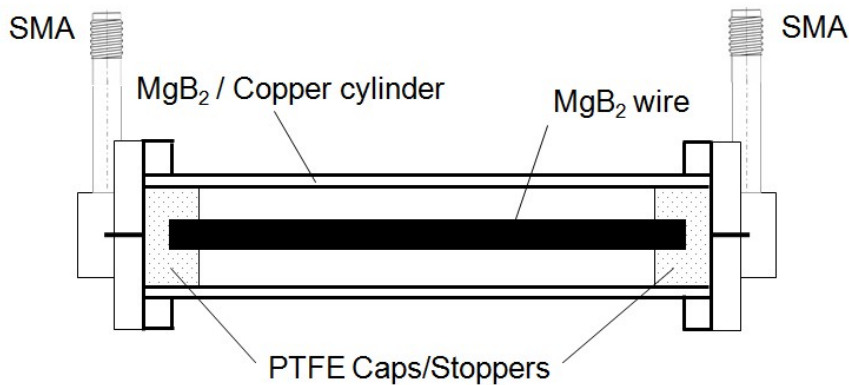


**Figura 6.3:** a) Vista in prospettiva delle due bacchette di  $\text{MgB}_2$  usate come conduttore interno delle cavità coassiali. b) Vista dall'alto del cilindro di rame placcato in oro usato per la cavità ibrida lunga.

Per quanto riguarda le cavità ibride, i tubi esterni sono fatti di rame con diametro interno  $2b = 10.2$  mm e lunghezza 55.6 mm, per quella corta, e 105.4 mm per quella lunga; successivamente, i due tubi sono stati placcati in oro per evitare l'ossidazione. In Fig. 6.3 (b) è mostrato il cilindro di rame, placcato in oro, più lungo.

Le due bacchette sono poste al centro dei rispettivi tubi, di rame e di  $\text{MgB}_2$ , per mezzo di due cilindretti di teflon (PTFE) con foro cieco posti alle estremità dei due tubi; essi hanno anche lo scopo di mantenere inalterato il gap tra il conduttore interno e l'antenna di eccitazione o rivelazione.

Come si può vedere nello schema di Fig. 6.4, le cavità sono accoppiate alle linee esterne, di eccitazione e rivelazione, da gap capacitivi ad entrambe le estremità; il gap tra la bacchetta di SC e il conduttore centrale del connettore, che funge da antenna di eccitazione o rivelazione, è regolato in modo da avere un accoppiamento piccolo. A causa degli effetti



**Figura 6.4:** Schema della cavità coassiale di  $\text{MgB}_2$ , omogenea/ibrida.

capacitivi ai gap, il campo  $em$  si estende oltre le estremità della bacchetta, per cui la lunghezza effettiva della cavità coassiale risulta maggiore, dando luogo a piccole differenze tra le frequenze di risonanza attese e quelle effettive dei modi della cavità [6]. Un'altro motivo che causa lo spostamento delle frequenze di risonanza è dato dalla presenza dei tappi di teflon; essi essendo disposti alle estremità della bacchetta si trovano in regioni della cavità in cui il campo elettrico è massimo; quindi, pur essendo di piccole dimensioni contribuiscono in modo sensibile allo spostamento delle frequenze di risonanza rispetto a quelle teoriche. Tale spostamento tra l'altro non è uguale per tutti modi perché dipende dalla particolare distribuzione del campo elettrico all'interno della cavità. Nonostante ciò, l'utilizzo dei tappi di teflon alle estremità della bacchetta è stato necessario perché era l'unico modo possibile per mantenere costanti i gap a tutte le temperature, prevenendo spostamenti della bacchetta, soprattutto quando la cavità era posta in posizione verticale, dovuti alla differente dilatazione termica del teflon e della bacchetta di  $\text{MgB}_2$ .

## 6.2 Risultati sperimentali

In questo paragrafo riportiamo i principali risultati sperimentali di resistenza superficiale, ottenuti per le tre cavità descritte nel paragrafo precedente. Sono state eseguite diverse tipologie di misure, a seconda della cavità in esame, come schematizzato qui di seguito.

- Cavità omogenea di MgB<sub>2</sub>
  1. Variazioni di  $R_s$  con la temperatura in assenza di campo magnetico DC, per valori fissati di frequenza.
  2. Variazioni di  $R_s$  con la frequenza in assenza di campo DC, per valori fissati di temperatura.
- Cavità ibrida lunga
  1. Variazioni di  $R_s$  con la temperatura in assenza di campo magnetico DC, per valori fissati di frequenza.
  2. Variazioni di  $R_s$  con la frequenza in assenza di campo DC, per valori fissati di temperatura.
- Cavità ibrida corta
  1. Variazioni di  $R_s$  con la temperatura in assenza di campo magnetico DC, nei primi due modi risonanti (di più bassa frequenza).

Per ricavare la resistenza superficiale dell'MgB<sub>2</sub> della cavità omogenea, è stato ottenuto il fattore di qualità  $Q_u$ . Per ogni curva di risonanza è stato determinato il fattore di qualità  $Q_L$  e la relativa frequenza di risonanza con il fitting lorentziano (Eq. 5.2). Successivamente, sono stati misurati i coefficienti di accoppiamento  $\beta_1$  e  $\beta_2$  alla frequenza di risonanza; con questi è stato possibile ottenere il fattore di qualità unloaded,  $Q_u$ , tramite l'espressione (5.5). Per ottenere  $R_s$  è stata utilizzata l'Eq. (4.17), valida nel caso in cui la cavità è aperta agli estremi, assumendo  $R_{sa} = R_{sb}$

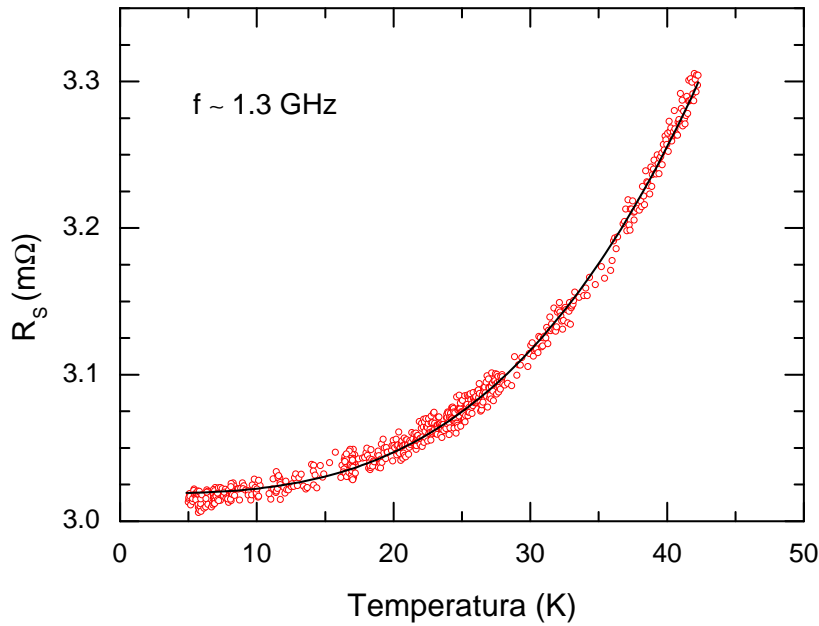
$$R_s = \frac{\omega\mu_0 \ln(b/a)}{Q_u \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)} = \frac{\Gamma}{Q_u}, \quad (6.1)$$

dove i coefficienti  $a$  e  $b$  sono i diametri dei cilindri che formano la cavità e  $\Gamma$  è il fattore geometrico della cavità dato da

$$\Gamma = \frac{\omega\mu_0 \ln(b/a)}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}. \quad (6.2)$$

Nell'Eq. (6.1) si è fatta l'ipotesi che i due tappi di PTFE presenti nelle cavità siano sufficientemente piccoli da contribuire in modo trascurabile alla dissipazione di energia nella cavità.

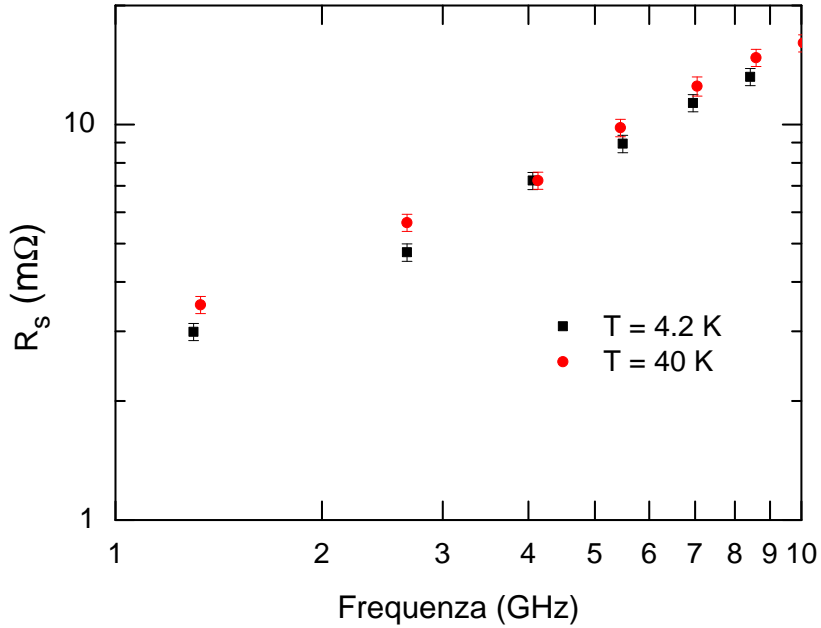
Nel caso delle cavità ibride, per ricavare la resistenza superficiale dell'MgB<sub>2</sub> è stato necessario trovare prima la resistenza superficiale dei cilindri esterni; per fare questo, sono state utilizzate queste stesse cavità ibride sostituendo al posto delle bacchette di MgB<sub>2</sub> bacchette di rame delle stesse dimensioni delle bacchette di SC. Dai valori misurati di  $Q_u$ , è stata quindi calcolata la resistenza superficiale delle cavità di rame, utilizzando l'Eq. (6.1), al variare della temperatura e alle differenti frequenze di risonanza. I risultati ottenuti per la cavità lunga con all'interno la bacchetta di rame sono riportati in Fig. 6.5 e Fig. 6.6.



**Figura 6.5:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza superficiale della cavità di rame lunga alla frequenza fondamentale; la linea è la curva di best fit dei dati sperimentali.

Una volta fatta questa “calibrazione”, nelle cavità sono state posizionate le bacchette di MgB<sub>2</sub>; misurando  $Q_L$  e ottenendo  $Q_u$  con il metodo descritto sopra, è stata ricavata la resistenza superficiale delle bacchette di MgB<sub>2</sub> tramite la relazione (4.18), che per chiarezza riportiamo qui di seguito

$$R_{sa} = \frac{a\omega\mu \ln(b/a)}{Q_u} - \frac{a}{b}R_{sb}. \quad (6.3)$$



**Figura 6.6:** Dipendenza dalla frequenza della resistenza superficiale della cavità di rame lunga a  $T = 4.2$  K e  $T = 40$  K; essa segue una legge del tipo  $f^n$  con  $n = 0.75 \pm 0.05$ .

Nel nostro caso,  $R_{sa}$  è la resistenza superficiale dell'MgB<sub>2</sub> e  $R_{sb}$  è quella del cilindro esterno.

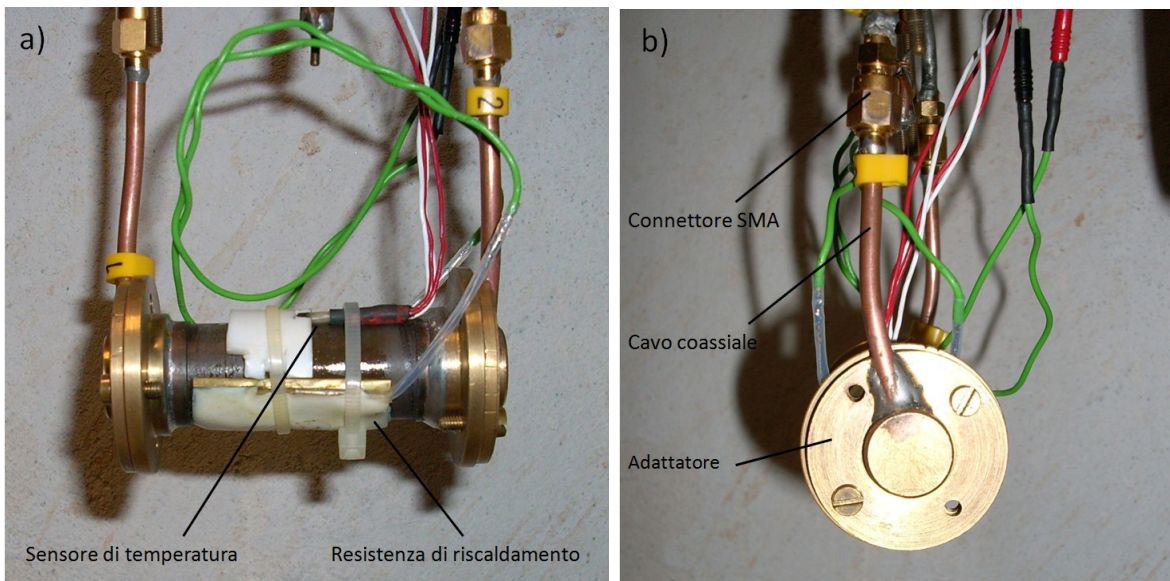
Per ottenere  $R_{sa}(T)$  sono stati utilizzati per  $R_{sb}(T)$  i valori descritti dalla linea di Fig. 6.5, che è quella che si adatta meglio ai risultati sperimentali nel range di interesse. Misure effettuate a più alte temperature hanno permesso di ottenere  $R_s$  a  $T$  ambiente, che è risultata essere  $R_s = (12.2 \pm 0.6)$  mΩ. Da tale valore, si ottiene per  $\rho$  il valore  $(2.8 \pm 0.3) \times 10^{-8}$  Ω·m, che corrisponde al valore riportato in letteratura per la resistività a temperatura ambiente dell'oro; d'altra parte, sia il cilindro sia la bacchetta di rame sono state dorate e il buon accordo ci garantisce la ragionevolezza del metodo di analisi adottato.

Da Fig. 6.6 si vede che alle due temperature  $T = 4.2$  K e  $T = 40$  K, che delimitano il range di interesse per analizzare la risposta dell'MgB<sub>2</sub>, l'andamento di  $R_s(f)$  delle pareti della cavità di rame è circa lo stesso; in particolare,  $R_s$  segue una legge del tipo  $f^n$  con  $n = 0.75 \pm 0.05$ . Risultati simili sono stati ottenuti anche nella cavità di rame corta, essi sono stati utilizzati per ricavare l'andamento con la frequenza dell'MgB<sub>2</sub>. L'andamento con la frequenza dei dati sperimentali è compatibile con quello previsto per i metalli nel regime di effetto pelle anomalo.



### 6.2.1 Risultati sperimentali ottenuti con la cavità omogenea di $\text{MgB}_2$

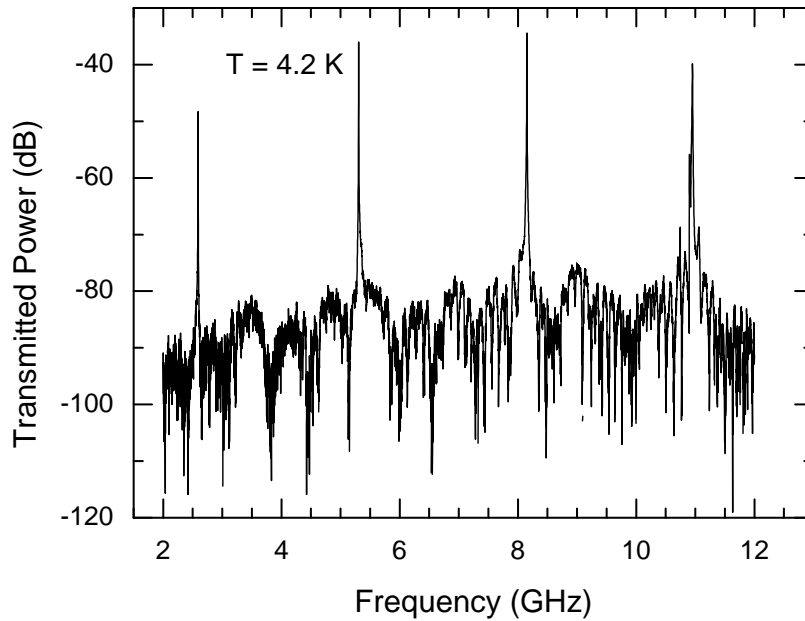
In Fig. 6.7 sono riportate due fotografie della cavità omogenea di  $\text{MgB}_2$ . In particolare, in Fig. 6.7 (a), è possibile vedere il sensore di temperatura NTC e la resistenza di riscaldamento; in Fig. 6.7 (b), è possibile vedere il connettore SMA collegato a un cavo coassiale e saldato all'adattatore, che è fissato alla cavità tramite i due anelli di ottone saldati sul tubo di  $\text{MgB}_2$ .



**Figura 6.7:** a) Cavità nel suo complesso; b) Un'estremità della cavità in cui si nota il connettore SMA collegato al cavo coassiale saldato all'adattatore che, a sua volta, è fissato alla cavità tramite i due anelli di ottone saldati sul cilindro di  $\text{MgB}_2$ .

In Fig. 6.8 è riportata la risposta in frequenza della cavità, a  $T = 4.2$  K, nell'intervallo di frequenze da 2 a 12 GHz; essa è stata ottenuta misurando la potenza trasmessa in cavità tramite il network analyzer (NA) nella configurazione a due porte descritta nel Paragrafo 5.1.2. In figura sono ben visibili i primi quattro modi, risonanti alle frequenze di circa 2.6, 5.3, 8.2 e 11 GHz. La geometria della cavità è tale che, nell'intervallo di frequenze disponibili con il NA (da 50 MHz a 13 GHz), sono rivelabili solo i modi TEM.

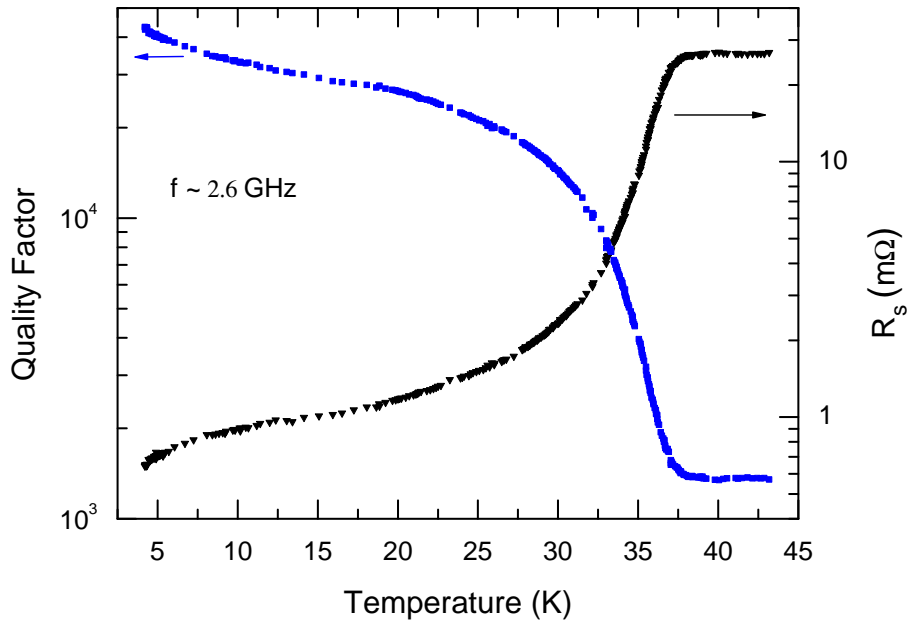
Utilizzando il NA in un range di frequenze opportuno per rivelare al meglio il modo fondamentale, risonante a  $f \approx 2.6$  GHz, abbiamo determinato il fattore di qualità loaded e i coefficienti di accoppiamento in funzione della temperatura; da queste misure, usando l'Eq. (5.5), abbiamo determinato il fattore di qualità unloaded e, usando l'Eq. (6.1), la resistenza superficiale dell' $\text{MgB}_2$ . La Fig. 6.9 mostra la dipendenza dalla temperatura di  $Q_u$  e di  $R_s$ , ottenuta a  $f \approx 2.6$  GHz. I risultati mostrano che, a  $T = 4.2$  K, il fattore di



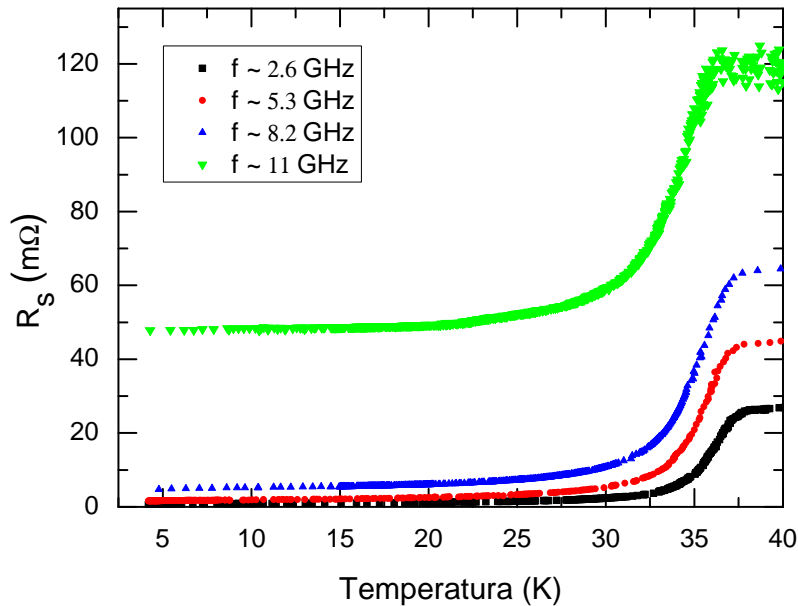
**Figura 6.8:** Potenza trasmessa in funzione della frequenza a  $T = 4.2$  K [58].

qualità unloaded della cavità è  $Q_u \approx 43000$ ; esso rimane dell'ordine di  $10^4$  fino a circa 30 K e si riduce di un fattore 30 quando il SC passa allo stato normale. È possibile, inoltre, notare una leggera flessione di  $R_s$  e  $Q_u$  nell'intervallo di temperature tra 4.2 e 15 K, che non è rivelabile da misure di  $R_s$  con la tecnica di cavity perturbation in campioni di piccole dimensioni. Nel caso di questa cavità omogenea, la maggior sensibilità consente di rivelare anche piccole variazioni di  $R_s$  a basse temperature. L'origine di questa flessione sarà discussa in seguito.

Seguendo lo stesso procedimento utilizzato per la frequenza fondamentale, abbiamo ottenuto gli andamenti con la temperatura di  $R_s$  alle altre frequenze di risonanza; i risultati sono mostrati in Fig. 6.10. Dalla figura si vede che, sia nello stato superconduttivo sia nello stato normale, all'aumentare della frequenza  $R_s$  aumenta, come ci si aspetta. Tuttavia, notiamo che la curva corrispondente alla frequenza di  $\approx 11$  GHz si discosta significativamente dalle altre. Come discusso nel Paragrafo 2.4, ci si aspetta che  $R_s$  nello stato superconduttivo, a temperature sufficientemente basse, segua una legge di potenza del tipo  $f^n$  con  $n \approx 2$  e che nello stato normale segua la legge  $\sqrt{f}$ . Per le prime tre frequenze queste leggi sono pressappoco rispettate (come vedremo in seguito); per il modo a  $f \approx 11$  GHz il valore aspettato di  $R_s$  dovrebbe essere circa 9 m $\Omega$ , invece quello misurato è 48 m $\Omega$  cioè quasi un ordine di grandezza più grande. La ragione di questa

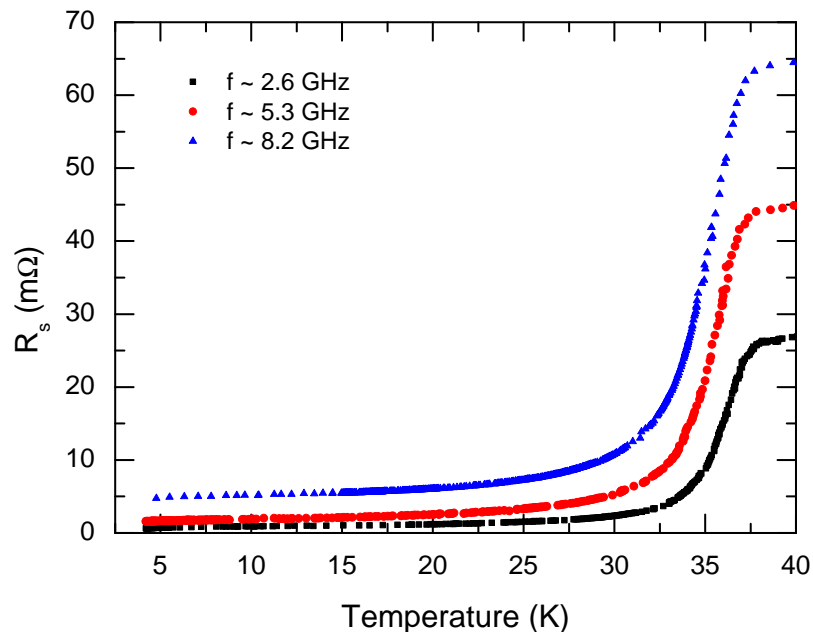


**Figura 6.9:** Dipendenza dalla temperatura del fattore di qualità unloaded (asse di sinistra) e della resistenza superficiale (asse di destra) della cavità coassiale omogenea  $\text{MgB}_2/\text{MgB}_2$  alla frequenza fondamentale del modo TEM [58].



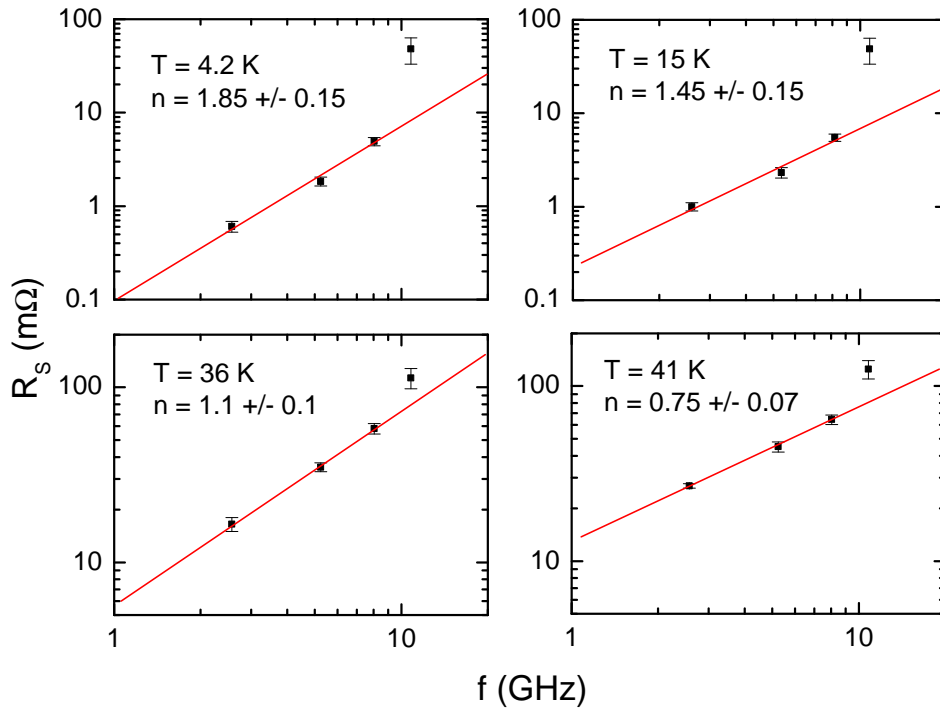
**Figura 6.10:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza superficiale ottenuta per la cavità coassiale omogenea  $\text{MgB}_2/\text{MgB}_2$  alle quattro frequenze di risonanza.

discrepanza nei valori di  $R_s$  non può cercarsi nella particolare natura superconduttiva del materiale; infatti, se calcoliamo il valore aspettato anche nello stato normale otteniamo  $\approx 78 \text{ m}\Omega$ , mentre il valore misurato risulta  $\approx 120 \text{ m}\Omega$ . Misure ripetute di  $R_s$  a  $\approx 11 \text{ GHz}$  hanno inoltre mostrato una variabilità di circa il 60%. È importante sottolineare che queste grosse discrepanze (a frequenze  $\sim 10 \text{ GHz}$ ) si sono riscontrate anche in altre cavità studiate (comprese quelle di rame). Ciò ci ha indotto a pensare che questo problema sia di natura strumentale, anche se non ancora ben individuato. Per questo motivo, abbiamo deciso di non considerare la curva di  $R_s$  a  $11 \text{ GHz}$  e di ricavare informazioni sulla dipendenza di  $R_s$  dalla frequenza utilizzando solo le curve alle prime tre frequenze di risonanza. In Fig. 6.11 sono riportate le curve di  $R_s$  in funzione della temperatura alle prime tre frequenze di risonanza, in una scala più adeguata per visualizzare meglio le differenze tra le curve. Riportando i valori di  $R_s(f)$  a temperature fissate in scala



**Figura 6.11:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza superficiale ottenuta per la cavità coassiale omogenea  $\text{MgB}_2/\text{MgB}_2$  alle prime tre frequenze di risonanza [58].

logaritmica, se è valida la legge di potenza  $R_s \propto f^n$ , ci si aspetta di trovare un andamento lineare; in Fig. 6.12 sono mostrati i grafici alle temperature di 4.2, 15, 36 e 41 K (le barre di errore riportate per  $R_s$  sono state stimate in base alla variabilità dei risultati ottenuti da misure effettuate in giorni differenti). Dalla figura si nota che i primi tre punti seguono una legge del tipo  $f^n$ , mentre il punto corrispondente al quarto modo risonante si discosta significativamente. In figura è mostrato il risultato del fitting eseguito sui primi tre punti; il quarto punto è mostrato per confronto.



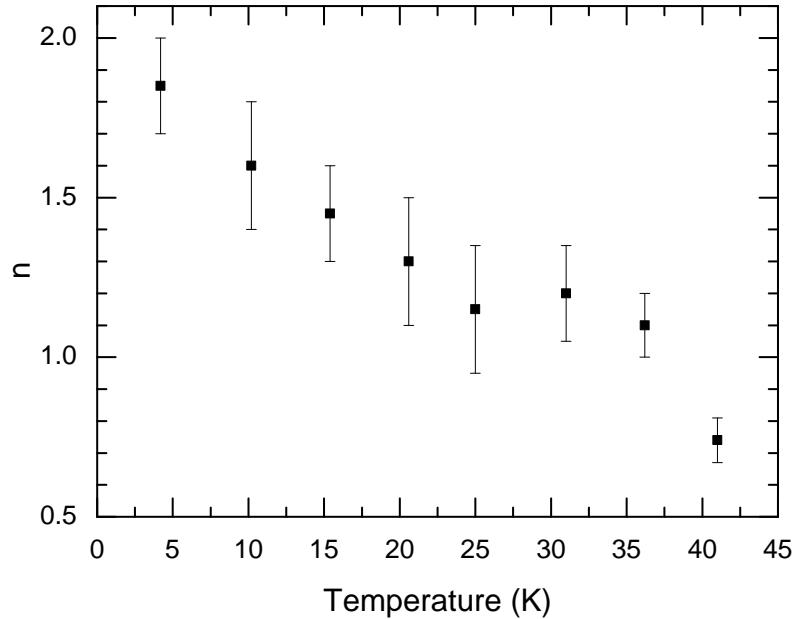
**Figura 6.12:** Dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  per quattro valori di temperatura, fissati rispettivamente a 4.2, 15, 36 e 41 K. Le linee rosse sono il risultato del fitting eseguito solo per i primi tre punti di ogni grafico, il quarto punto è riportato per confronto.

L'andamento di  $n$  in funzione della temperatura, ricavato come descritto sopra, è riportato in Fig. 6.13. Come si può vedere, a  $T = 4.2$  K la resistenza superficiale dipende quadraticamente dalla frequenza, entro l'indeterminazione sperimentale. All'aumentare della temperatura,  $n$  diminuisce fino a raggiungere il valore  $n \approx 0.75$  nello stato normale. Le barre di errore di  $n$  sono molto grandi (in alcuni casi fino al 15% del valore di  $n$ ), probabilmente per il fatto che abbiamo eseguito un fitting con soli tre punti; per questa ragione, per meglio determinare la dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  dell' $\text{MgB}_2$ , abbiamo realizzato la cavità ibrida lunga, che ha uno spettro con otto risonanze nell'intervallo di frequenze a nostra disposizione.

### 6.2.2 Risultati sperimentali ottenuti con la cavità ibrida corta

La cavità ibrida corta è la prima cavità coassiale con  $\text{MgB}_2$  che abbiamo realizzato<sup>1</sup>. Lo studio di tale cavità ci permette di ricavare le proprietà della bacchetta interna di  $\text{MgB}_2$  e un confronto dei risultati ottenuti con la cavità omogenea può essere utile per verificare se le proprietà a microonde della bacchetta e del cilindro sono uguali.

<sup>1</sup>Essa è stata realizzata prima di avere a disposizione il cilindro di  $\text{MgB}_2$ .

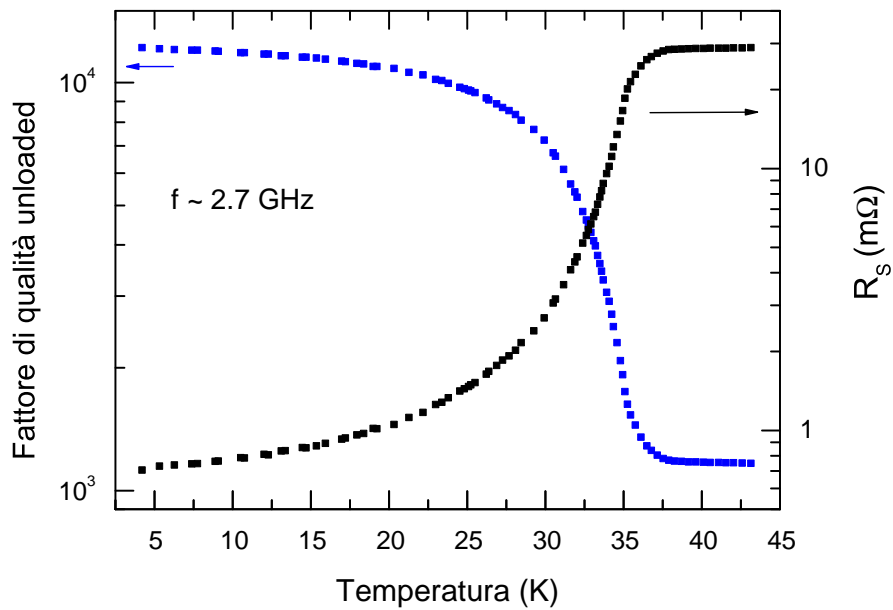


**Figura 6.13:** Dipendenza dalla temperatura del coefficiente  $n$  ottenuta dal fitting dei valori di  $R_s$  alle prime tre frequenze di risonanza a varie temperature [58].

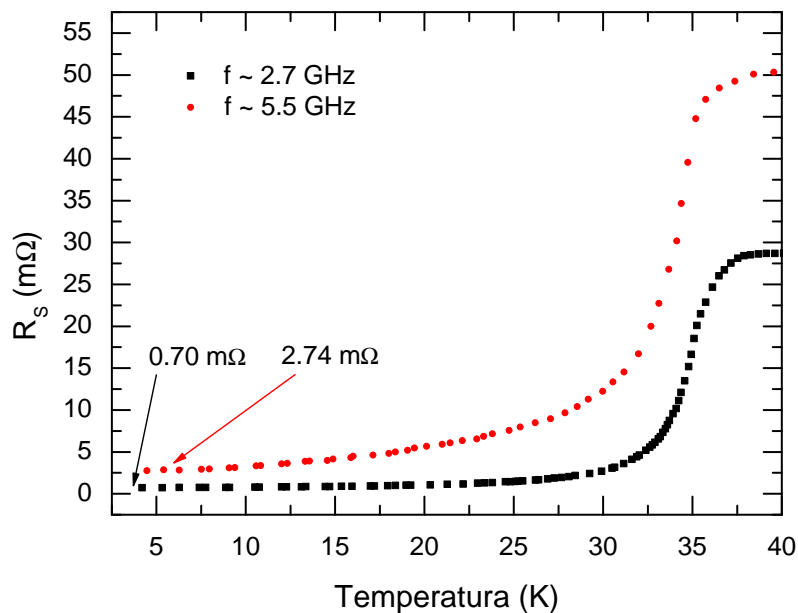
Lo spettro della cavità ibrida corta, a parte qualche piccola variazione nelle frequenze di risonanza, è simile a quello della cavità omogenea con la differenza che le curve di risonanza sono più larghe a causa della dissipazione delle pareti del cilindro di rame, che riduce notevolmente il fattore di qualità. I primi quattro modi risonanti hanno frequenze di risonanza di circa 2.7, 5.5, 8.4 e 11.4 GHz.

Con lo stesso procedimento utilizzato per la cavità omogenea, abbiamo determinato  $Q_u$  in funzione della temperatura del modo a  $f \approx 2.7$  GHz; da questo, usando l'Eq. (6.3), abbiamo eliminato il contributo del cilindro esterno di rame e abbiamo ottenuto la resistenza superficiale dell'MgB<sub>2</sub> a questa frequenza. La Fig. 6.14 mostra la dipendenza dalla temperatura di  $Q_u$  e di  $R_s$ , ottenuta a  $f \approx 2.7$  GHz. I risultati mostrano che, a  $T = 4.2$  K, il fattore di qualità unloaded della cavità ibrida corta è  $Q_u \approx 12000$  e si riduce di circa un fattore 10 quando il SC passa allo stato normale. Come ci aspettavamo, il fattore di qualità della cavità ibrida, a causa della maggiore dissipazione di energia nel tubo di rame, è minore di quello ottenuto per la cavità omogenea.

Seguendo lo stesso procedimento utilizzato per la frequenza fondamentale, abbiamo ottenuto gli andamenti di  $R_s$  con la temperatura anche per la frequenza di risonanza del secondo modo a  $f \approx 5.5$  GHz; i risultati sono mostrati in Fig. 6.15. Dalla figura si può notare che, a  $T = 4.2$  K, il rapporto tra i valori di  $R_s$  nei due modi è circa 4, in accordo con la legge di potenza  $f^2$ , come abbiamo visto precedentemente con la cavità omogenea.

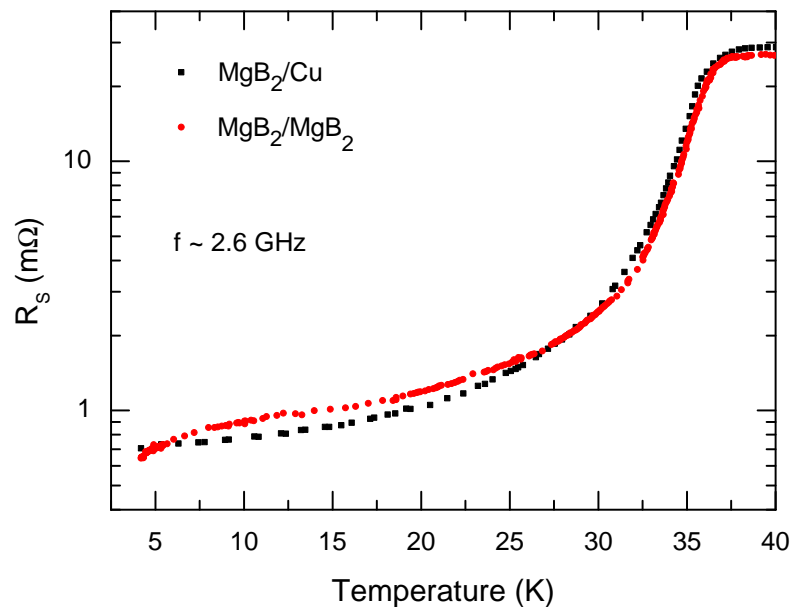


**Figura 6.14:** Dipendenza dalla temperatura del fattore di qualità unloaded (asse di sinistra) e della resistenza superficiale (asse di destra) della cavità coassiale ibrida corta  $\text{MgB}_2/\text{Cu}$  alla frequenza fondamentale del modo TEM.



**Figura 6.15:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza superficiale ottenuta con la cavità coassiale ibrida corta alle prime due frequenze di risonanza.

In Fig. 6.16 è riportato il confronto tra le  $R_s(T)$ , ottenute con la cavità omogenea e ibrida corta alla stessa frequenza. Dalla figura si può vedere che le due curve sono pressappoco sovrapponibili, la piccola discrepanza a basse temperature può essere attribuita alla differente sensibilità dei due modi con cui sono state ottenute, a causa del fatto che è necessario sottrarre il contributo alla dissipazione del tubo di rame. Probabilmente, per questo motivo la curva  $R_s(T)$  ottenuta con la cavità ibrida non presenta la flessione a basse temperature osservata nella cavità omogenea. Un'ulteriore causa delle piccole discrepanze potrebbe essere il differente grado di lucidatura delle superfici della bacchetta e del cilindro esterno che si nota anche ad occhio nudo.



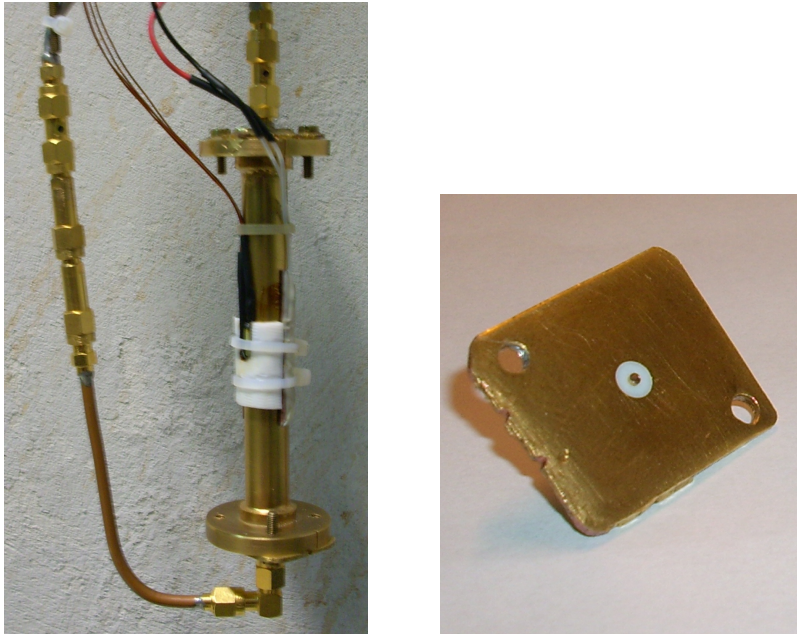
**Figura 6.16:** Confronto di  $R_s$  ottenute con la cavità omogenea (cerchi rossi) e con la cavità ibrida corta (quadrati neri) [58].

L'accordo tra i risultati ottenuti con le due cavità ci permette di dire che i materiali che costituiscono la bacchetta e il cilindro di  $\text{MgB}_2$  hanno proprietà molto simili; questo perché  $R_s$  ottenuta con la cavità omogenea è quella dell'intero sistema (cilindro + bacchetta), invece quella ottenuta con la cavità ibrida, eliminato il contributo del cilindro di rame, è della sola bacchetta. Questo risultato non era ovvio aspettarselo perché il cilindro e la bacchetta, come abbiamo detto nel Paragrafo 3.5, vengono prodotti con due diverse disposizioni della polvere di boro e, pertanto, subiscono l'infiltrazione del magnesio in due modi differenti. Questo nostro risultato suggerisce che se si usano, in fase di sintesi, gli stessi materiali di partenza, le proprietà del prodotto finali sono molto simili.



### 6.2.3 Risultati sperimentali ottenuti con la cavità ibrida lunga

La cavità ibrida lunga mostrata in Fig. 6.17 è stata costruita per meglio determinare la dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  dell' $\text{MgB}_2$ . Avendo una lunghezza circa doppia rispetto alle altre due cavità, essa è caratterizzata da uno spettro in frequenza con il doppio dei modi risonanti nello stesso intervallo di frequenze. In Fig. 6.18 è riportata la risposta

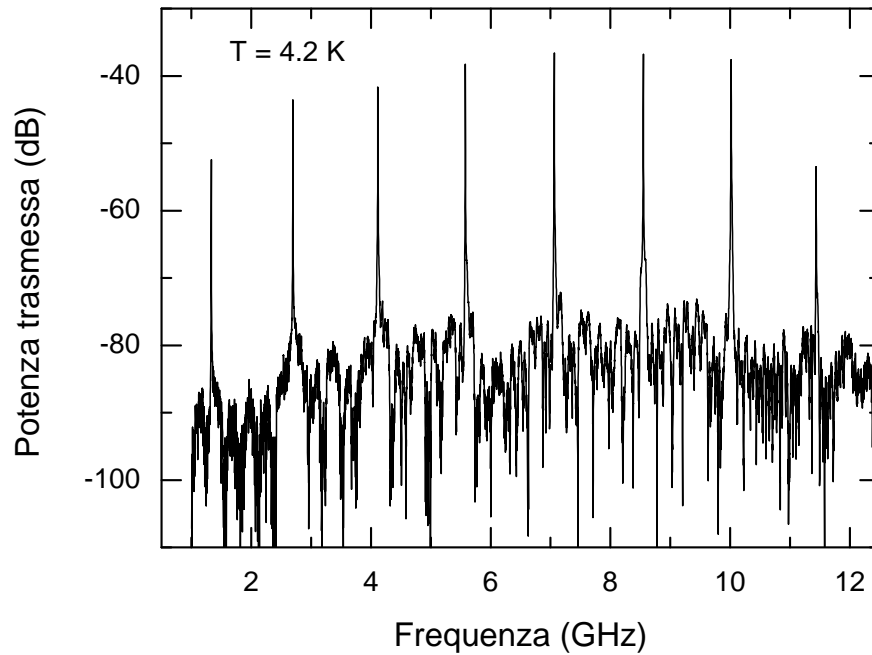


**Figura 6.17:** A sinistra: cavità ibrida lunga. A destra: connettore SMA modificato.

della cavità, a  $T = 4.2$  K, nell'intervallo di frequenze da 2 a 12 GHz, ottenuta con lo stesso procedimento usato per la cavità omogenea. In figura sono ben visibili i primi otto modi, risonanti alle frequenze di circa 1.35, 2.74, 4.19, 5.69, 7.21, 8.73, 10.22 e 11.67 GHz; la curva di risonanza corrispondente all'ultimo modo è visibilmente più "rumorosa" delle altre, probabilmente perché è centrata ad una frequenza vicina al limite superiore di funzionamento del NA.

Procedendo alla stessa maniera della cavità ibrida corta, abbiamo determinato il fattore di qualità unloaded, e la resistenza superficiale in funzione della temperatura, nel modo fondamentale, risonante a  $f \approx 1.35$  GHz; i risultati sono riportati in Fig. 6.19. I risultati mostrano che, a  $T = 4.2$  K, il fattore di qualità unloaded della cavità ibrida lunga è  $Q_u \approx 16000$ , esso si riduce di circa un fattore 20 quando il SC passa allo stato normale.

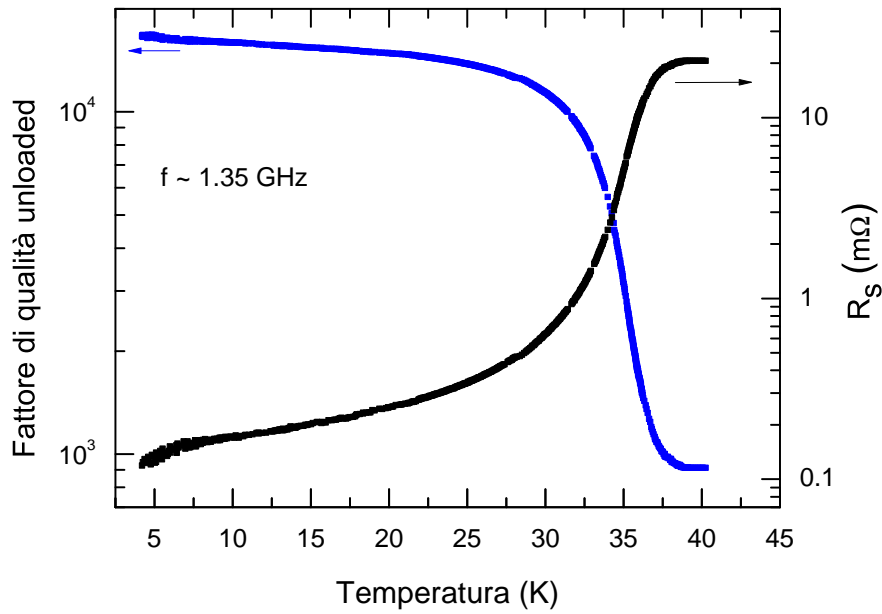
Nonostante la minore sensibilità a basse temperature, in Fig. 6.19 si può notare nell'intervallo di temperature tra 4.2 e 15 K la presenza della leggera flessione in  $Q_u$  e in  $R_s$ , già osservata nella cavità omogenea.



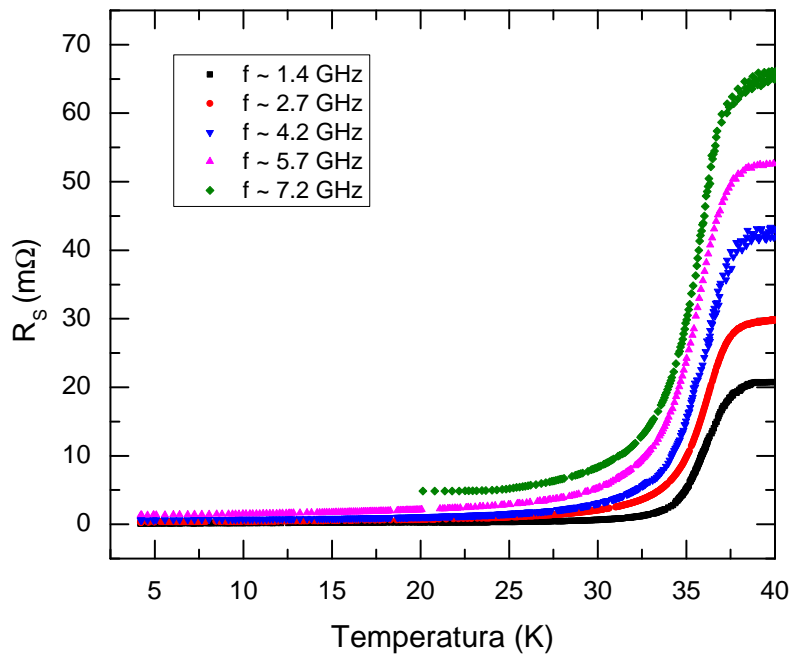
**Figura 6.18:** Potenza trasmessa in funzione della frequenza a  $T = 4.2$  K.

Seguendo lo stesso procedimento utilizzato per la frequenza fondamentale, abbiamo ottenuto gli andamenti con la temperatura di  $R_s$  per altre frequenze di risonanza fino a  $f \approx 7.2$  GHz; i risultati sono mostrati in Fig. 6.20. Dalla figura, oltre a un aumento di  $R_s$  con la frequenza, sia nello stato normale sia nello stato superconduttivo, si nota un progressivo allargamento delle curve  $R_s(T)$  per frequenze crescenti, soprattutto vicino le “code” a basse temperature.

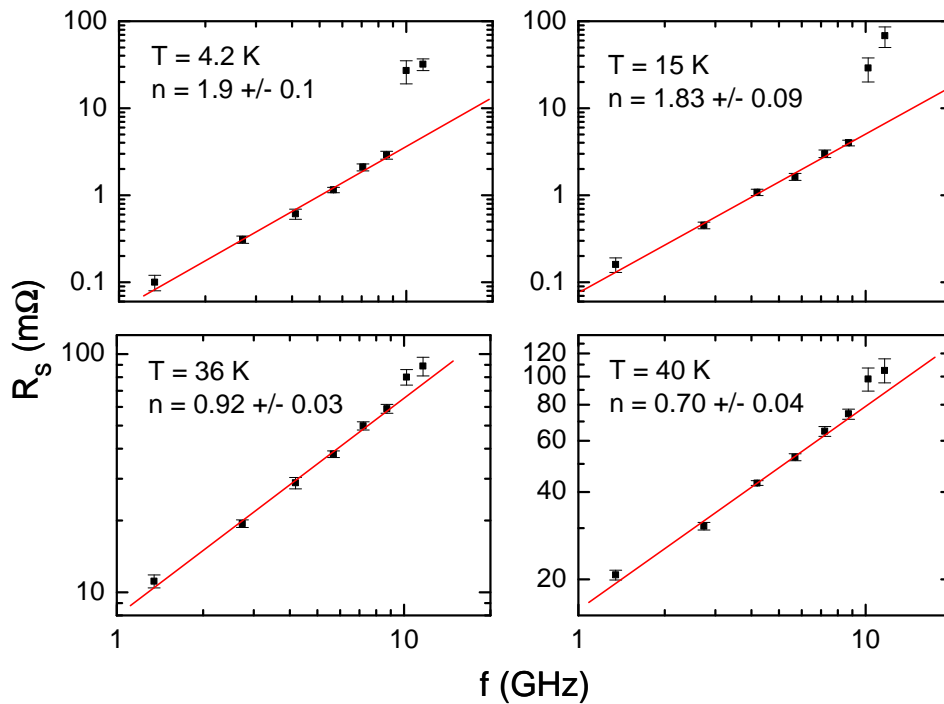
Per determinare  $R_s(f)$  a temperature fissate, al fine di avere una migliore termalizzazione della cavità, abbiamo seguito una procedura di misura diversa rispetto a quella usata per la cavità omogenea. Questa cavità, infatti, è più lunga di quella omogenea e non è stato possibile disporla orizzontalmente nel dewar, quindi, non essendo tutta la cavità alla stessa distanza dal bagno termico, e a causa anche delle sue maggiori dimensioni, la termalizzazione del sistema è più lenta. Alla luce di ciò, si è deciso di misurare il fattore di qualità e i relativi accoppiamenti alle varie frequenze nel seguente modo. Il sistema veniva riscaldato molto lentamente attraverso la resistenza alimentata dal generatore di tensione DC; raggiunta la temperatura di set point, veniva stabilizzata la stessa tramite il controllo di temperatura (vedi Paragrafo 5.1.1) e si aspettava qualche minuto. In questo modo, a  $T$  fissata misuravamo i fattori di qualità loaded e i relativi accoppiamenti da cui, seguendo lo stesso procedimento descritto precedentemente, si sono ottenute le resistenze superficiali alle frequenze di risonanza degli otto modi della cavità.



**Figura 6.19:** Dipendenza dalla temperatura del fattore di qualità unloaded (asse di sinistra) e della resistenza superficiale (asse di destra) della cavità coassiale ibrida  $\text{MgB}_2/\text{Cu}$  lunga, alla frequenza fondamentale del modo TEM.



**Figura 6.20:** Dipendenza dalla temperatura della resistenza superficiale ottenuta per la cavità coassiale ibrida lunga per i primi cinque modi risonanti.

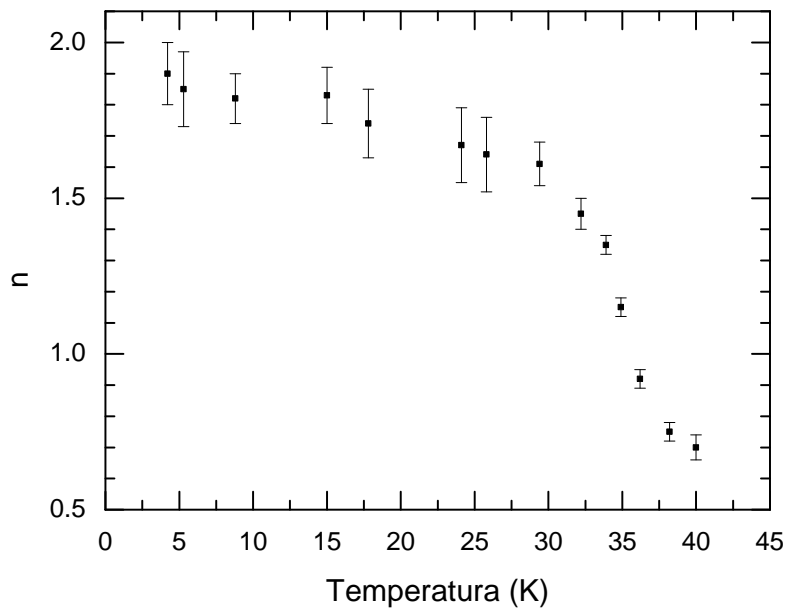


**Figura 6.21:** Dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  per quattro valori di temperatura, fissati rispettivamente a 4.2, 15, 36 e 40 K. Le linee rosse sono il risultato del fitting eseguito solo per i primi sei punti di ogni grafico, gli ultimi due punti sono stati aggiunti per evidenziare il loro discostamento.

In Fig. 6.21 sono riportati quattro grafici di  $R_s(f)$  in scala logaritmica alle temperature di 4.2, 15, 36 e 40 K (pressappoco le stesse temperature di quelle di Fig. 6.12). Dalla figura si nota che i primi sei punti seguono una legge di tipo  $f^n$ , mentre gli ultimi due corrispondenti al settimo e ottavo modo di risonanza si discostano significativamente, come accadeva per il modo a circa 11 GHz della cavità omogenea. In figura è mostrato il risultato del fitting eseguito sui primi sei punti; gli ultimi due punti sono mostrati per confronto.

Seguendo lo stesso procedimento descritto precedentemente, abbiamo ottenuto l'andamento di  $n$  in funzione della temperatura, riportato in Fig. 6.22. Come si può vedere,  $R_s$  a  $T = 4.2$  K dipende quadraticamente dalla frequenza, entro l'indeterminazione sperimentale. All'aumentare della temperatura  $n$  diminuisce molto lentamente fino a  $T \approx 30$  K, superata questa temperatura decresce molto velocemente passando da 1.5 a 0.9 in circa 4 K, fino a raggiungere il valore  $n \approx 0.7$  nello stato normale. Il valore di  $n \approx 0.7$  si osserva anche a più alte temperature (almeno fino a 77 K); questo andamento si discosta da quello aspettato per un metallo nel regime di effetto pelle normale ed è compatibile con quello previsto nel regime di effetto pelle anomalo. Tuttavia, quest'ultima ipotesi non

è facilmente giustificabile perché in un campione policristallino non ci si aspetta che il cammino libero medio sia maggiore della skin depth. D'altra parte, non può essere dovuto ad effetti strumentali perché la resistenza superficiale delle cavità interamente costituite da rame (da noi studiate) ha mostrato a  $T = 77$  K un andamento del tipo  $\sqrt{f}$  previsto nel regime di effetto pelle normale e solo per  $T \lesssim 40$  K ha mostrato l'andamento previsto nel regime di effetto pelle anomalo.



**Figura 6.22:** Dipendenza dalla temperatura del coefficiente  $n$  ottenuta dal fitting dei valori di  $R_s$  alle prime sei frequenze di risonanza a varie temperature fissate.

## 6.3 Discussione dei risultati

Lo scopo principale di questo lavoro di tesi è stato quello di effettuare uno studio di fattibilità nella realizzazione di cavità coassiali risonanti a frequenze di microonde, utilizzando  $\text{MgB}_2$  prodotto con la tecnica Mg-RLI. Nei paragrafi precedenti abbiamo discusso le caratteristiche delle cavità realizzate e abbiamo riportato i risultati ottenuti. In questo paragrafo, al fine di determinare caratteristiche specifiche dei materiali utilizzati, dapprima analizzeremo quantitativamente i risultati sperimentali relativi alla resistenza superficiale a mw, sia nell'ambito delle teorie esistenti sia con un modello da noi elaborato; successivamente, confronteremo i risultati ottenuti con le tre cavità mettendo in evidenza, da un canto, le similarità e/o le differenze principali, dall'altro, le problematiche che sono emerse.

Per determinare le proprietà caratteristiche specifiche dei materiali usati per costruire le cavità, è necessario fittare i dati sperimentali con un appropriato modello. La dipendenza dalla temperatura di  $R_s$  nei SC nello stato Meissner, come abbiamo visto nel Paragrafo 2.4.2, può essere descritta dal modello a due fluidi. Usando l'Eq. (2.25) si può vedere che l'impedenza superficiale è legata alla lunghezza di penetrazione complessa del campo  $em$ ,  $\tilde{\lambda}$ . La parte immaginaria di  $\tilde{\lambda}$  dà la resistenza superficiale

$$R_s = i\mu_0\omega\Im\left[\tilde{\lambda}(\omega, T)\right]. \quad (6.4)$$

Nell'ambito del modello a due fluidi,  $\tilde{\lambda}$  può essere scritta in termini della lunghezza di penetrazione di London e della skin depth tramite l'espressione (2.18)

$$\tilde{\lambda} = \left[-\frac{1-w(T)}{\lambda_0^2} + 2i\frac{w(T)}{\delta_0^2}\right]^{-1/2} = \left[-\frac{1}{\lambda(T)^2} + 2i\frac{1}{\delta(T)^2}\right]^{-1/2}, \quad (6.5)$$

dove  $\lambda_0$  è la lunghezza di penetrazione di London a  $T = 0$ ,  $\delta_0$  è la skin depth classica a  $T = T_c$  e  $w(T)$  è la frazione di quasi-particelle.

Come abbiamo mostrato nel Paragrafo 2.4.1, la resistenza superficiale nello stato normale a  $T = T_c$  assume il valore  $R_n = \mu_0\omega\delta_0/2$ ; per questo motivo, l'andamento con la temperatura della resistenza superficiale normalizzata al suo valore allo stato normale,  $R_s(T)/R_n$ , dipende soltanto da  $\lambda_0/\delta_0$  e dalla specifica dipendenza dalla temperatura di  $w(T)$ . Per questo motivo, per fittare i dati sperimentali conviene considerare le curve normalizzate.

Nel Capitolo 3 abbiamo visto come la presenza di due gap superconduttivi nell' $\text{MgB}_2$  dia luogo a diversi effetti, pertanto l' $\text{MgB}_2$  è considerato un SC non convenzionale. In particolare, abbiamo visto che l'andamento con la temperatura della lunghezza di penetrazione non segue né il modello a due fluidi di Gorter e Casimir né la teoria BCS, ma

neanche la legge empirica osservata negli HTS. Piuttosto, un migliore adattamento ai dati sperimentali si ottiene con il modello a due bande di Moca, in cui la lunghezza di penetrazione del campo  $em$  è calcolata con una media pesata del contributo delle due bande. Dai risultati di questo modello si ottiene che la dipendenza dalla temperatura della frazione di quasi-particelle nell' $\text{MgB}_2$ , tranne a temperature minori di  $6 - 7$  K, segue una legge del tipo

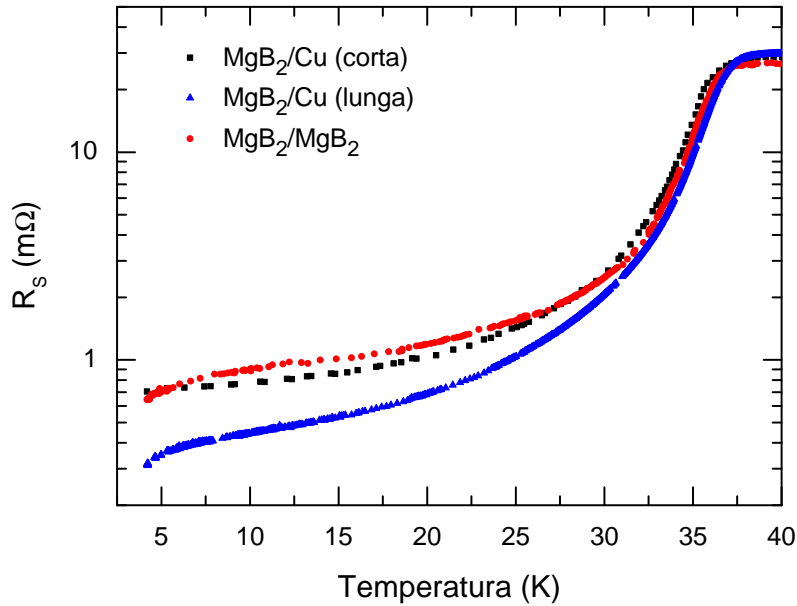
$$w(T) = 1 - \frac{\lambda(0)^2}{\lambda(T)^2} = \frac{T}{T_c}. \quad (6.6)$$

Un altro aspetto di cui bisogna tenere conto nello studio di  $R_s(T)$  è che la disomogeneità dei campioni policristallini determina una distribuzione di  $T_c$ . Pertanto, per effettuare il fitting dei dati sperimentali è necessario mediare le curve aspettate con una funzione di distribuzione gaussiana di  $T_c$  centrata in  $T_{c0}$  e di larghezza  $\sigma_{T_c}$ .

In sintesi, per fittare i dati sperimentali sono necessari i seguenti parametri:  $\lambda_0/\delta_0$ ,  $T_{c0}$ ,  $\sigma_{T_c}$ . È importante sottolineare che il parametro  $\sigma_{T_c}$  influenza la curva  $R_s(T)$  esclusivamente nella regione della transizione vicino  $T_{c0}$ ; al contrario, il valore di  $\lambda_0/\delta_0$  ha effetto sull'intera curva, quindi anche nella coda a basse  $T$ .

Un confronto degli andamenti di  $R_s(T)$  ottenuti con le tre cavità è riportato in Fig. 6.23. Dalle curve riportate si vede che i risultati ottenuti con la cavità ibrida corta e la cavità omogenea sono molto simili; al contrario, i valori di  $R_s$  ottenuti con la cavità lunga, tranne a temperature prossime a  $T_c$ , sono più piccoli (a  $T = 4.2$  K, la bacchetta lunga ha  $R_s$  circa la metà di quella corta). Le piccole differenze riscontrate nella resistenza superficiale ottenuta con la cavità ibrida corta e con quella omogenea sono molto probabilmente legate alla differente sensibilità raggiungibile con i due differenti metodi di analisi dei dati grezzi; per questo motivo, non abbiamo provato a fittare i dati ottenuti con la cavità ibrida corta. Come si vede chiaramente dalla figura, al diminuire della temperatura partendo dallo stato normale si osserva dapprima una rapida diminuzione, seguita da una variazione più lenta e, infine (a basse  $T$ ), un'ulteriore più rapida variazione (sottolineiamo che quest'ultima si nota soltanto in scala logaritmica e nelle curve in cui la sensibilità sperimentale è adeguata per apprezzare variazioni piccole).

Con il modello descritto sopra, assumendo che la frazione di elettroni normali dipenda linearmente dalla temperatura (Eq. 6.6) e utilizzando parametri ragionevoli per ottenere una curva  $R_s(T)$  con larghezza di transizione confrontabile con quelle da noi osservate, si ottiene la curva continua di Fig. 6.24. Per completezza, nella figura mostriamo le curve ottenute con differenti dipendenze dalla temperatura della frazione di elettroni normali,  $w(T)$ ; in particolare, ricordiamo che la dipendenza quadratica è stata utilizzata empiricamente per i SC cuprati, mentre la dipendenza  $(T/T_c)^4$  è quella prevista dal modello a



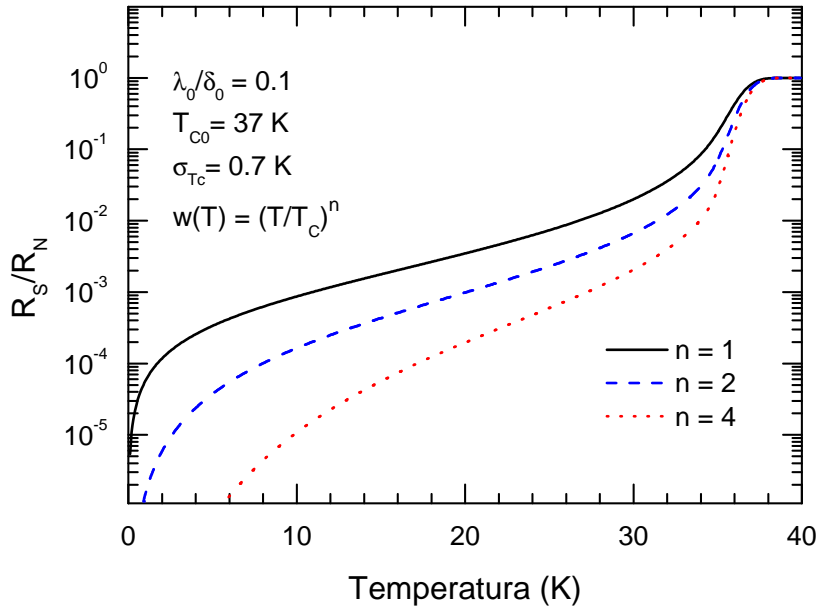
**Figura 6.23:** Confronto di  $R_s$  ottenute con la cavità omogenea (cerchi), con la cavità ibrida lunga (triangoli) e con la cavità ibrida corta (quadrati).

due fluidi di Gorter e Casimir ed è stata utilizzata per i SC convenzionali.

Come si vede in Fig. 6.24, le curve  $R_s(T)$  teoriche hanno qualitativamente un andamento simile a quello da noi osservato, compresa la flessione a basse  $T$ . Tuttavia, teoricamente la flessione si ottiene per bassi valori di  $R_s/R_n$  (è necessario visualizzare almeno 5 decadi per osservarla), essa è dovuta al fatto che teoricamente  $R_s \rightarrow 0$  per  $T \rightarrow 0$ . Al contrario, noi osserviamo una flessione a basse  $T$  per valori di  $R_s \sim 10^{-2}R_n$ . Questo potrebbe essere attribuito alla dissipazione aggiuntiva presente nei SC reali e, in particolare nei SC policristallini, dovuta a vari fattori, quali la presenza dei bordi di grano<sup>2</sup> che possono comportarsi da weak link, la presenza di ossidi sulla superficie, l'inclusione di cluster metallici entro la lunghezza di penetrazione del campo  $em$ , le irregolarità della superficie. Per questo motivo, per  $T \rightarrow 0$  la resistenza superficiale dei SC reali tende a un valore finito detto *resistenza superficiale residua*,  $R_{res}$ . Per fittare i dati, abbiamo provato ad aggiungere un contributo costante alla resistenza superficiale prevista teoricamente per tenere conto della resistenza residua; tuttavia, se aggiungiamo questo termine, la flessione a basse  $T$  viene completamente coperta. Due esempi di fitting effettuati aggiungendo come ulteriore parametro  $R_0/R_n$  ai valori di  $R_s(T)/R_n$  previsti dalla teoria sono mostrati in Fig. 6.25. Dalla figura si può notare un buon accordo dei dati sperimentali con la

<sup>2</sup>Impurezze e difetti puntiformi influenzano particolarmente le proprietà degli HTS perché  $\xi$  è piccola. Nell'MgB<sub>2</sub>,  $\xi$  è molto più grande di quella degli HTS e le impurezze non giocano un ruolo importante.



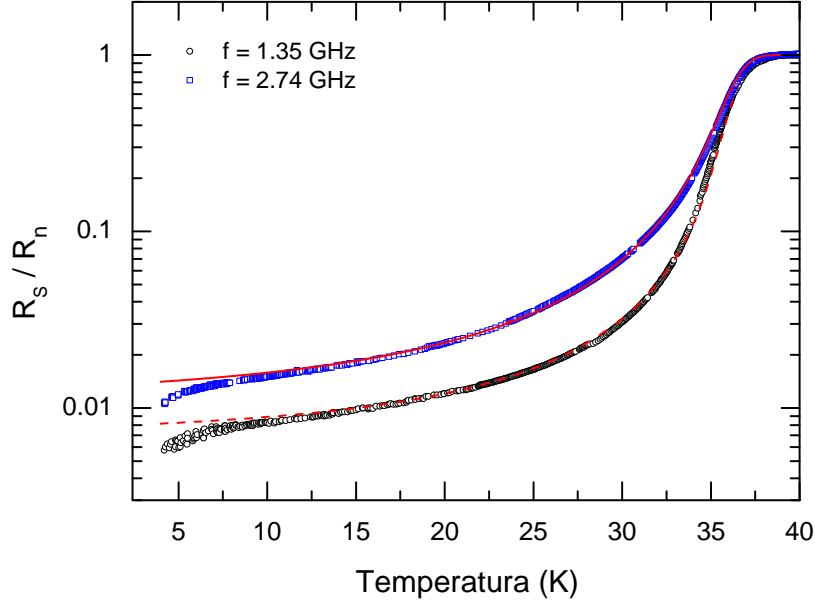


**Figura 6.24:** Curve teoriche dell'andamento con la temperatura della resistenza superficiale a mw, normalizzata al valore relativo allo stato normale, ottenuta col modello a due fluidi come descritto nel testo; i valori dei parametri utilizzati per ottenere le curve sono riportati nella figura.

curva teorica per  $T \gtrsim 10$  K. Al contrario, per  $T \lesssim 10$  K si nota un discostamento delle due curve teoriche dai dati, che tende a crescere al diminuire della temperatura. Come si vede dal confronto di figura, il termine  $R_0/R_n$  predomina a basse  $T$  facendo tendere la curva ad un valore costante. Inoltre, sebbene otteniamo un buon fit in un ampio range di temperature, il termine  $R_0/R_n$  non ha certamente il significato fisico della resistenza residua infatti esso è maggiore del minimo valore di  $R_s$  da noi misurato.

Una diminuzione di  $R_s$  a basse temperature è stata osservata da diversi autori [60, 61, 62] ed è stata attribuita a una diminuzione della densità di quasi-particelle provenienti dalla banda  $\pi$ , che a temperature più alte sono eccitate attraverso il gap piccolo dall'agitazione termica.

Considerando la natura a due gap dell' $\text{MgB}_2$ , i portatori di carica che possono formare lo stato condensato provengono sia dalla banda  $\pi$  (responsabile del gap piccolo), sia dalla banda  $\sigma$  (responsabile del gap grande); molte proprietà dell' $\text{MgB}_2$  sono state giustificate considerando due superfluidi indipendenti, anche se si sa che questa è solo un'approssimazione. A temperature finite, entrambe le coppie formate da portatori delle due bande hanno una probabilità finita di rompersi formando quasi-particelle (fluido normale), che



**Figura 6.25:** Dipendenza dalla temperatura di  $R_s/R_n$ , ottenuta aggiungendo un termine costante,  $R_0/R_n$ , ai valori previsti dalla teoria per fittare i dati sperimentali ottenuti con la cavità ibrida lunga nei primi due modi risonanti. La linea tratteggiata è stata ottenuta con i seguenti parametri:  $\lambda_0/\delta_0 = 0.107$ ,  $T_{c0} = 37.1$  K,  $\sigma_{T_c} = 0.7$  K,  $R_0/R_n = 8.3 \times 10^{-3}$ . La linea continua è stata ottenuta con  $\lambda_0/\delta_0 = 0.14$ ,  $T_{c0} = 37.1$  K,  $\sigma_{T_c} = 0.7$  K,  $R_0/R_n = 13.5 \times 10^{-3}$ .

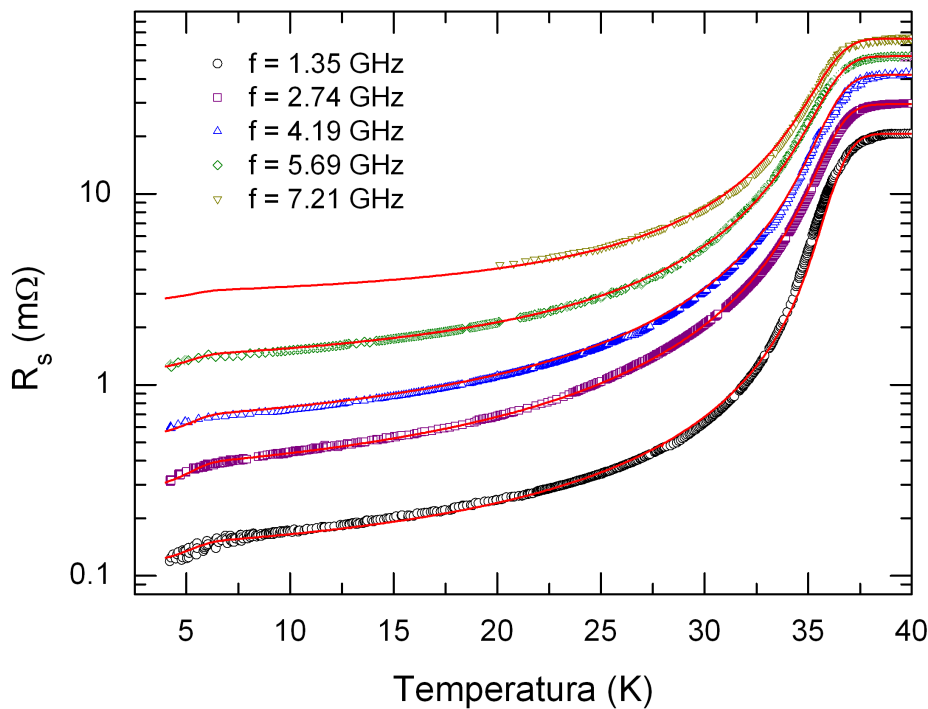
danno luogo a dissipazione. La probabilità che le coppie si rompano è più alta per quelle formate da elettroni della banda  $\pi$  rispetto a quelle formate da elettroni provenienti dalla banda  $\sigma$ . Esisterà un range di temperature in cui quasi tutte le coppie formate da elettroni provenienti dalla banda  $\pi$  sono rotte e, comunque, esisterà un valore limite della temperatura in cui la rottura di queste coppie viene maggiormente inibita.

Alla luce di quanto appena detto, abbiamo pensato di modificare il modello a due fluidi considerando la presenza di quattro fluidi: normale e superconduttivo per i portatori provenienti dalla banda  $\pi$ ; normale e superconduttivo per quelli della banda  $\sigma$ . In un modello molto “rozzo” abbiamo supposto che la ricombinazione delle quasi-particelle della banda  $\pi$  nel formare coppie di Cooper sia non trascurabile al di sotto di un valore particolare di temperatura,  $T_{c1}$ , e abbiamo pesato la frazione dei portatori provenienti dalle due bande attribuendo i pesi 0.55 per la banda  $\pi$  e 0.45 per la banda  $\sigma$ . Questi valori sono gli stessi della percentuale di portatori provenienti dalle due bande utilizzati per giustificare i dati dell’andamento del calore specifico in funzione della temperatura nell’MgB<sub>2</sub> (vedi Paragrafo 3.2) [33]. In pratica, abbiamo posto

$$w(T) = 0.45 \frac{T}{T_c} + 0.55 \frac{T}{T_{c1}}, \quad (6.7)$$

dove  $T_c$  è la temperatura di transizione allo stato superconduttivo e  $T_{c1}$  è la temperatura al di sotto della quale la ricombinazione delle quasi-particelle provenienti dalla banda  $\pi$  non può essere trascurata.

Nel calcolare le curve teoriche, abbiamo imposto che per  $T > T_{c1}$  il contributo a  $w(T)$  del secondo termine di Eq. (6.7) rimane costante al valore massimo 0.55. Anche per  $T_{c1}$ , abbiamo considerato una funzione di distribuzione gaussiana, centrata in  $T_{c10}$  e di larghezza  $\sigma_{T_{c1}}$ . Nel seguito questo modello verrà indicato come “a quattro fluidi”. Anche considerando questo modello, abbiamo tenuto conto della resistenza superficiale residua aggiungendo un contributo costante,  $R_{res}/R_n$ ; in questo caso,  $R_{res}$  assume il giusto significato di resistenza residua del materiale.



**Figura 6.26:** Dipendenza dalla temperatura di  $R_s$  della cavità lunga, alle varie frequenze. I simboli rappresentano i dati sperimentali. Le linee sono le curve di best fit ottenute col modello “a quattro fluidi”, come spiegato nel testo. I valori dei parametri di best fit, assieme ad alcune proprietà che possono essere determinate sia dai dati sia dai parametri, sono riportati in Tabella 6.1.

In Fig. 6.26 sono riportate le curve  $R_s(T)$  ottenute con la cavità lunga nei primi cinque modi risonanti con le rispettive curve di best fit ottenute con il modello a quattro fluidi. Il fitting è stato effettuato sui valori normalizzati per ridurre il numero di parametri; le

curve riportate in figura sono state moltiplicate per il valore di  $R_n$  misurato, al fine di separarle l'una dall'altra. I parametri di best fit che variano al variare della frequenza sono riportati in Tabella 6.1, quelli che sono stati tenuti fissi sono riportati nella didascalia della tabella. Come si vede, le curve si adattano molto bene ai dati sperimentali. Il valore di  $T_{c10}$  che permette di ottenere un buon fit è  $6.0 \pm 0.2$  K; esso è circa la metà del valore teorico a cui si chiuderebbe il gap piccolo se lo scattering inter-banda fosse trascurabile (vedi Fig. 3.5), tuttavia esso coincide pressappoco con la temperatura a cui si osserva una spalla nell'andamento con la temperatura del calore specifico dell'MgB<sub>2</sub> (vedi Fig. 3.7) e anche con il valore di temperatura a cui l'Eq. (6.6) non è più valida.

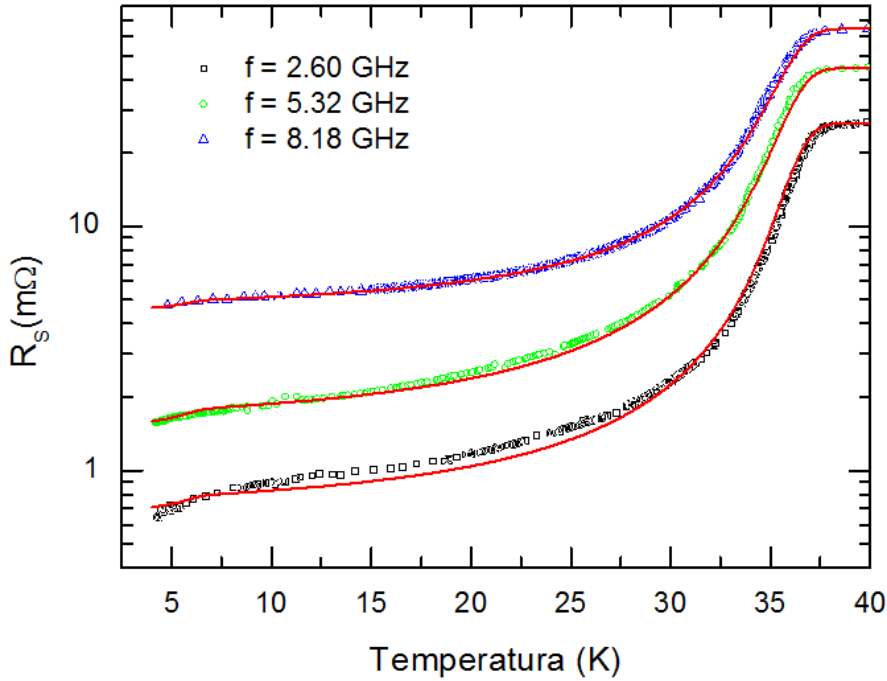
Frequenza (GHz)	$\lambda_0/\delta_0$	$R_{res}/R_n$	$R_n$ (m $\Omega$ )	$\delta_0$ ( $\mu$ m)	$\lambda_0$ (nm)
1.35	0.072	0.0053	20.7	3.8	270
2.74	0.095	0.0089	29.5	2.7	260
4.19	0.097	0.0120	42	2.5	240
5.69	0.105	0.0220	52.6	2.3	240
7.21	0.110	0.0440	65	2.2	240

**Tabella 6.1:** Parametri del fitting e principali proprietà della bacchetta lunga a varie frequenze. I parametri  $T_{c0} = 37.1$  K,  $\sigma_{T_c} = 0.7$  K,  $T_{c10} = 6$  K e  $\sigma_{T_{c1}} = 0.6$  K sono uguali per tutte le curve. L'errore sui parametri è  $\approx 1\%$ ; invece l'errore su  $R_n$  è  $\approx 5\%$ , esso si ripercuote sui valori di  $\delta_0$  e  $\lambda_0$  calcolati a partire da  $R_n$ .

In Fig. 6.27 sono riportate le curve  $R_s(T)$  ottenute con la cavità omogenea nei primi tre modi risonanti con le rispettive curve di best fit. Anche in questo caso, i parametri di best fit che variano al variare della frequenza sono riportati in Tabella 6.2, quelli che sono stati tenuti fissi sono riportati nella didascalia della tabella.

Anche per i dati ottenuti con la cavità omogenea si ottengono dei fit soddisfacenti, il valore di  $T_{c10}$  con cui si ottiene complessivamente (alle tre frequenze) un buon fit è  $6.5 \pm 0.2$  K, i valori di  $T_{c0}$ ,  $\sigma_{T_c}$  e  $\sigma_{T_{c1}}$  sono identici a quelli utilizzati nei fitting dei risultati ottenuti con la cavità lunga. Anche i valori di  $\lambda_0/\delta_0$  sono, a parità di frequenza, circa uguali per le due cavità. Come già detto, nelle tabelle, oltre ai valori dei parametri, sono riportati i valori di alcune grandezze caratteristiche del materiale che possono essere determinate sia dai dati sperimentali sia dai parametri ricavati dai fitting. Utilizzando il valore del rapporto  $\lambda_0/\delta_0$  ottenuto dai fitting e tenendo conto che  $R_n = \mu_0 \omega \delta_0 / 2$ , abbiamo determinato i valori di  $\delta_0$  e  $\lambda_0$  nelle due bacchette (riportati nelle Tabelle 6.1 e 6.2).

I valori della lunghezza di penetrazione ottenuti, entro l'indeterminazione sperimentale, sono uguali in entrambe le bacchette e sono circa indipendenti dalla frequenza come ci



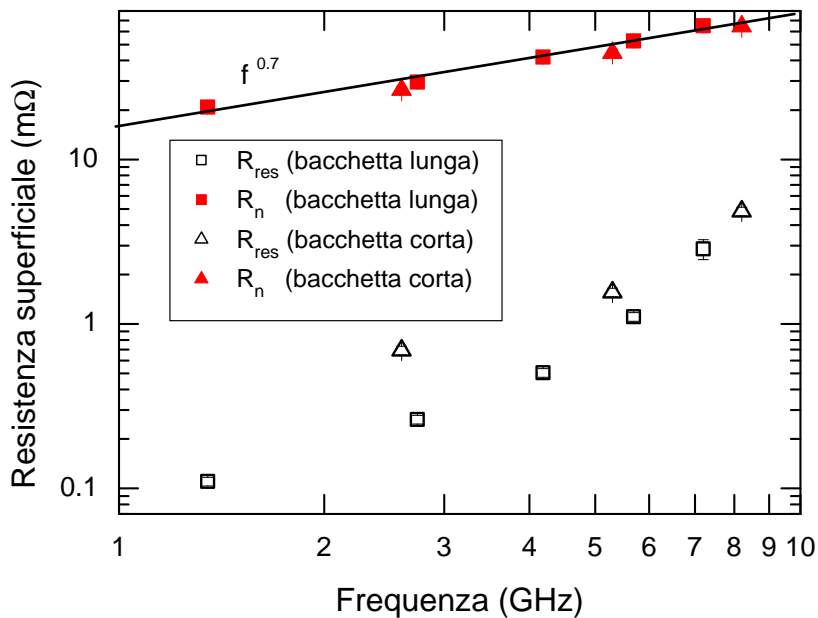
**Figura 6.27:** Dipendenza dalla temperatura di  $R_s$  della cavità omogenea, alle varie frequenze. I simboli rappresentano i dati sperimentali. Le linee sono le curve di best fit ottenute col modello “a quattro fluidi”, come spiegato nel testo. I valori dei parametri di best fit, assieme ad alcune proprietà che possono essere determinate sia dai dati sia dai parametri, sono riportati in Tabella 6.2.

Frequenza (GHz)	$\lambda_0/\delta_0$	$R_{res}/R_n$	$R_n$ (mΩ)	$\delta_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$\lambda_0$ (nm)
2.60	0.095	0.026	26.5	2.6	250
5.32	0.107	0.035	44.5	2.2	230
8.18	0.115	0.075	64.5	2.0	230

**Tabella 6.2:** Parametri del fitting e principali proprietà del materiale con cui è fatta la cavità omogenea a varie frequenze. I parametri  $T_{c0} = 37.1$  K,  $\sigma_{T_c} = 0.7$  K,  $T_{c10} = 6.5$  K e  $\sigma_{T_{c1}} = 0.6$  K sono uguali per tutte le curve. L’errore sui parametri è  $\approx 1\%$ ; invece l’errore su  $R_n$  è  $\approx 5\%$ , esso si ripercuote sui valori di  $\delta_0$  e  $\lambda_0$  calcolati a partire da  $R_n$ .

si aspetta. Complessivamente possiamo stimare  $\lambda_0 = (250 \pm 20)$  nm, esso è dello stesso ordine di quelli riportati in letteratura [22, 62] che variano da 80 a 300 nm; tenendo conto che i materiali investigati sono granulari e di dimensioni estese, questo valore è più che soddisfacente, confermando che i grani nell’ $\text{MgB}_2$  sono fortemente accoppiati. Nei SC cuprati, dove l’effetto dei bordi di grano è certamente più rilevante, si ottengono valori dell’ordine di 1000 nm [56].

Da un'analisi delle tabelle, notiamo che alcune grandezze dipendono dalla frequenza; esse sono  $\lambda_0/\delta_0$ ,  $R_{res}/R_n$ ,  $R_n$  e  $\delta_0$ . La variazione con  $f$  di  $\lambda_0/\delta_0$  è strettamente legata alla variazione di  $\delta_0$  che, nell'ipotesi di effetto pelle normale, dovrebbe variare come  $1/\sqrt{f}$ . I valori di  $\delta_0$  riportati nelle tabelle sono stati ricavati dai valori misurati di  $R_n$ , pertanto la dipendenza dalla frequenza di  $\delta_0$  è legata a quella di  $R_n$ . Per quanto riguarda la resistenza residua, dai valori del parametro  $R_{res}/R_n$  e di  $R_n(f)$ , possiamo ricavare  $R_{res}(f)$ . In Fig. 6.28 sono riportati i valori  $R_n$  e di  $R_{res}$  al variare della frequenza, per entrambe le bacchette. Dalla figura si vede che, per entrambe le bacchette,  $R_n$  segue la legge di

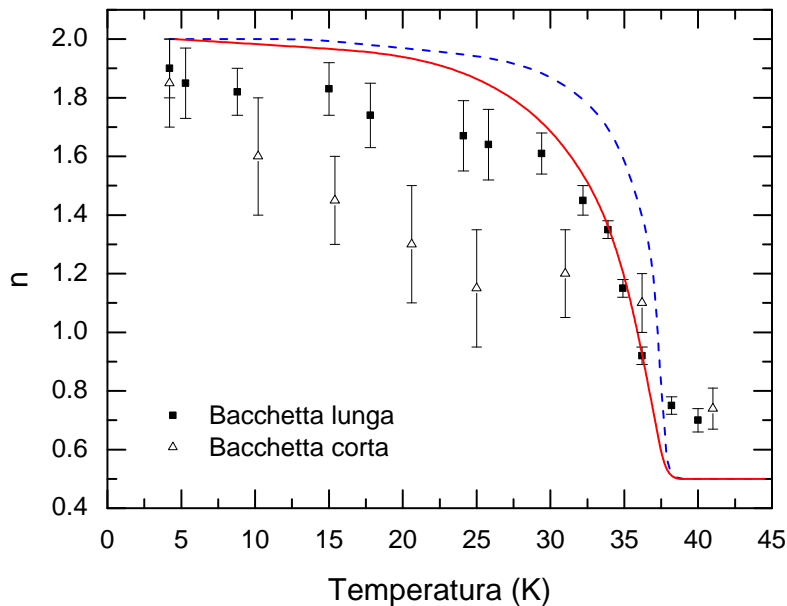


**Figura 6.28:** Dipendenza dalla frequenza della resistenza superficiale residua e di quella allo stato normale, per la cavità lunga (quadrati) e per la cavità omogenea corta (triangoli).

potenza  $f^{0.7}$  che si discosta da quella attesa nel regime di effetto pelle normale ( $f^{0.5}$ ); sebbene il nostro risultato è compatibile con l'andamento aspettato nel regime di effetto pelle anomalo, noi non crediamo che l'MgB<sub>2</sub> a 40 K sia in questo regime. Al contrario,  $R_{res}$  non segue una legge di potenza; considerando che la resistenza superficiale residua è attribuibile a vari fattori legati alla disomogeneità dei materiali, non è prevedibile teoricamente uno specifico andamento [7].

Nel paragrafo dedicato alla presentazione dei risultati sperimentali, abbiamo discusso qualitativamente l'andamento con la frequenza di  $R_s$  a varie temperature; in particolare, abbiamo visto che  $R_s$  segue una legge del tipo  $f^n$ , con  $n$  che diminuisce all'aumentare

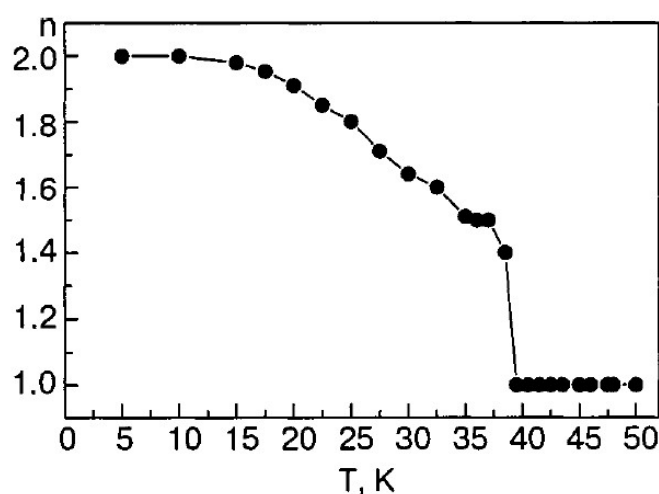
della temperatura. Inoltre, abbiamo visto che i risultati ottenuti con la cavità omogenea (Fig. 6.13) differiscono da quelli ottenuti con la cavità lunga (Fig. 6.22) per l'andamento di  $n(T)$ . Ricordiamo che, sia dalla teoria BCS sia dal modello a due fluidi, ci si aspetta che, a temperature sufficientemente più basse di  $T_c$ ,  $R_s$  vari quadraticamente con la frequenza. In Fig. 6.29, viene riportato un confronto tra i risultati da noi ottenuti e quelli aspettati dal modello a due fluidi (linea tratteggiata) e dal modello a quattro a fluidi (linea continua). Per ottenere le curve teoriche abbiamo considerato per  $\lambda_0$  il valore medio tra quelli riportati nelle Tabelle 6.1 e 6.2; abbiamo inoltre considerato il valore di  $\delta_0$  ottenuto alla più bassa frequenza investigata facendolo variare con la frequenza con la legge aspettata nei metalli nel regime di effetto pelle normale (per questo motivo, allo stato normale risulta  $n = 0.5$ ). Le curve aspettate dai due modelli non differiscono molto e, comunque, quella ottenuta dal modello a quattro fluidi si avvicina di più all'andamento sperimentale ottenuto con la cavità lunga, mentre i risultati ottenuti con la cavità omogenea si discostano notevolmente.



**Figura 6.29:** Dipendenza dalla temperatura del coefficiente  $n$  in funzione della temperatura.

Studi della dipendenza dalla frequenza della resistenza superficiale effettuati da vari autori in differenti SC policristallini, soprattutto cuprati, hanno spesso evidenziato un discostamento di  $R_s(f)$  dalla legge quadratica [55, 63]; tale risultato è stato attribuito all'effetto della dissipazione nei bordi di grano che dà luogo a un valore finito della resistenza superficiale residua per  $T \rightarrow 0$ , la cui origine non è sufficientemente chiara per poter prevedere l'esatta dipendenza dalla frequenza. In letteratura sono presenti pochi lavori sulla

dipendenza dalla frequenza della resistenza superficiale a mw dell'MgB<sub>2</sub>. Uno studio su campioni di MgB<sub>2</sub> policristallino, effettuato nel range di frequenze 10 – 100 MHz [64], ha mostrato una dipendenza di  $R_s$  dalla frequenza del tipo  $f^n$ , con  $n = 2$  per  $T = 5 \div 15$  K seguita da una diminuzione di  $n$  che tende a 1 per  $T \rightarrow T_c$  e si mantiene tale fino a temperatura ambiente (vedi Fig. 6.30); gli autori non danno una giustificazione convincente di questi risultati. Un altro studio effettuato in film di MgB<sub>2</sub> ha mostrato una dipendenza di  $R_s$  dalla frequenza più che quadratica [65]. A nostra conoscenza, non esistono altri lavori che discutono l'effetto della frequenza sulla resistenza superficiale a mw dell'MgB<sub>2</sub>, probabilmente perché per effettuare un tale studio è necessario disporre di cavità risonanti in cui è possibile eccitare più modi risonanti.



**Figura 6.30:** Dipendenza dalla temperatura del coefficiente  $n$  in funzione della temperatura ricavato da misure di  $R_s$  nel range di frequenze 10 – 100 MHz [64].

Dalla Figura 6.29 si deduce che  $R_s$  misurata dipende più lentamente dalla frequenza rispetto a quelle calcolate, soprattutto a basse  $T$ . Per quanto riguarda la cavità lunga, noi pensiamo che ciò sia dovuto al contributo della resistenza residua, che gioca un ruolo importante a basse temperature. Sebbene la resistenza residua estratta dai dati ottenuti con la cavità corta sia maggiore di quella della bacchetta lunga, non sembra ragionevole che essa possa colmare la grande discrepanza tra risultati sperimentali e teorici, che si estende in tutto il range di temperature investigato. Una possibile causa a cui abbiamo pensato sta nel fatto che le cavità sono chiuse con degli adattatori di rame; essi in teoria non dovrebbero influenzare le proprietà della cavità perché essendo posti ad una certa distanza dalla bacchettina, si trovano in una regione in cui non dovrebbe esserci campo elettrico. Tuttavia, l'effetto capacitivo dovuto all'accoppiamento della cavità con il circuito di alimentazione/rivelazione produce una estensione del campo oltre le estremità della bacchetta, inducendo correnti indesiderate negli adattatori di rame e nella stessa



bacchetta di  $\text{MgB}_2$ . Ciò è confermato dal fatto che le frequenze di risonanza sono più basse di quelle aspettate e non sono armoniche della fondamentale. Il risultato è un ulteriore contributo dissipativo che non è tenuto in conto nella procedura di estrazione dei valori di  $R_s$  a partire dai dati grezzi. Questo effetto potrebbe non essere trascurabile nel nostro caso, in quanto nello stato superconduttivo la resistenza superficiale dell' $\text{MgB}_2$  è molto minore di quella del rame, quindi, nel contributo complessivo alle dissipazioni nella cavità esso ha il suo peso.

Il motivo per cui i risultati ottenuti con la cavità ibrida lunga sono più “puliti” e del fatto che  $R_s$  a 4.2 K della bacchetta lunga è la metà di quella corta, potrebbe essere legato a questo errore sistematico. Infatti, se ciò è vero, nella cavità ibrida lunga, questo contributo influenza con un peso minore il risultato rispetto a quelle corte; si spiegherebbe così il fatto che le proprietà della bacchetta lunga sembrano migliori, nonostante essa sia stata sintetizzata con la stessa tecnica e a partire dallo stesso tipo di magnesio e di polvere di boro. Ovviamente non possiamo escludere che la bacchettina lunga sia risultata di migliore qualità o che abbia superfici più regolari.

Un modo per potere chiarire se la dissipazione ipotizzata alle estremità (superfici di base del cilindro esterno) sia più o meno importante sarebbe quello di sostituire i dischetti di rame, che abbiamo utilizzato come adattatori, con dischetti di  $\text{MgB}_2$ , con un piccolo foro centrale in corrispondenza del quale inserire le antenne. In questo caso, poiché la  $R_s$  dell' $\text{MgB}_2$  è minore di quella del rame, se la dissipazione alle basi è importante, si dovrebbe ottenere un  $Q$  più alto e, conseguentemente, un valore di  $R_s$  più piccolo. Noi abbiamo già a disposizione uno di questi dischetti di  $\text{MgB}_2$  e un secondo è in fase di preparazione; pensiamo di poter effettuare a breve queste misure (liquidi criogenici permettendo!).

Provare le cavità con le basi di  $\text{MgB}_2$  è il primo obiettivo che ci poniamo per il futuro. Un ulteriore obiettivo è quello di studiare le proprietà della cavità ibrida corta in presenza di un campo magnetico esterno. Ciò è importante sia per comprendere se la natura granulare del materiale di  $\text{MgB}_2$  utilizzato porti un congruo contributo alla dissipazione legata ai bordi di grano, come negli HTS, sia per capire a quali valori del campo magnetico esterno entrano in gioco gli effetti dissipativi legati al moto dei flussoni indotto dal campo magnetico.

# Conclusioni

Lo scopo che ci siamo posti all'inizio di questo lavoro di tesi è stato quello di effettuare uno studio di fattibilità nella realizzazione di cavità coassiali risonanti a frequenze di mw, utilizzando  $\text{MgB}_2$  prodotto con la tecnica Mg-RLI. Dal punto di vista tecnico, uno dei vantaggi nell'uso delle cavità coassiali, rispetto p.e. alle cavità cilindriche, è quello di ottenere campi elettromagnetici oscillanti a frequenze sufficientemente basse con cavità di dimensioni ridotte. Tali cavità, benché abbiano fattori di merito più basso rispetto a quelle cilindriche, possono essere utilizzate negli acceleratori di particelle, non tanto come sistemi acceleranti ma per accoppiare la sorgente esterna a mw al sistema di cavità acceleratrici. Esse inoltre permettono di caratterizzare la risposta a mw di bacchette e fili estesi, che non possono essere investigate col metodo standard di cavity perturbation (che consiste nel misurare le variazioni indotte sulle proprietà di una cavità risonante da un piccolo campione collocato al suo interno). Dal punto di vista dello studio di base delle proprietà a mw dei materiali, si ottiene una maggiore sensibilità, soprattutto a basse temperature, rispetto all'utilizzo del metodo di cavity perturbation con cavità di metallo normale, proprio per il fatto che le bacchette sono di dimensioni estese.

Abbiamo realizzato tre cavità coassiali costituite, o in parte o completamente, da  $\text{MgB}_2$  preparato con la tecnica Mg-RLI dalla EDISON SpA. Dapprima abbiamo assemblato una cavità ibrida corta costituita da un cilindro esterno di rame e un conduttore interno di  $\text{MgB}_2$ , per misurare la resistenza superficiale della bacchetta centrale e valutarne la qualità. Successivamente, è stato preparato dalla EDISON un cilindro cavo di  $\text{MgB}_2$  ed è stata assemblata una cavità omogenea con cilindro e bacchetta (la stessa della precedente) entrambe di  $\text{MgB}_2$ . La superficie esterna del cilindro di  $\text{MgB}_2$  è stata accuratamente lucidata e su di essa è stato depositato, per elettro-deposizione, un sottile strato di rame necessario per poter saldare le ghiera di supporto per le basi del cilindro. La procedura di saldatura a stagno è stata effettuata con successo, dimostrando che è possibile assemblare differenti materiali con l' $\text{MgB}_2$ . Infine è stata realizzata una cavità ibrida di lunghezza doppia rispetto alle precedenti.

La cavità omogenea è stata utilizzata per studiare il fattore di qualità nello stato

superconduttivo e per misurare la resistenza superficiale dell'MgB<sub>2</sub> in funzione della temperatura e, in parte, della frequenza. La cavità ibrida corta è stata utilizzata per ricavare le proprietà della bacchetta interna di MgB<sub>2</sub> e di confrontare tali proprietà con quelle ottenute con la cavità omogenea allo scopo di capire se cilindro e bacchetta avessero le stesse proprietà a mw. La cavità ibrida lunga è stata realizzata soprattutto per lo studio in funzione della frequenza della resistenza superficiale a mw dell'MgB<sub>2</sub>. Un primo confronto tra i valori di  $R_s(T)$  dell'MgB<sub>2</sub> ottenute con le tre cavità ha mostrato che la bacchetta corta (presente nelle due cavità corte) e il cilindro di MgB<sub>2</sub> (presente nella cavità omogenea) hanno proprietà molto simili; questo ha reso possibile confrontare, successivamente, le proprietà delle due bacchette.

Nel Capitolo 6 sono stati dapprima riportati i risultati sperimentali relativi alla dipendenza dalla temperatura e dalla frequenza della resistenza superficiale a mw dell'MgB<sub>2</sub> utilizzato e, successivamente, tali risultati sono stati discussi quantitativamente.

Nessun modello teorico tiene conto della disomogeneità e delle impurezze presenti nei SC reali, che danno luogo a dissipazione responsabile della cosiddetta resistenza superficiale residua,  $R_{res}$ ; pertanto, qualunque sia il modello adottato, per fittare i dati sperimentali è necessario aggiungere ai risultati previsti teoricamente un termine che rende conto di questo contributo dissipativo. Inizialmente, abbiamo provato a fittare i risultati usando il modello a due fluidi ma abbiamo notato che le curve sperimentali e teoriche si discostavano a basse temperature ( $T \lesssim 10$  K) e, soprattutto, non permettevano di stimare  $R_{res}$ . Abbiamo attribuito questo disaccordo al fatto che il modello utilizzato non tiene conto della presenza, negli stati elettronici dell'MgB<sub>2</sub>, di due gap superconduttivi.

Per tenere conto della natura a due gap dell'MgB<sub>2</sub>, abbiamo esteso il modello a due fluidi, trattando in maniera differente i portatori provenienti dalla banda  $\pi$  e dalla banda  $\sigma$ . Il modello elaborato, che abbiamo chiamato “modello a quattro fluidi”, pesa la frazione di portatori attribuendo il 55% a quelli della banda  $\pi$  e il 45% a quelli della banda  $\sigma$ , in accordo con i risultati riportati in letteratura per giustificare la dipendenza dalla temperatura del calore specifico dell'MgB<sub>2</sub>. Esso, inoltre, assume che la ricombinazione delle quasi-particelle della banda  $\pi$  nel formare coppie di Cooper sia non trascurabile al di sotto di un valore particolare di temperatura,  $T_{c1}$ , e che tutte le coppie formate da portatori provenienti dalla banda  $\pi$  siano eccitate in stati di quasi-particelle al di sopra di tale temperatura. Questa assunzione è molto drastica perché trascura il cosiddetto scattering interbanda e tratta i portatori delle due bande come indipendenti, tuttavia essa è stata solitamente fatta per giustificare molte proprietà dell'MgB<sub>2</sub>.

Utilizzando il modello a quattro fluidi abbiamo ottenuto un buon accordo tra le curve teoriche e i dati sperimentali di  $R_s(T)$  in tutto il range di temperature investigate. Il confronto tra i valori delle grandezze caratteristiche del materiale, ha mostrato che la

bacchetta lunga e quella corta hanno molte proprietà simili, tranne per il valore ottenuto della resistenza superficiale residua che risulta metà di quella della bacchetta corta. Per entrambe le bacchette la lunghezza di penetrazione è risultata essere di circa 250 nm, consistente con i valori riportati in letteratura per campioni di MgB<sub>2</sub> policristallino.

Il nostro modello è stato anche utilizzato per ricavare la dipendenza dalla frequenza di  $R_s$  a varie temperature; l'accordo è abbastanza buono per la cavità ibrida lunga, ma non lo è per la cavità omogenea. Le differenze di comportamento delle curve di  $R_s(f)$  delle due cavità, così come il maggior valore della resistenza residua, potrebbero essere dovute alla irregolarità della superficie, soprattutto del cilindro esterno, o alla presenza di un maggior numero di bordi di grano che si comportano da weak link. Tuttavia, noi abbiamo ipotizzato un'ulteriore possibile causa di queste discrepanze, che pensiamo di poter verificare utilizzando la stessa cavità (omogenea) con le basi del cilindro esterno anch'esse di MgB<sub>2</sub>; in pratica, vorremmo verificare di non avere trascurato un contributo alla dissipazione dovuto alle basi del cilindro esterno, che attualmente sono di rame. Infatti, se tale contributo non fosse trascurabile, esso causerebbe un errore nella determinazione della resistenza superficiale maggiore per la cavità corta rispetto a quello che si commetterebbe con la cavità lunga.

In conclusione, il nostro studio ha evidenziato che i manufatti di MgB<sub>2</sub> prodotti con la tecnica Mg-RLI presentano buone caratteristiche dal punto di vista tecnologico sia per le proprietà meccaniche sia per le proprietà *em*, consentendo la realizzazione di dispositivi a mw con buone prestazioni. Dal punto di vista della fisica di base, i nostri risultati hanno evidenziato che la natura a due gap dell'MgB<sub>2</sub> deve essere tenuta in conto per studiare quantitativamente la risposta a mw di questo SC. Il nostro modello, sebbene in modo molto approssimato, tiene conto della natura a due gap dell'MgB<sub>2</sub>; esso va tuttavia rivisto e migliorato per tenere conto correttamente della dinamica di formazione delle coppie dai portatori provenienti da entrambe le bande.



# Bibliografia

- [1] V. Schmidt, P. Müller, and A. Ustinov, *The physics of superconductors: introduction to fundamentals of and applications*, Springer, Berlino 1997.
- [2] H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm., **122b**, **124c** (1911).
- [3] W. Meissner, and R. Ochsenfeld, Naturwiss **21** (1933) 787.
- [4] F. London, *Superfluid, Macroscopic Theory of Superconductivity*, Dover, New York 1961.
- [5] E. A. Lynton, *Superconductivity*, Methuen and Company, London 1962.
- [6] M. J. Lancaster, *Passive microwave device application of high-temperature superconductors*, Cambridge 1997.
- [7] T. Van Duzer, *Principles of superconductive device and circuits*, New Jersey 1999.
- [8] A. Mourachkine, *Room-Temperature Superconductivity*, Cambridge International Science Publishing, 2004.
- [9] B. S. Deaver, and W. M. Fairbank, Phys. Rev. Lett. **12** (1961) 499.
- [10] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108** (1957) 1175.
- [11] A. C. Rose-Innes, E. H. Rhoderick, *Introduction to Superconductivity*, Pergamon Press, London 1969.
- [12] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, IV Edn. Boringhieri, Torino 1982.
- [13] B. D. Josephson, Phys. Lett. **1** (1962) 251.
- [14] P. W. Anderson and J. R. Rowell, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 230.
- [15] S. Shapiro, Phys. Rev. Lett. **11** (1963) 80.

- [16] M. Tinkham and G. McKay, *Introduction to Superconductivity*, II Edn. MacGraw Hill inc., New York 1996.
- [17] J. M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids*, Cambridge, New York 1964.
- [18] M. R. Trunin and A. A. Golubov, *Spectroscopy of High- $T_c$  Superconductors*, Taylor and Francis, London 2003.
- [19] D. S. Linden, T. P. Orlando, and W. G. Lyons, *Modified two-fluids model for superconductor surface impedance calculation*, IEEE Trans. on Applied Superconductivity **4** (1944) 136.
- [20] J. Nagamatsu, N. Nakagawa, T. Muranaka, T. Zenitani, and J. Akimitsu, *Nature* **410** (2001) 63.
- [21] J. D. Jorgensen, D. G. Hinks, and S. Short, *Phys. Rev. B* **63** (2001) 224522.
- [22] C. Buzea and T. Yamashita, *Supercond. Sci. Technol.* **14** (2001) R115.
- [23] J. M. An and W. E. Pickett, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 4366.
- [24] J. Kurtis, I. Mazin, D. Belashchenko, V. Antropov, and L. Boyer, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 4656.
- [25] S. L. Bud'ko, G. Lapertot, C. Petrovic, C. E. Cunningham, N. Anderson, and P. C. Canfield, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 1877.
- [26] H. Choi, D. Roundy, H. Sun, M. Cohen, and S. Louie, *Nature* **418** (2002) 758.
- [27] H. Suhl, B. T. Matthias, and L. R. Walker, *Phys. Rev. Lett.* **3** (1959) 552.
- [28] J. W. Hafstrom and M. L. A. MacVicar, *Phys. Rev. B*, **2** (1970) 4511.
- [29] J. R. Carlson and C. B. Satterthwaite, *Phys. Rev. Lett.* **24** (1970) 461.
- [30] A. Y. Liu, I. I. Mazin, and J. Kortus, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 087005.
- [31] M. Iavarone, G. Karapetrov, A. E. Koshelev, W. K. Kwok, G. W. Crabtree, D. G. Hinks, W. N. Kang, Choi Eun-Mi, Kim Hyun Jung, Kim Hyeong-Jin, and S. I. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 187002.
- [32] R. S. Gonnelli e D. Daghero, *Giornale di Fisica* **LI** (2010) 131.
- [33] F. Bouquet, Y. Wang, R. A. Fisher, D. G. Hinks, J. D. Jorgensen, A. Junod, and N. E. Phillips, *Europhys. Lett.* **56** (2002) 856.

- [34] R. S. Gonnelli, D. Daghero, G. A. Ummarino, V. A. Stepanov, J. Jun, S. M. Kazakov, and J. Karpinski, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 247004.
- [35] I. I. Mazin, O. K. Andersen, O. Jepsen, O. V. Dolgov, J. Kortus, A. A. Golubov, A. B. Kuz'menko, and D. Van Der Marel, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 107002.
- [36] S. L. Bud'ko, V. G. Kogan, and P. C. Canfield, *Phys. Rev.* **B 64** (2001) 180506.
- [37] T. Dahm and N. Schopohl, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 017001.
- [38] M. R. Eskildsen, M. Kugler, S. Tanaka, J. Jun, S. M. Kazakov, J. Karpinski, and O. Fischer, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 187003.
- [39] C. Moca, *Phys. Rev.* **B 65** (2002) 132509.
- [40] D. C. Larbalestier, L. D. Cooley, M. O. Rikel, A. A. Polyanskii, J. Jiang, S. Patnaik, X. Y. Cai, D. M. Feldmann, A. Gurevich, A. A. Squitieri, M. T. Naus, C. B. Eom, E. E. Hellstrom, R. J. Cava, K. A. Regan, N. Rogado, M. A. Hayward, T. He, J. S. Slusky, P. Khalifah, K. Inumaru, and M. Haas, *Nature* **410** (2001) 186.
- [41] Y. Bugoslavsky, G. K. Perkins, X. Qi, L. F. Cohen, and A. D. Caplin, *Nature* **410** (2001) 563.
- [42] D. K. Finnemore, J. E. Ostenson, S. L. Bud'ko, G. Lapertot, and P. C. Canfield, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 2420.
- [43] J. M. Rowell, *Supercond. Sci. Technol.* **16** (2003) R17.
- [44] R. F. Klie, J. C. Idrobo, N. D. Browning, K. A. Regan, N. S. Rogado, and R. J. Cava, *Appl. Phys. Lett.* **79** (2001) 1837.
- [45] Y. Feng, Y. Zhao, Y. P. Sun, F. C. Liu, B. Q. Fu, L. Zhou, C. H. Cheng, M. Koshizuka, and M. Murakami, *Appl. Phys. Lett.* **79** (2001) 3893.
- [46] Y. Zhao, Y. Feng, C. H. Cheng, L. Zhou, Y. Wu, T. Machi, Y. Fudamoto, N. Koshizuka, and M. Murakami *Appl. Phys. Lett.* **79** (2001) 1154.
- [47] J. Jiang, V. J. Senkowicz, D. C. Larbalestier, and E. E. Hellstrom, *Supercond. Sci. Technol.* **19** (2006) L33.
- [48] A. Yamamoto, J-ichi Shimoyama, K. Kishio and T. Matsushita, *Supercond. Sci. Technol.* **20** (2007) 658.



- [49] G. Giunchi and S. Ceresara, *Method for the preparation of highly densified superconductor massive bodies of  $MgB_2$*  Patent N. EP 1390992 A, EDISON SpA 2002.
- [50] G. Giunchi, S. Ginocchio, S. Raineri, D. Botta, R. Gerbaldo, B. Minetti, R. Quarantiello, and A. Matrone, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **15** (2005) 2330.
- [51] L. Saglietti, E. Perini, G. Ripamonti, E. Bassani, G. Carcano, and G. Giunchi, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **19** (2009) 2739.
- [52] G. Giunchi, A. Agliolo Gallitto, G. Bonsignore, M. Bonura, and M. Li Vigni, *Supercond. Sci. Technol.* **20** (2007) L16-L19; A. Agliolo Gallitto, G. Bonsignore, M. Li Vigni, G. Giunchi, Yu. A. Nefyodov, *Physica C* **468** (2008) 66.
- [53] G. Giunchi, A. Figini Albisetti, C. Braggio, G. Carugno, G. Messineo, G. Ruoso, G. Galeazzi, and F. Della Valle, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **21** (2011) 745.
- [54] C. P. Poole, *Electron Spin Resonance*, II Edn. Dover, New York 1996.
- [55] P. Woodall, M. J. Lancaster, T. S. M. Maclean, C. E. Gough, and N. Alford, *IEEE Trans. Magn.* **27** (1991) 1264.
- [56] A. Agliolo Gallitto, G. Bonsignore, M. Li Vigni, and A. Maccarone, *Supercond. Sci. Technol.* **24** (2011) 095008.
- [57] J. Li, E. R. Harms, Jr., A. Hocker, T. N. Khabiboulline, N. Solyak, and T. T. Y. Wong, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **21** (2011) 21.
- [58] A. Agliolo Gallitto, P. Camarda, M. Li Vigni, A. Figini Albisetti, L. Saglietti, and G. Giunchi, *Microwave response of coaxial cavities made of bulk  $MgB_2$* , lavoro in fase di stesura.
- [59] Yu. A. Nefyodov, M. R. Trunin, A. F. Shevchun, D. V. Shovkun, N. N. Kolesnikov, M. P. Kulakov, A. Agliolo Gallitto, and S. Fricano, *Europhys. Lett.* **58** (2002) 3.
- [60] B. P. Xiao, X. Zhao, J. Spradlin, C. E. Reece, M. J. Kelley, T. Tan, and X. X. Xi, *Supercond. Sci. Technol.* **25** (2012) 095006.
- [61] N. Klein, B. B. Jin, R. Wordenweber, P. Lahl, W. N. Kang, Hyeong-Jin Kim, Eun-Mi Choi, Sung-IK Lee, T. Dahm, and K. Maki, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **13** (2003) 2.

- 
- [62] G. Ghigo, D. Botta, A. Chiodoni, L. Gozzelino, R. Gerbaldo, F. Laviano, and E. Mezzetti, *Phys. Rev. B*, **71** (2005) 214522.
- [63] N. McN. Alford, T. W. Button, and D. Opie, *Supercond. Sci. Technol.* **4** (1991) 433.
- [64] V. M. Dmitriev, *Low Temp. Phys.* **30** (2004) 4.
- [65] A. A. Zhukov, A. Purnell, Y. Miyoshi, Y. Bugoslavsky, Z. Lockman, and A. Berenov, *Appl. Phys. Lett.* **80** (2002) 13.



# Ringraziamenti

Desidero innanzitutto ringraziare il Prof. A. Agliolo Gallitto e la Prof. M. Li Vigni per le numerose ore dedicate alla mia tesi e per la loro disponibilità; senza il loro aiuto non avrei concluso niente. Ringrazio il Dr. G. Giunchi e il Dr. A. Figini Albisetti della EDISON per aver fornito i campioni prodotti con la tecnica Mg-RLI che abbiamo utilizzato per assemblare le cavità, per la loro disponibilità e per le utili discussioni riguardanti le proprietà chimico fisiche dei campioni. Desidero ringraziare inoltre il signor G. Napoli per l'assistenza tecnica nella preparazione dei liquidi criogenici. Infine, ho desiderio di ringraziare con affetto i miei genitori per il sostegno ed il grande aiuto che mi hanno dato in tutto il mio percorso di studi ed in particolare Patrizia per essermi stata vicina ogni momento.