

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI**

**DI PALERMO**

Realizzazione di un suscettometro AC  
per la caratterizzazione di campioni  
superconduttivi

**Tesi di Laurea di:**

Vito Mazzola

**Relatore:**

Dott. A. Agliolo Gallitto

**Tesine:**

Prof.ssa G. Vetri: *Funzionamento e proprietà del laser*

Dott. M. Cannas: *La fratturazione del vetro*

**FACOLTÀ DI SCIENZE**

**Laurea in Fisica – A. A. 2001/2002**

# Indice

Introduzione.....	iii
-------------------	-----

## Capitolo 1 – Proprietà che caratterizzano la superconduttività della materia

1.1	Introduzione.....	2
1.2	Proprietà elettriche e magnetiche dei superconduttori .....	2
1.3	Termodinamica della transizione superconduttiva .....	5
1.4	Modello a due fluidi di Gorter e Casimir .....	8
1.5	Teoria di London .....	10
1.6	Effetto pelle nei metalli normali e nei superconduttori .....	13
1.7	Cenni sulla teoria microscopica BCS .....	16
1.8	Superconduttori di II tipo .....	18
1.9	Fattore di demagnetizzazione .....	21
1.10	Materiali superconduttivi.....	22

## Capitolo 2 – Suscettività magnetica dei superconduttori e metodi di misura

2.1	Suscettività magnetica DC.....	28
2.2	Suscettività magnetica dei metalli .....	30
2.3	Suscettività magnetica dei superconduttori .....	33
	2.3.1 Campione a forma di lastra piana .....	33
	2.3.2 Campioni di forma sferica .....	35
2.4	Dipendenza dalla temperatura della suscettività magnetica dei superconduttori .....	37
2.5	Suscettività magnetica AC.....	42
2.6	Metodi di misura delle proprietà magnetiche dei materiali ordinari .....	47
2.7	Metodi di misura delle proprietà magnetiche dei superconduttori .....	48
	2.7.1 Misura della densità di flusso .....	48
	2.7.2 Misura di magnetizzazione con il metodo a campione vibrante .....	50
	2.7.3 Metodo integrativo .....	52
	2.7.4 Misure di suscettività AC con il metodo delle bobine accoppiate .....	53

---

Capitolo 3 – Realizzazione del suscettometro	
<b>3.1 Introduzione</b> .....	<b>58</b>
<b>3.1 Introduzione</b> .....	<b>58</b>
<b>3.2 Descrizione del nostro apparato sperimentale</b> .....	<b>58</b>
3.2.1 Sistema di eccitazione e rivelazione.....	60
3.2.2 Sistema di misura e controllo della temperatura .....	62
3.2.3 Acquisizione automatica dei dati.....	66
<b>3.3 Misure della suscettività magnetica di campioni superconduttivi</b> .....	<b>66</b>
Conclusioni.....	80
Appendice A – Descrizione del LCR-Meter HP4263B .....	83
Appendice B – Interfaccia GP-IB .....	85
Appendice C – Programma di acquisizione .....	87
Bibliografia.....	89

# Introduzione

Fin dalla scoperta della superconduttività, i materiali superconduttivi sono stati oggetto di numerose misure, che hanno contribuito alla comprensione della natura dello stato superconduttivo. Quando si vuole studiare un nuovo materiale superconduttivo, è molto importante avere la possibilità di misurare i parametri fondamentali per la caratterizzazione della transizione superconduttiva. Questi parametri sono la temperatura critica, la corrente critica e i campi magnetici critici; essi forniscono le informazioni necessarie per valutare le potenzialità del materiale superconduttivo in esame.

Oltre alla caratterizzazione di nuovi materiali, è sempre necessario, prima di affrontare un lavoro di ricerca, caratterizzare il particolare campione superconduttivo che si vuole investigare. Infatti, due campioni dello stesso composto possono avere caratteristiche leggermente diverse. Piccole differenze nella composizione stechiometrica del materiale possono rendere conto di una differente temperatura di transizione. Questa proprietà è particolarmente importante, per esempio, nei superconduttori a base di ossido di rame, in cui la temperatura critica del campione dipende fortemente dal contenuto di ossigeno. Un'altra proprietà importante nella caratterizzazione dei campioni superconduttivi è la larghezza della transizione: una transizione netta è indice di purezza del campione; un campione disomogeneo, che contiene imperfezioni e/o impurezze, mostrerà una transizione allargata.

La temperatura critica,  $T_c$ , definisce la temperatura a cui avviene la transizione di fase superconduttiva. Al di sotto di  $T_c$  il materiale diviene un perfetto conduttore ed un perfetto diamagnete. Queste due caratteristiche dello stato superconduttivo suggeriscono due metodi alternativi per determinare la temperatura di transizione. Uno, basato sulle proprietà elettriche,

consiste nel misurare la resistenza elettrica del campione; l'altro, basato sulle proprietà magnetiche, consiste nel misurare la suscettività magnetica.

Le misure di resistenza richiedono che sul campione siano fissati quattro contatti elettrici, due per la misura di corrente e due per la misura di tensione. Per fare ciò, bisogna effettuare delle saldature sul campione, con conseguente alterazione del campione stesso. In molti casi è difficile effettuare saldature metalliche sui campioni, soprattutto quando essi sono di natura ceramica; inoltre, quando i campioni sono in polvere o incapsulati in matrici di resina, non si possono realizzare affatto contatti elettrici. In questi casi, per determinare la temperatura critica è possibile usare il metodo magnetico, che consiste nel misurare la dipendenza dalla temperatura della suscettività magnetica del campione superconduttivo.

In questo Dipartimento è attiva da più di dieci anni una linea di ricerca che si occupa dello studio delle proprietà a microonde di superconduttori. Ciononostante, non si dispone di una strumentazione in grado di caratterizzare in modo semplice i campioni superconduttivi. Finora la determinazione della temperatura di transizione veniva effettuata tramite la tecnica di generazione di onde di terza armonica, misurando la temperatura alla quale il segnale di terza armonica si annulla. Sebbene sia stato mostrato che questo metodo di misura sia adeguato allo scopo, la strumentazione non è di facile utilizzazione; inoltre, non è possibile con questo metodo determinare la larghezza della transizione superconduttiva.

Lo scopo di questo lavoro di tesi è stato quello di progettare e costruire un apparato di misura della suscettività magnetica, che fosse semplice e veloce da usare. Abbiamo realizzato un suscettometro AC utilizzando strumentazione e materiale disponibili nel nostro laboratorio. L'apparato permette di effettuare misure delle componenti, reale e immaginaria, della suscettività magnetica nel range di frequenze  $1 \div 100$  kHz, in un ampio intervallo di temperature.

Il lavoro di tesi è così strutturato. Nel capitolo 1 sono descritte le principali proprietà elettriche e magnetiche dei superconduttori. Nel capitolo 2 è studiata la suscettività magnetica dei superconduttori. Nel capitolo 3 è discusso il principio di funzionamento su cui si basa il suscettometro, è descritto dettagliatamente lo strumento realizzato e, infine, sono presentati alcuni risultati di suscettività magnetica, ottenuti in differenti campioni superconduttivi, che ci hanno permesso di verificare il corretto funzionamento dell'apparato di misura.

# Capitolo 1

## **Proprietà che caratterizzano la superconduttività della materia**

<b>1.1</b>	<b>Introduzione .....</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Proprietà elettriche e magnetiche dei superconduttori.....</b>	<b>2</b>
<b>1.3</b>	<b>Termodinamica della transizione superconduttiva .....</b>	<b>5</b>
<b>1.4</b>	<b>Modello a due fluidi di Gorter e Casimir .....</b>	<b>8</b>
<b>1.5</b>	<b>Teoria di London .....</b>	<b>10</b>
<b>1.6</b>	<b>Effetto pelle nei metalli normali e nei superconduttori.....</b>	<b>13</b>
<b>1.7</b>	<b>Cenni sulla teoria microscopica BCS.....</b>	<b>16</b>
<b>1.8</b>	<b>Superconduttori di II tipo.....</b>	<b>18</b>
<b>1.9</b>	<b>Fattore di demagnetizzazione .....</b>	<b>21</b>
<b>1.10</b>	<b>Materiali superconduttivi .....</b>	<b>22</b>

## 1.1 Introduzione

Kamerlingh Onnes, nel 1911, prevedeva che la resistività elettrica di un metallo ordinario decrescesse monotonicamente con la temperatura, fino ad annullarsi asintoticamente a  $T = 0$ . In un esperimento su un campione di mercurio puro egli osservò invece un brusco azzeramento della resistenza elettrica quando il campione era raffreddato al di sotto di 4 K. I materiali che mostravano tale proprietà furono chiamati *superconduttori* e la temperatura a cui la resistenza del materiale si riduceva a zero venne detta *temperatura critica*,  $T_c$ . Oggi è noto che i superconduttori sono caratterizzati dalla presenza di una temperatura critica, in corrispondenza della quale il superconduttore subisce una transizione di fase da uno stato con resistività elettrica normale a uno stato con resistività elettrica nulla, detto *stato superconduttivo*.

Negli ultimi anni sono stati scoperti molti materiali superconduttori che hanno temperature critiche superiori a 77 K e, pertanto, è possibile sfruttare le loro straordinarie proprietà raffreddandoli alla temperatura dell'azoto liquido. Ciò ha reso più vantaggioso l'impiego dei superconduttori in molte applicazioni tecnologiche, quali per esempio la realizzazione di supermagneti, ampiamente utilizzati in campo scientifico e soprattutto in campo medico. Proprio in questi giorni, è stata inaugurata in Cina una linea ferroviaria per uso civile che usa treni a levitazione magnetica MAGLEV, capaci di raggiungere velocità di 500 km/h.

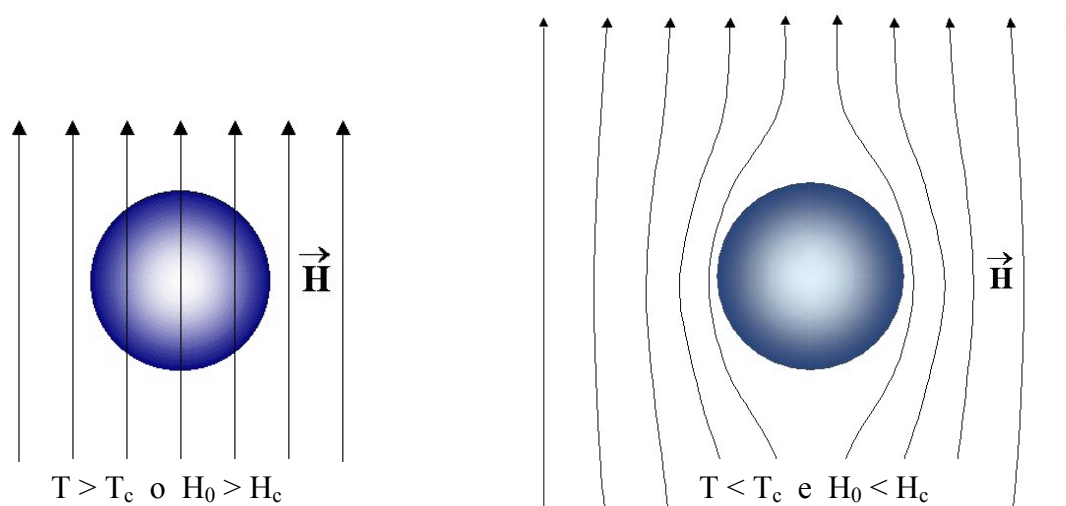
## 1.2 Proprietà elettriche e magnetiche dei superconduttori

I superconduttori sono caratterizzati da straordinarie proprietà elettriche e magnetiche. Se raffreddiamo un campione superconduttivo al di sotto della sua temperatura critica, la sua



resistenza elettrica DC si annulla bruscamente [1]. Possiamo dire quindi che un superconduttore ha resistività elettrica nulla, cioè  $\rho = 0$ .

Un superconduttore raffreddato al di sotto di  $T_c$  e immerso in un campo magnetico debole si comporta come un materiale perfettamente diamagnetico, espellendo il campo magnetico dal suo interno. In altre parole, se applichiamo ad un superconduttore un debole campo magnetico statico, l'induzione magnetica  $\mathbf{B}$  del campione è nulla. Tuttavia, esiste un campo di soglia detto *campo magnetico critico*,  $H_c$ . Quando il campo applicato supera il valore critico, le linee del campo penetrano nel campione e, contemporaneamente, la resistenza elettrica si riporta al valore che aveva nello stato normale. In figura 1.1 è descritta la distribuzione delle linee del campo magnetico per un superconduttore nello stato normale e nello stato superconduttivo. Se il campo magnetico viene nuovamente riportato al di sotto del valore critico, si ristabilisce lo stato di superconduttività e il campo viene nuovamente espulso dal campione. Questo effetto è noto come *effetto Meissner* [1]. I superconduttori che mostrano il comportamento appena descritto vengono chiamati *superconduttori di I tipo*.



**Figura 1.1** – Un campo magnetico debole non può penetrare in un superconduttore a  $T < T_c$ .

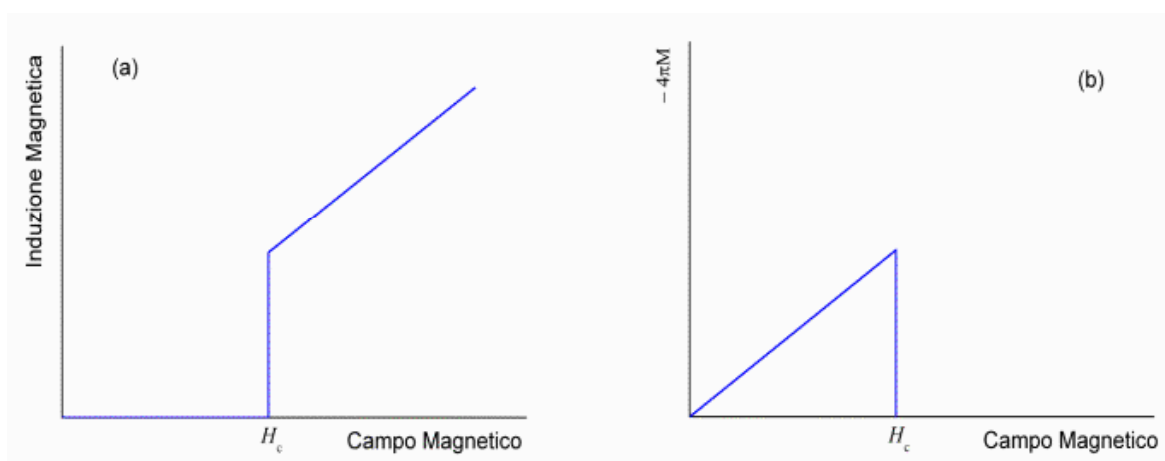
Quando, invece, il campo applicato supera il campo magnetico critico, esso penetra spontaneamente

nel campione; contemporaneamente, la resistenza elettrica ritorna a essere quella di un metallo normale.

Affinché un superconduttore possa trovarsi nello stato Meissner, si deve generare nel campione una corrente superficiale tale da indurre una magnetizzazione  $\mathbf{M}$  di verso opposto a quello del campo applicato  $\mathbf{H}_0$ . Pertanto, all'interno del campione raffreddato al di sotto di  $T_c$ , si ha

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}_0 + 4\pi\mathbf{M} = 0 \quad \text{per} \quad H_0 < H_c \quad (1.1)$$

da cui risulta che  $\mathbf{M} = -\mathbf{H}_0/4\pi$ . Poiché i superconduttori nello stato normale non presentano un comportamento magnetico, si ha  $\mathbf{B} = \mathbf{H}_0$  per  $H_0 > H_c$ . Quando il superconduttore passa allo stato normale, sia per un aumento della temperatura sia per un aumento del campo applicato, la resistività elettrica ritorna al suo valore  $\rho_N(T)$ . In figura 1.2 è riportato l'andamento dell'induzione magnetica e della magnetizzazione al variare di  $H_0$ .



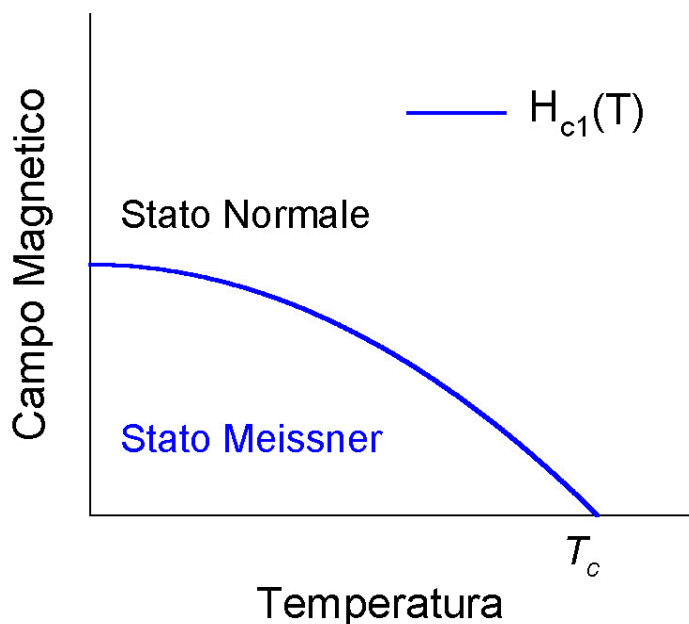
**Figura 1.2** – (a) Andamento dell'induzione magnetica e (b) della magnetizzazione in funzione di  $H_0$ .

Il campo magnetico critico  $H_c$  dipende dalla temperatura; una legge empirica che ne descrive abbastanza bene l'andamento è la seguente

$$H_c(T) = H_{c0} [1 - (T/T_c)^2], \quad (1.2)$$

dove  $H_{c0}$  è il valore del campo critico a  $T = 0$ .

A  $T = T_c$  il campo critico è zero. In figura 1.3 è mostrato l'andamento del campo magnetico critico con la temperatura per un superconduttore di I tipo.



**Figura 1.3** – Diagramma di fase di un superconduttore di I tipo.

Nel 1913 Onnes trovò che il passaggio di una corrente elettrica in un filo di materiale superconduttivo distruggeva la superconduttività quando veniva superata una certa corrente critica. Nel 1916, Silsbee fece notare che il fattore importante che causava il ritorno allo stato normale era il campo magnetico associato con la corrente applicata, e non il valore della corrente stessa. La corrente a cui il superconduttore si riporta nello stato normale è detta *corrente critica*.

### 1.3 Termodinamica della transizione superconduttiva

La transizione tra lo stato normale e quello superconduttivo è termodinamicamente reversibile; quindi, si può studiare la transizione superconduttiva usando concetti di termodinamica. Lo stato normale e lo stato superconduttivo devono essere stati energetici

differenti; affinché il superconduttore possa passare dallo stato normale allo stato superconduttivo l'energia del sistema deve diminuire [2].

Consideriamo un campione superconduttivo di I tipo, a forma di cilindro molto allungato, che presenta effetto Meissner completo, con  $B = 0$  all'interno del superconduttore. Supponiamo che il cilindro sia posto all'interno di un solenoide e che il suo asse sia parallelo al campo generato dal solenoide. Sia  $H_0$  il campo magnetico nel solenoide vuoto, generato da una corrente che circola nell'avvolgimento. Il lavoro per unità di volume compiuto dall'esterno per creare il campo  $H_0$  nel solenoide vuoto è

$$W = \frac{1}{4\pi} \int H_0 dH_0 = \frac{1}{8\pi} H_0^2. \quad (1.3)$$

Supponiamo ora che il solenoide contenga un materiale magnetico che acquista una magnetizzazione  $M$  quando si fa passare la corrente nel solenoide. Il lavoro totale compiuto dall'esterno è

$$W = \frac{1}{4\pi} \int H_0 dB = \frac{1}{8\pi} H_0^2 + \int H_0 dM, \quad (1.4)$$

dove  $B = H_0 + 4\pi M$ .

La (1.3) e la (1.4) si differenziano per il termine  $\int H_0 dM$ , che è il lavoro di magnetizzazione.

Per studiare la transizione superconduttiva possiamo considerare il seguente potenziale termodinamico

$$G(T, H_0) = U - TS - M H_0, \quad (1.5)$$

che in forma differenziale è

$$dG = dU - TdS - SdT - MdH_0 - H_0dM. \quad (1.6)$$

Poiché la transizione superconduttiva non comporta variazioni di volume del campione, si ha  $dU = TdS + H_0dM$  e la (1.6) si riduce a

$$dG = - SdT - MdH_0. \quad (1.7)$$

Poichè lo stato normale di un metallo è in buona approssimazione non magnetico,  $M$  è zero e il potenziale termodinamico  $G_N$  del metallo non cambia con l'applicazione del campo esterno

$$G_N(T, H_0) = G_N(T, 0). \quad (1.8)$$

Consideriamo il campione nello stato superconduttivo, che presenta effetto Meissner completo con  $B = 0$  ed  $M = -H_0/4\pi$ . Dalla (1.7) a temperatura costante si ha

$$dG_S = -MdH_0 = (H_0/4\pi) dH_0, \quad (1.9)$$

da cui integrando si ottiene

$$G_S(T, H_0) = G_S(T, 0) + 1/8\pi H_0^2. \quad (1.10)$$

Il potenziale termodinamico del superconduttore aumenta quando esso viene posto in un campo magnetico.

I potenziali termodinamici di due fasi devono essere uguali se le fasi sono in equilibrio per un particolare valore di  $T$  e  $H_0$ . Pertanto, quando viene applicato un campo magnetico uguale al campo critico  $H_c(T)$ , si deve avere la seguente uguaglianza

$$G_N(T, H_c) = G_S(T, H_c). \quad (1.11)$$

Dalle (1.8) e (1.10) si ha quindi

$$G_N(T, 0) = G_S(T, 0) + 1/8\pi H_c^2; \text{ ossia } G_N(T, 0) - G_S(T, 0) = 1/8\pi H_c^2. \quad (1.12)$$

La quantità  $1/8\pi H_c^2$  è detta *energia di stabilizzazione* dello stato superconduttivo.

A  $T < T_c$  ed  $H_0 = 0$  il potenziale  $G_S(T, 0)$  è minore di  $G_N(T, 0)$ . Nello stato superconduttivo, in presenza di un campo magnetico, l'effetto Meissner aumenta  $G_S$  di  $1/8\pi H_0^2$ , per cui  $G_S(T, H_0) = G_S(T, 0) + 1/8\pi H_0^2$ . Per  $H_0 > H_c$  il potenziale termodinamico è più basso nello stato normale che in quello superconduttivo; di conseguenza, lo stato normale è più stabile.

L'entropia è definita come  $S = -dG/dT|_H$ . Dalla (1.12) si ha che la variazione di entropia  $S_N - S_S$  è

$$S_N - S_S = -\frac{1}{8\pi} \frac{d}{dT} H_c^2(T) = -\frac{1}{4\pi} H_c(T) \frac{d}{dT} H_c(T). \quad (1.13)$$

Poiché sperimentalmente si trova sempre che  $dH_c/dT$  è negativa (vedi figura 1.3), l'entropia dello stato normale è sempre più grande di quella dello stato superconduttivo e quindi lo stato superconduttivo è più ordinato dello stato normale.

#### 1.4 Modello a due fluidi di Gorter e Casimir

Un modello fenomenologico in grado di giustificare molte proprietà dei superconduttori è stato sviluppato nel 1934 da Gorter e Casimir [3]. Questo modello si basa sull'assunzione che la corrente dentro un superconduttore venga trasportata da due fluidi: un primo fluido costituito da elettroni normali, di concentrazione  $n_N$  (concentrazione per unità di volume) tanto più grande quanto più la temperatura  $T$  si avvicina alla temperatura critica  $T_c$ ; un secondo fluido di elettroni superconduttori, di concentrazione  $n_S$  tanto più grande quanto più la temperatura  $T$  si avvicina allo zero assoluto. Poiché il numero totale di elettroni, normali e superconduttivi, deve rimanere costante, se indichiamo con  $n$  la concentrazione totale degli elettroni si ha

$$n = \frac{N}{V} = n_N + n_S, \quad (1.14)$$

$$n_N = 0 \quad \text{ed} \quad n_S = n \quad \text{per } T = 0,$$

$$n_N \neq 0 \quad \text{ed} \quad n_S \neq 0 \quad \text{per } T < T_c,$$

$$n_N = n \quad \text{ed} \quad n_S = 0 \quad \text{per } T > T_c.$$

Nell'ambito di questo modello si fa l'ipotesi che i due tipi di elettroni abbiano comportamenti differenti. Per gli elettroni normali continua a valere la legge di Ohm e la corrente trasportata da essi dà luogo a dissipazione nel mezzo, anche al di sotto della temperatura critica. Gli

elettroni superconduttori non vengono ostacolati da alcuna forza d'attrito quando sono messi in moto e, quindi, non dissipano energia.

Questo modello spiega il motivo per cui un superconduttore ha resistività DC nulla ( $\rho = 0$ ) a temperature inferiori a  $T_c$ . Infatti, nessuna corrente di trasporto DC applicata ad un superconduttore può essere accompagnata da un campo elettrico, poiché, in presenza di un campo elettrico, gli elettroni superconduttori si metterebbero in moto con una velocità che crescerebbe indefinitamente nel tempo.

La presenza di elettroni normali nel superconduttore a  $T < T_c$  rende conto dell'osservazione sperimentale che la resistività AC dei superconduttori è diversa da zero, anche se piccola. Ciò è dovuto al fatto che una corrente alternata può essere presente solo se è presente un campo elettrico alternato e, in presenza di tale campo, gli elettroni normali dissipano energia come se fossero dentro un metallo normale.

Gorter e Casimir, da considerazioni energetiche e usando l'andamento con la temperatura del campo magnetico critico misurato sperimentalmente, ricavarono fenomenologicamente la dipendenza dalla temperatura delle concentrazioni degli elettroni normali e superconduttivi

$$n_N(T) = n \left( \frac{T}{T_c} \right)^4, \quad (1.15)$$

$$n_S(T) = n \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right). \quad (1.16)$$

Questa dipendenza dalla temperatura delle concentrazioni degli elettroni, sebbene sia stata ricavata fenomenologicamente, può essere convenientemente usata per descrivere l'andamento con la temperatura di molte grandezze caratteristiche dei superconduttori.

## 1.5 Teoria di London

La teoria di F. ed H. London, basata sul modello a due fluidi di Gorter e Casimir, costituì la base di partenza per lo studio dell'elettrodinamica dei superconduttori [4]. London, servendosi anche delle equazioni di Maxwell, ricavò due equazioni che sintetizzavano la risposta del fluido superconduttore in presenza di un campo elettrico  $\mathbf{E}$  e di un campo magnetico  $\mathbf{H}$ . Come abbiamo visto nel paragrafo 1.2, un campione nello stato superconduttivo presenta effetto Meissner. La spiegazione di questo effetto non può essere ricercata semplicemente nelle equazioni dell'elettrodinamica applicata ad un metallo con resistività elettrica nulla. Infatti, l'ipotesi di resistività nulla porta all'equazione di Newton

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E}; \quad (1.17)$$

poiché  $\mathbf{j}_s = -n_s e \mathbf{v}_s$ , la (1.17) si può riscrivere come

$$\frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = \frac{n_s e^2 \mathbf{E}}{m}. \quad (1.18)$$

Applicando il rotore ad entrambi i membri della (1.18), si ha

$$\nabla \times \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \nabla \times \mathbf{E}; \quad (1.19)$$

tenendo conto che  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}$ , si ha

$$\frac{m}{n_s e^2} \nabla \times \frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}. \quad (1.20)$$

Applicando il rotore all'equazione di Maxwell  $\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s$ , in cui trascuriamo la corrente di spostamento, e sostituendo la (1.20) si ottiene

$$\left( \frac{cm}{n_s e^2 4\pi} \right) \nabla \times \nabla \times \frac{d\mathbf{H}}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}, \quad (1.21)$$



che si riduce a

$$\left( \frac{mc^2}{n_s e^2 4\pi} \right) \nabla^2 \dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{H}}. \quad (1.22)$$

Integrando rispetto al tempo, otteniamo

$$\left( \frac{mc^2}{n_s e^2 4\pi} \right) \nabla^2 (\mathbf{H} - \mathbf{H}_0) = \mathbf{H} - \mathbf{H}_0, \quad (1.23)$$

dove  $\mathbf{H}_0$  indica il campo magnetico esterno all'istante  $t = 0$ .

L'equazione (1.23) deriva direttamente dalle equazioni di Maxwell. Essa ammette la soluzione particolare  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$ . L'effetto Meissner implica  $\mathbf{B} = 0$  all'interno del superconduttore. Per eliminare  $\mathbf{H}_0$  dall'equazione (1.23) e spiegare quindi l'effetto Meissner, F. e H. London proposero come equazione fondamentale per un superconduttore

$$\nabla \times \left( \frac{mc \mathbf{j}_s}{n_s e^2} \right) = -\mathbf{H}. \quad (1.24)$$

Come vedremo in seguito, ciò equivale a supporre che nei superconduttori valga per  $\mathbf{H}$  un'equazione formalmente identica alla (1.22). Introducendo il potenziale vettore  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H}$ , la (1.24) diventa

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = -\frac{n_s e^2}{mc} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (1.25)$$

La (1.18) e la (1.25) sono note, rispettivamente, come I e II *equazione di London*. L'applicazione di queste equazioni agli elettroni superconduttivi ha un considerevole successo nella descrizione macroscopica del comportamento elettrodinamico dei superconduttori.

Prendendo il rotore di entrambi i membri dell'equazione di Maxwell  $\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s$  e

usando la (1.25), si ottiene

$$\left( \frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s} \right) \nabla^2 \mathbf{H} = \mathbf{H}. \quad (1.26)$$

Confrontando la (1.26) con la (1.22), ottenuta senza l'uso dell'equazione di London, si nota che la (1.26) non ammette soluzioni in cui il campo è uniforme. Una soluzione della (1.26) per un superconduttore piano ed infinito, con il campo  $\mathbf{H}_0$  applicato parallelamente alla superficie del campione, è la seguente

$$\mathbf{H} = H_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right), \quad (1.27)$$

dove  $\lambda_L$  è una costante da determinarsi;  $x$  è la distanza dalla superficie del superconduttore.

Con la sostituzione della (1.27) nella (1.26), si ottiene

$$\lambda_L^2 \nabla^2 \mathbf{H} = \mathbf{H}, \quad \text{dove} \quad \lambda_L = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}}. \quad (1.28)$$

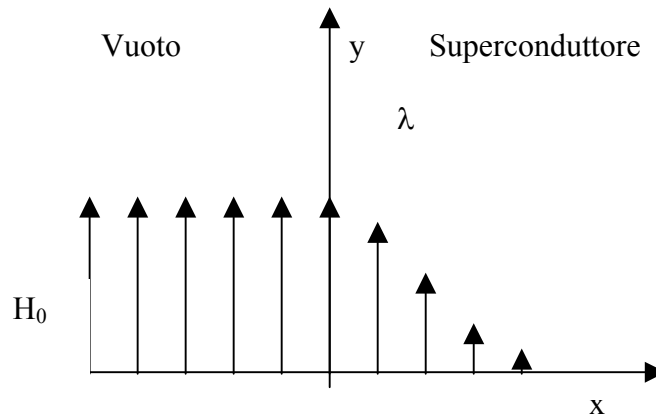
La grandezza  $\lambda_L$  è detta *lunghezza di penetrazione di London* ed è una misura della profondità di penetrazione del campo magnetico dalla superficie del campione.

La dipendenza dalla temperatura di  $\lambda_L$  risiede solamente in  $n_s$ , che nel contesto del modello a due fluidi è data dalla (1.16). Pertanto, la dipendenza di  $\lambda_L$  dalla temperatura nell'ambito del modello a due fluidi è

$$\lambda_L(T) = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi e^2 n [1 - (T/T_c)^4]}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (T/T_c)^4}} \quad (1.29)$$

dove  $\lambda_0$  è la lunghezza di penetrazione a  $T=0$ , quando tutti gli elettroni sono superconduttori.

Un valore tipico di  $\lambda_0$  in un superconduttore convenzionale è circa 500 Å. All'aumentare della temperatura,  $\lambda_L$  cresce e il campo magnetico penetra nel campione per una distanza  $\lambda_L(T)$ . Per  $T \rightarrow T_c$ , poiché  $\lambda_L(T)$  tende ad infinito, il campo magnetico penetra in tutto il campione. In figura 1.4 è mostrato l'andamento del campo magnetico all'interno di un superconduttore semi-infinito.



**Figura 1.4** - Penetrazione del campo magnetico in un superconduttore semi-infinito a  $T < T_c$ .

Poiché  $\lambda_L(T)$  si mantiene sufficientemente piccola in un ampio range di temperature  $T < T_c$ , la (1.27) spiega l'effetto Meissner in campioni macroscopici.

## 1.6 Effetto pelle nei metalli normali e nei superconduttori

In questo paragrafo, dapprima vedremo come interagisce un campo elettromagnetico con un metallo e, successivamente, considereremo l'interazione con un superconduttore di I tipo. In particolare, calcoleremo la legge di dispersione di un'onda elettromagnetica che si propaga nel mezzo [5].

La propagazione delle onde elettromagnetiche è governata dalle equazioni di Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E}, \quad (1.30)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{H}}{dt}, \quad (1.31)$$

dove abbiamo trascurato il termine della corrente di spostamento.

Supponiamo che un'onda elettromagnetica incida sulla superficie di un campione metallico semi-infinito che delimita il semi-spazio  $x > 0$  e che il metallo non sia magnetico, per cui  $\mathbf{B} = \mathbf{H}$ . Applicando il rotore alla (1.30) e sostituendo la (1.31), si ottiene

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{d\mathbf{H}}{dt}. \quad (1.32)$$

Il campo magnetico di un'onda può essere scritto come  $\mathbf{H} \propto e^{-i(kx-\omega t)}$ ; questa espressione, sostituita nella (1.32), permette di ottenere l'equazione di dispersione dell'onda che si propaga alla superficie del metallo

$$k^2 = -i \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}.$$

Questa equazione lega il vettore d'onda  $k$  dentro il metallo alla frequenza  $\omega$  della stessa onda.

$$k = \sqrt{-i \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}} = \frac{1}{\delta} - \frac{i}{\delta}, \quad (1.33)$$

dove abbiamo definito  $\delta = \sqrt{\frac{c^2}{2\pi\sigma\omega}}$ .

L'onda elettromagnetica che si propaga dentro il metallo è descritta dai campi

$$\mathbf{E} = \hat{y} E e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-i(\frac{x}{\delta} - \omega t)},$$

$$\mathbf{H} = \hat{z} H e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-i(\frac{x}{\delta} - \omega t)}.$$

Queste equazioni descrivono un'onda sinusoidale che viene gradualmente attenuata mentre viaggia nella direzione  $x > 0$ . L'attenuazione è dovuta all'effetto Joule. A causa di ciò, l'onda penetra dentro il metallo per una distanza dell'ordine di  $\delta$ .

La legge di Ohm  $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r})$  è valida quando  $\delta$  è maggiore del cammino libero medio  $\lambda$  degli elettroni di conduzione. Nel limite di  $\delta > \lambda$  si parla di *effetto pelle normale*. Quando  $\delta < \lambda$  si ha l'*effetto pelle anomalo*; in questo limite non vale più la legge di Ohm locale. Valori di  $\delta$  per il rame a temperatura ambiente, con conduttività  $\sigma \cong 5 \times 10^{17} \text{ s}^{-1}$ , tempo

di collisione  $\tau \cong 2 \times 10^{-14}$  s e frequenza angolare  $\omega = 10^{11}$  rad/s, sono dell'ordine delle migliaia di Å.

Calcoliamo adesso la legge di dispersione nei superconduttori di I tipo. Nell'ambito del modello a due fluidi, la corrente totale che percorre il superconduttore è data dalla somma della componente normale e della componente superconduttiva:  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_N + \mathbf{J}_S$ . La corrente normale è legata al campo elettrico dalla legge di Ohm, mentre la corrente superconduttiva è legata al potenziale vettore dall'equazione di London (1.25):

$$\mathbf{J}_N = \sigma \mathbf{E},$$

$$\mathbf{J}_S = -\frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \mathbf{A}.$$

Pertanto, l'equazione di Maxwell (1.30) diviene

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{J}_N + \mathbf{J}_S) = \frac{4\pi}{c} \left( \sigma \mathbf{E} - \frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \mathbf{A} \right).$$

Applicando il rotore a questa equazione otteniamo

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \left( \sigma \nabla \times \mathbf{E} - \frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \nabla \times \mathbf{A} \right).$$

Sostituendo in questa equazione la (1.31) e considerando che  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H}$  si ha

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \frac{\mathbf{H}}{\lambda_L^2}.$$

Poiché  $\mathbf{H} = \hat{z} H_0 e^{-i(kx - \omega t)}$ , si ottiene la legge di dispersione nei superconduttori

$$k^2 = -\frac{i4\pi\sigma\omega}{c^2} - \frac{1}{\lambda_L^2}.$$

Usando l'espressione di  $\delta$ , questa equazione si può scrivere come

$$k^2 = -i \frac{2}{\delta^2} - \frac{1}{\lambda_L^2}. \quad (1.34)$$

L'onda elettromagnetica si propaga all'interno di un superconduttore con un vettore d'onda  $k$  dato dalla (1.34). Nelle condizioni in cui  $\delta \gg \lambda_L$ , condizione verificata fino a frequenze dei MHz, l'onda elettromagnetica penetra nel superconduttore per una distanza  $\lambda_L$ . In queste condizioni il campo magnetico alternato penetra nel superconduttore come il campo statico.

## 1.7 Cenni sulla teoria microscopica BCS

Il problema di cosa effettivamente accade all'interno di un superconduttore a livello microscopico richiese molti anni per essere risolto. Il comportamento degli elettroni nello stato superconduttivo fu interpretato in modo soddisfacente, nel 1957, dalla teoria elaborata da John Bardeen, Leon N. Cooper e J. Robert Schrieffer, oggi nota come teoria microscopica BCS [6]. Secondo la teoria BCS, al di sotto della temperatura di transizione, nello stato superconduttivo, si determina una situazione energeticamente favorevole in cui gli elettroni di conduzione si dispongono in uno stato di maggior ordine, formando le cosiddette *coppie di Cooper* [7].

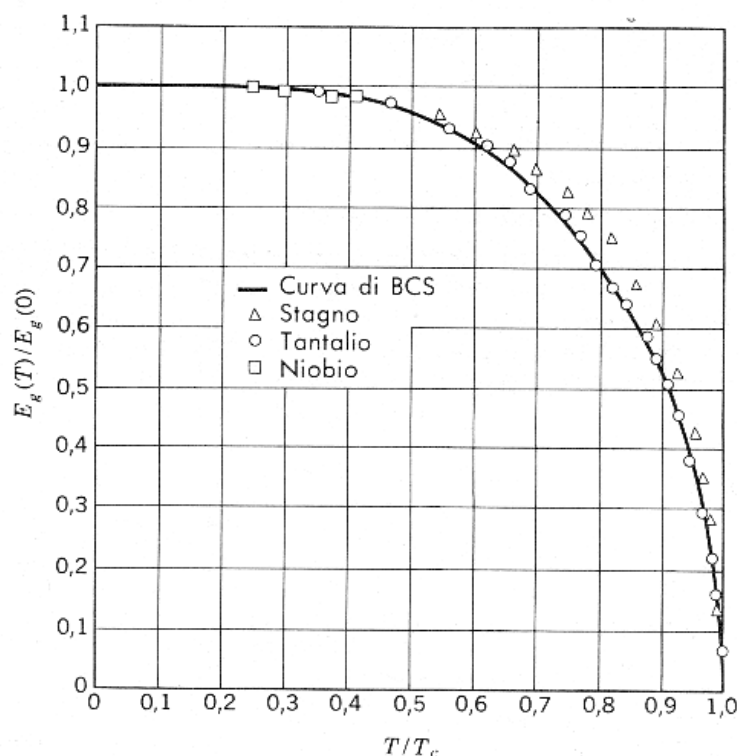
La formazione delle coppie di Cooper avviene perché in presenza di una interazione attrattiva tra due fermioni, che si muovono sulla superficie di Fermi, si può avere uno stato di più bassa energia in cui i fermioni formano una coppia stabile. L'interazione attrattiva tra due elettroni all'interno di un superconduttore è mediata dalle vibrazioni reticolari associate al moto degli elettroni. Un elettrone che si muove nel reticolo perturba localmente la concentrazione di carica del reticolo, cosicché un secondo elettrone che si muove in prossimità di questa deformazione ne viene attratto [1, 8].

La teoria BCS prevede che gli elettroni superconduttori esercitino la loro azione in coppia e che l'accoppiamento tra essi avvenga per mediazione dei fononi reticolari. Poiché è previsto che i due elettroni debbano avere quantità di moto uguali ed opposte per massimizzare la frequenza di scattering col reticolo, la teoria BCS porta alla seguente

conclusione: dato un elettrone con momento  $\mathbf{p}$ , la probabilità di trovare un altro elettrone con momento  $-\mathbf{p}$  è massima ad una distanza  $\xi$ , detta *lunghezza di coerenza*. Pertanto, una coppia di Cooper può essere considerata come una particella dotata di una carica e di una massa doppie di quelle dell'elettrone. Le dimensioni di una coppia di Cooper sono dello stesso ordine della lunghezza di coerenza e dipendono dal tipo di superconduttore.

La concentrazione delle coppie di Cooper dipende dalla temperatura. Allo zero assoluto, tutti gli elettroni di conduzione sono accoppiati; tutte le coppie di Cooper si troveranno nello stesso stato: si possono, quindi, rappresentare collettivamente con un'unica funzione d'onda macroscopica. Si può dimostrare che, se nel campione nello stato superconduttivo non circola corrente, i centri di massa delle coppie rimangono fissi; in presenza di una corrente, invece, essi si muovono con la stessa velocità nella direzione della corrente elettrica. L'interazione attrattiva tra gli elettroni può portare a uno stato fondamentale dell'intero sistema elettronico, che è separato dagli stati eccitati da un gap di energia finito. La teoria BCS prevede la seguente relazione per l'ampiezza del gap:  $\Delta(T=0) = 1.76 k_B T_c$ ; la quantità  $\Delta$  viene chiamata *gap di energia*. Il gap decresce monotonicamente all'aumentare della temperatura, fino ad annullarsi a  $T = T_c$ , come mostrato in figura 1.5.

In un campo magnetico che varia nello spazio il parametro  $\Delta$  può essere una funzione della posizione,  $\Delta = \Delta(\mathbf{r})$ . La lunghezza di coerenza è una misura della distanza entro la quale il gap non può cambiare drasticamente.

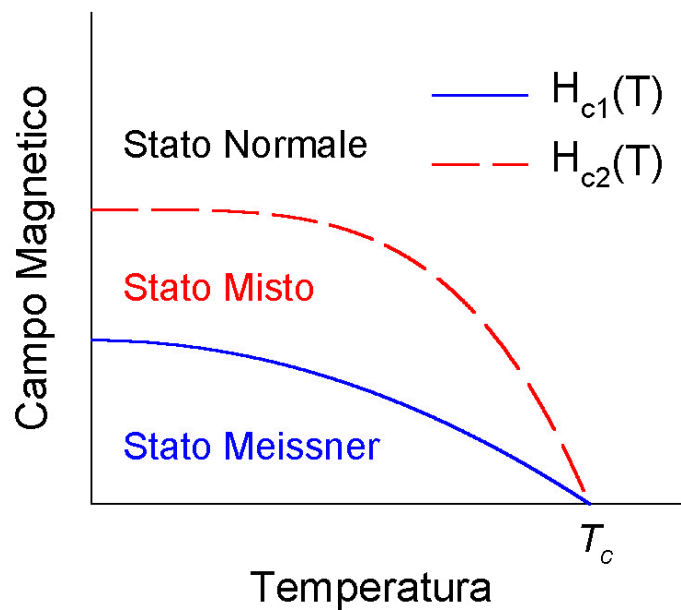


**Figura 1.5** – Andamento con la temperatura del parametro di gap normalizzato. I simboli sono valori sperimentali. La linea continua descrive l'andamento previsto dalla teoria BCS [2, 8].

## 1.8 Superconduttori di II tipo

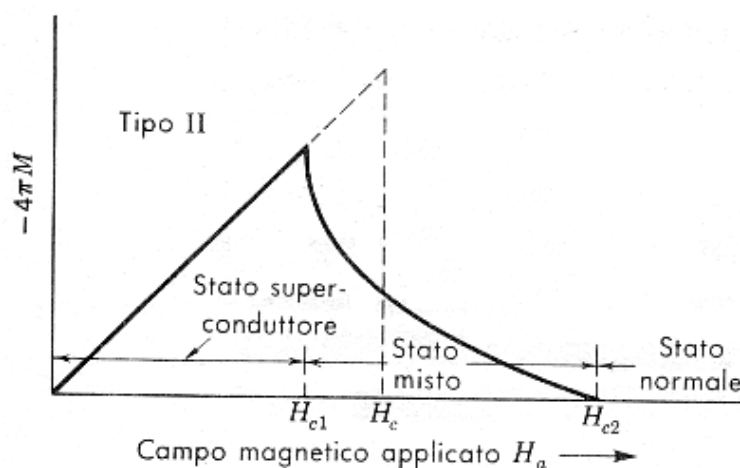
I superconduttori di II tipo sono caratterizzati da due campi magnetici critici: il *campo critico inferiore*  $H_{c1}$  e il *campo critico superiore*  $H_{c2}$  [5, 8, 9]. Per campi magnetici applicati minori di  $H_{c1}$ , il superconduttore espelle completamente il campo dal suo interno e si trova nello stato Meissner, come accade per i superconduttori di I tipo. Al di sopra del valore  $H_{c1}$  il campo è espulso solo parzialmente e il campione si trova nel cosiddetto *stato misto*. Per campi più alti di  $H_{c2}$ , il flusso penetra completamente nel superconduttore e tutte le proprietà di superconduttività vengono soppresse. Pertanto, i superconduttori di II tipo presentano un diagramma di fase diverso da quello dei superconduttori di I tipo; esso è riportato in figura 1.6.





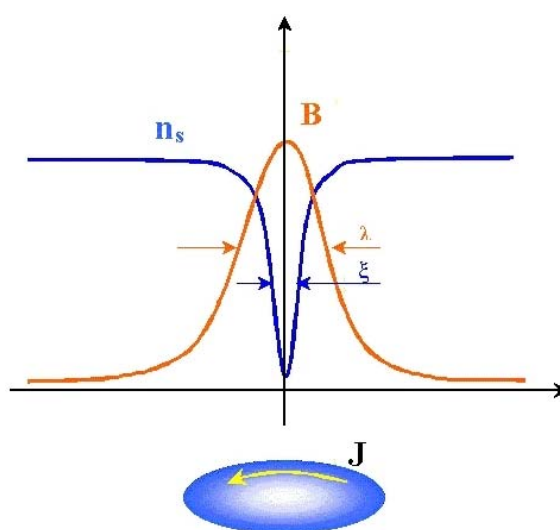
**Figura 1.6** - Diagramma di fase di un superconduttore di II tipo.

In figura 1.7 è riportata la magnetizzazione in funzione del campo magnetico applicato per un superconduttore di II tipo a  $T < T_c$ .



**Figura 1.7** – Magnetizzazione di un superconduttore di II tipo in funzione del campo.

Per molti anni non si è riusciti a comprendere il meccanismo di penetrazione di un campo magnetico in un superconduttore di II tipo. Nel 1957 Abrikosov pubblicò un articolo in cui lo stato misto di un superconduttore di II tipo sottoposto a un campo magnetico era descritto come sistema di minuscoli vortici di supercorrenti, che circolano attorno ad un *core* di materiale normale, ognuno dei quali genera un flusso magnetico pari a un quanto di flusso  $\Phi_0 = hc/2e$  [8]. Il quanto di flusso è detto anche *flussone* ed è pari a  $2.07 \times 10^{-7}$  gauss $\times$ cm<sup>2</sup>. I flussoni sono disposti parallelamente al campo magnetico applicato. Il campo magnetico di un singolo vortice si estende entro una zona il cui diametro è approssimativamente il doppio della profondità di penetrazione magnetica  $\lambda$  e raggiunge il suo valore massimo sull'asse del flussone. La concentrazione delle coppie di Cooper diminuisce entro la lunghezza di coerenza  $\xi$  nella direzione perpendicolare all'asse del flussone. In figura 1.8 è descritta la struttura del flussone nello stato misto.



**Figura 1.8** – Struttura di un flussone. In figura sono mostrati gli andamenti spaziali del campo magnetico, della densità di superelettroni e della corrente.

In un superconduttore di II tipo omogeneo, la mutua interazione di due linee di flusso è repulsiva. Per effetto del campo magnetico esterno i flussoni si addensano e si dispongono in un reticolo triangolare. Se indichiamo con  $\Phi$  il flusso associato a  $B$  e con  $N$  il numero di

flussoni presenti nel mezzo, si ha  $\Phi = N\Phi_0$ . Se inoltre indichiamo con  $n$  il numero di flussoni per unità di superficie normale al campo, allora il modulo dell'induzione magnetica è dato da  $B = n\Phi_0$ . La densità dei flussoni nel superconduttore aumenta all'aumentare del campo; quando il campo raggiunge il valore di  $H_{c2}$ , i flussoni si sovrappongono e l'intero campione ritorna allo stato normale.

## 1.9 Fattore di demagnetizzazione

In questo paragrafo vedremo il ruolo che gioca la forma dei campioni superconduttivi nella espulsione totale o parziale del campo magnetico quando il campione è raffreddato, in campo magnetico, al di sotto della temperatura di transizione.

La curva di magnetizzazione prevista per un superconduttore nelle condizioni di effetto Meissner, in cui all'interno del campione si ha  $\mathbf{B} = 0$ , si riferisce quantitativamente ad un campione di forma cilindrica disposto parallelamente al campo magnetico  $\mathbf{H}_0$ . In altre geometrie, il campo magnetico esterno può non essere omogeneo attorno al campione e può penetrare nel campione anche per valori inferiori ad  $H_c$ . Per un ellissoide di rivoluzione con l'asse parallelo ad  $\mathbf{H}_0$ , il campo interno  $\mathbf{H}_i$  è uniforme e parallelo al campo applicato; esso è dato da

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_0 - 4\pi n \mathbf{M} \quad (1.36)$$

dove  $M$  è la magnetizzazione e  $n$  è una costante, nota come *fattore di demagnetizzazione* del corpo, che dipende dalla geometria del campione [1, 3].

Per un campione superconduttore di forma sferica  $n = 1/3$ , per un campione di forma di un lungo cilindro con l'asse perpendicolare al campo applicato  $n = 1/2$ , mentre se l'asse è parallelo ad  $\mathbf{H}_0$   $n = 0$ . Per un superconduttore che presenta effetto Meissner completo si ha  $4\pi M = -\mathbf{H}_i$  e dalla (1.36) segue che

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_0 + n\mathbf{H}_i. \quad (1.37)$$

L'intensità del campo magnetico dentro il campione è quindi

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{H}_0}{1-n}. \quad (1.38)$$

Alla superficie del superconduttore la componente tangenziale del campo magnetico è continua. Anche se in prossimità del superconduttore il campo è distorto per effetto della magnetizzazione, all'equatore i due campi esterno ed interno sono paralleli. Pertanto, l'intensità del campo all'equatore appena fuori la superficie è uguale all'intensità del campo  $\mathbf{H}_i$  ed è dato da  $\frac{H_0}{1-n}$ . Nel caso di una sfera, l'intensità del campo magnetico esterno all'equatore è uguale a  $\frac{3}{2}H_0$ ; nel caso di una lunga bacchetta cilindrica posta in un campo magnetico trasversale esso è uguale a  $2H_0$ .

A causa degli effetti di demagnetizzazione, alcune regioni del superconduttore possono essere sottoposte ad un campo superiore al campo critico  $H_c$  anche quando  $H_0 < H_c$  e trovarsi quindi nello stato normale. Si può avere, pertanto, uno stato in cui alcune regioni del campione si trovano nello stato superconduttivo e altre invece si trovano nello stato normale. Questo stato in cui si viene a trovare il superconduttore di I tipo è detto *stato intermedio*. Vale la pena di sottolineare che tale stato, dal punto di vista energetico, è differente dallo stato misto, in cui si possono trovare i superconduttori di II tipo in presenza di campo magnetico statico.

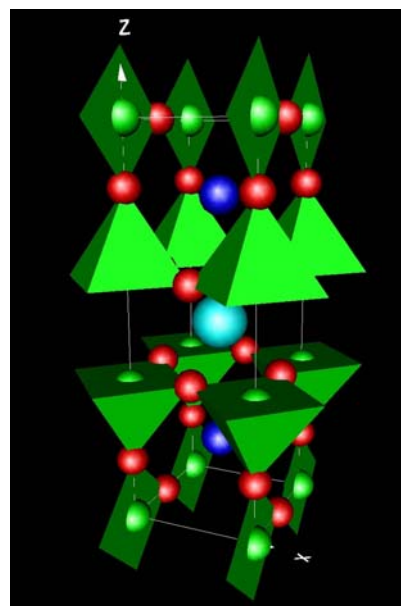
## 1.10 Materiali superconduttivi

Il primo superconduttore fu scoperto nel 1911 da Onnes, il quale osservò per la prima volta la superconduttività nel mercurio a temperature di poco inferiori a quella dell'elio liquido. In seguito a questa scoperta, altri elementi metallici furono trovati essere

superconduttivi. Questi superconduttori sono di I tipo e perdono le loro proprietà superconduttive per modesti valori di corrente di trasporto e di campo magnetico.

Si dovettero attendere gli anni sessanta per la scoperta dei superconduttori di II tipo, in grado di sostenere campi magnetici intensi ( $> 100$  kOe) e correnti elettriche elevate ( $> 10^6$  A/cm<sup>2</sup>), cambiando il fenomeno della superconduttività da semplice curiosità di laboratorio in tecnologia del futuro.

In circa sessanta anni dalla scoperta della superconduttività, si riuscì gradualmente ad aumentare la  $T_c$  dai 4 K del mercurio ai 23 K del Nb<sub>3</sub>Ge. Il record del Nb<sub>3</sub>Ge fu superato nel 1986, quando Bednorz e Muller, due ricercatori dell'IBM di Zurigo, scoprirono un composto a base di lantanio, bario, rame e ossigeno (La<sub>1-x</sub>Ba<sub>x</sub>)<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub> (LBCO) con  $T_c \approx 30$  K [9]. Tale scoperta, premiata con il Nobel per la Fisica nel 1987, spalancava un nuovo orizzonte per la ricerca di nuovi superconduttori, quello degli ossidi ceramici. Nel giro di pochi mesi, Chu e Wu, sostituendo il lantanio con l'ittrio, ottenevano un composto superconduttore a 92 K, l'YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> (YBCO) [9]. La struttura cristallina del superconduttore YBCO è mostrata in figura 1.9. Fu così eliminata la necessità di dover utilizzare l'elio liquido come liquido refrigerante. Il fluido criogenico diventava l'azoto liquido ( $T_E = 77$  K), notevolmente più economico dell'elio liquido, facilmente reperibile e utilizzabile.



**Figura 1.9** – Struttura cristallina del composto YBCO.

Il limite teorico di  $J_c$  a 77 K per i superconduttori ad alta  $T_c$  è stimato essere dell'ordine di  $10^7$  A/cm<sup>2</sup>, ma i valori osservati sperimentalmente erano inizialmente nettamente inferiori. La causa di ciò è dovuta al moto dei flussoni all'interno del superconduttore. Eventuali imperfezioni, difetti e particelle non superconduttive presenti nei

campioni sono in grado di ancorare i flussoni e permettere il passaggio di correnti elevate senza dissipazione di energia. Un superconduttore puro è quindi inutilizzabile, poiché le sue proprietà di trasporto elettrico sono bassissime; solo la messa a punto di processi di lavorazione che introducono una distribuzione fine ed omogenea di difetti, senza alterare  $T_c$ , lo rende tecnologicamente interessante. Attualmente, questi materiali sono usati per costruire cavi superconduttivi, costituiti da sottili filamenti di materiale superconduttivo inglobati in una matrice di rame o argento che offre un percorso alternativo alla corrente, nel caso di superamento di uno qualsiasi dei valori critici [9, 10].

I primi superconduttori ad alta  $T_c$  erano preparati mediante sinterizzazione di polveri pressate e presentavano una struttura granulare. I grani hanno una struttura cristallina regolare e sono collegati tra loro da regioni intergranulari che non hanno una struttura cristallina ben definita e non sono superconduttive [8]. Le modeste prestazioni elettriche di questi superconduttori ceramici sono connesse al debole accoppiamento superconduttivo dei grani. Infatti, in questi superconduttori la lunghezza di coerenza è di pochi angstrom, nelle regioni intergranulari le proprietà superconduttive sono notevolmente ridotte. Per questo motivo, queste regioni sono chiamate *weak link*. Nei superconduttori convenzionali, composti intermetallici e nelle leghe superconduttive, i grani sono fortemente accoppiati in quanto la lunghezza di coerenza è dell'ordine delle migliaia di angstrom e quindi le regioni intergranulari, la presenza di difetti o impurezze, non riducono le proprietà superconduttive dei materiali. Ciò spiega perché i superconduttori convenzionali hanno correnti critiche superiori a quelle dei superconduttori ad alta  $T_c$  ceramici.

La ricerca di nuovi materiali superconduttivi ha condotto recentemente alla scoperta del diboruro di magnesio,  $MgB_2$ , con una temperatura critica di 40 K [11]. Le proprietà di duttilità e malleabilità di questo superconduttore lo rendono molto interessante per le

applicazioni tecnologiche, anche se esso ha una temperatura critica più bassa di quella dei superconduttori cuprati [12].

Nella tabella 1.1 sono riportati i valori di temperatura critica, lunghezza di coerenza, profondità di penetrazione e campi magnetici critici di alcuni superconduttori di I e II tipo, che appartengono alla classe di superconduttori convenzionali e ad alta  $T_c$ .

Materiale	$T_c$ (K)	$H_c$ (Oe)		$\lambda$ (Å)	$\xi$ (Å)
		$H_{c1}$ (Oe)	$H_{c2}$ (kOe)		
<b>Superconduttori convenzionali di I tipo</b>					
Al	1	100		500	1600
In	3.4	270		640	
Sn	3.7	300		520	2300
Pb	7	800		390	830
<b>Superconduttori convenzionali di II tipo</b>					
Nb	9	1300	2.7	400	380
Nb-Ti	9		140	600	450
Nb <sub>3</sub> Sn	18.5	200	240	800	35
Nb <sub>3</sub> Ge	23		380		
<b>Superconduttori ad alta <math>T_c</math> cuprati</b>					
La <sub>2-x</sub> Sr <sub>x</sub> CuO <sub>4</sub>	38		400	2500	15
YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>	92	$H_{c1}^{\parallel c} = 850$ $H_{c1}^{\perp c} = 200$	$H_{c2}^{\parallel c} = 350$ $H_{c2}^{\perp c} = 2000$	$\lambda_{ab} = 1400$ $\lambda_c = 6000$	$\xi_{ab} = 30$ $\xi_c = 5$
Bi <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	110		1200		
Tl <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	125		1250		
<b>Altri superconduttori ad alta <math>T_c</math></b>					
Ba <sub>0.6</sub> K <sub>0.4</sub> BiO <sub>3</sub>	30	80	300	3500	30
MgB <sub>2</sub>	40	300	200	1000	50

**Tabella 1.1** – Valori tipici delle grandezze caratteristiche di alcuni superconduttori [1-3, 8-13].



## Capitolo 2

### **Suscettività magnetica dei superconduttori e metodi di misura**

<b>2.1</b>	<b>Suscettività magnetica DC .....</b>	<b>28</b>
<b>2.2</b>	<b>Suscettività magnetica dei metalli.....</b>	<b>30</b>
<b>2.3</b>	<b>Suscettività magnetica dei superconduttori .....</b>	<b>33</b>
2.3.1	Campione a forma di lastra piana .....	33
2.3.2	Campioni di forma sferica .....	35
<b>2.4</b>	<b>Dipendenza dalla temperatura della suscettività magnetica dei superconduttori</b>	<b>37</b>
<b>2.5</b>	<b>Suscettività magnetica AC .....</b>	<b>42</b>
<b>2.6</b>	<b>Metodi di misura delle proprietà magnetiche dei materiali ordinari.....</b>	<b>47</b>
<b>2.7</b>	<b>Metodi di misura delle proprietà magnetiche dei superconduttori .....</b>	<b>48</b>
2.7.1	Misura della densità di flusso .....	48
2.7.2	Misura di magnetizzazione con il metodo a campione vibrante .....	50
2.7.3	Metodo integrativo .....	52
2.7.4	Misure di suscettività AC con il metodo delle bobine accoppiate.....	53

## 2.1 Suscettività magnetica DC

Quando un materiale è posto in un campo magnetico  $\mathbf{H}$ , esso acquista un momento magnetico netto. Definendo la magnetizzazione  $\mathbf{M}$  come il momento magnetico per unità di volume, la relazione tra  $\mathbf{M}$  ed  $\mathbf{H}$  si scrive come

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}, \quad (2.1)$$

dove  $\chi$  è la cosiddetta *suscettività magnetica*.

Nel sistema di unità di misura di Gauss  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{H}$  hanno le stesse dimensioni, quindi la suscettività magnetica è una grandezza adimensionale [2, 13].

Le sostanze vengono classificate in base al segno e alla grandezza di  $\chi$ . Le sostanze che, poste in un campo magnetico, acquistano un momento magnetico netto in direzione opposta al campo esterno vengono dette *diamagnetiche*. Esse hanno una suscettività magnetica negativa dell'ordine di  $10^{-6}$ . Il diamagnetismo è associato alla tendenza che hanno le cariche elettriche a schermare parzialmente l'interno di un corpo dal campo magnetico applicato. In presenza di un campo magnetico, gli elettroni atomici percorrono delle orbite tali da generare correnti indotte che producono un campo magnetico opposto a quello applicato. Il momento magnetico associato alla corrente indotta è un momento diamagnetico. Il risultato classico ottenuto da Langevin è

$$\chi = \frac{N\mu}{H} = -\frac{Ze^2N}{6mc^2} \langle r^2 \rangle \quad (2.2)$$

dove  $N$  è il numero di atomi per unità di volume,  $Z$  è il numero di elettroni per atomo e  $\langle r^2 \rangle$  è la distanza quadratica media degli elettroni dal nucleo [2].

La suscettività espressa dalla (2.2) è caratteristica di tutte quelle sostanze in cui i singoli atomi e/o molecole hanno un momento magnetico netto nullo in assenza di campo applicato;

il risultato (2.2) può essere ricavato considerando la variazione della frequenza di rotazione degli elettroni dei singoli atomi, indotta dall'applicazione del campo magnetico esterno.

L'effetto diamagnetico, a causa della sua origine del tutto generale, è presente in tutte le sostanze. Tuttavia, non tutte le sostanze hanno suscettività magnetica negativa. In particolare, in tutti quei casi in cui i singoli atomi o molecole hanno un momento magnetico netto diverso da zero anche in assenza di campo esterno, l'effetto dell'applicazione di un campo magnetico è quello di dare origine ad un momento magnetico netto per unità di volume nella stessa direzione del campo applicato. Le sostanze per cui ciò avviene possono essere divise in due differenti classi, *sostanze paramagnetiche* e *sostanze ferromagnetiche* [2, 13]. In esse la suscettività magnetica è positiva e dipende dalla temperatura. Le proprietà delle sostanze paramagnetiche e ferromagnetiche sono notevolmente differenti. Nelle sostanze paramagnetiche la suscettività a temperatura ambiente è dell'ordine di  $10^{-4}$  e, per valori di campi "ordinari" ( $f$  10 Tesla), essa è indipendente da  $H$  e inversamente proporzionale alla temperatura. Quest'andamento può essere giustificato qualitativamente considerando che, al fine di minimizzare l'energia d'interazione magnetica, i vari momenti magnetici atomici tendono ad allinearsi con il campo esterno. Tuttavia, i moti di agitazione termica tendono ad orientarli in modo random. A campi applicati molto intensi, e/o a temperature molto basse, tali che l'energia di interazione con il campo magnetico risulti di gran lunga maggiore di  $k_B T$ , i momenti magnetici dei singoli atomi o molecole tendono ad essere tutti allineati con il campo esterno e la magnetizzazione tende al cosiddetto *valore di saturazione*. Prima della saturazione la suscettività magnetica è descritta dalla *legge di Curie*, data dalla seguente relazione

$$\chi = \frac{N\mu_{eff}^2}{3k_B T} = \frac{C}{T}, \quad (2.3)$$

dove  $\mu_{\text{eff}}$  è la componente del momento magnetico lungo la direzione del campo applicato e la costante  $C$  è detta *costante di Curie*.

Le sostanze ferromagnetiche non si prestano ad una trattazione semplice. Per esse ci limiteremo a dire che la magnetizzazione indotta parallelamente al campo esterno risulta circa indipendente da  $H$  anche a campi molto bassi (dell'ordine dei gauss) e quindi la suscettività magnetica dipende da  $H$ . Anche la dipendenza di  $\chi$  dalla temperatura è complicata. In generale, si può dire che esiste una temperatura limite al di sopra della quale le sostanze ferromagnetiche perdono le loro proprietà ferromagnetiche e si comportano come le sostanze paramagnetiche, cioè la  $\chi$  è inversamente proporzionale alla temperatura. In quest'ultima regione di temperature la suscettività è ben descritta dalla *legge di Curie-Weiss*

$$\chi = \frac{C}{T - \theta_c},$$

dove  $\theta_c$  è detta *costante di Weiss* ed è una caratteristica della sostanza [13].

## 2.2 Suscettività magnetica dei metalli

La suscettività magnetica di un metallo è legata principalmente allo spin degli elettroni di conduzione [2]. Secondo la teoria classica dell'elettrone libero, a ciascun elettrone viene associato un momento magnetico pari a un magnetone di Bohr,  $\mu_B$ . Sotto quest'ipotesi, ci si potrebbe aspettare, quindi, che gli elettroni di conduzione diano un contributo paramagnetico alla suscettività del metallo del tipo di Curie, cioè inversamente proporzionale alla temperatura. È stato invece osservato sperimentalmente che la suscettività di molti metalli è indipendente dalla temperatura e a temperatura ambiente è circa 100 volte più piccola di quella prevista. Per spiegare questa discrepanza, si deve considerare che gli elettroni di conduzione in un metallo seguono la statistica di Fermi-Dirac. Quando viene applicato un campo magnetico, la maggior parte degli elettroni di conduzione hanno probabilità nulla di

orientare il loro spin nella stessa direzione del campo esterno, poiché gli stati elettronici con spin paralleli sono già occupati. Solo gli elettroni in un intervallo di energia dell'ordine di  $k_B T$ , alla superficie di Fermi, possono orientare il loro spin nella stessa direzione del campo esterno; quindi, solo una frazione  $T/T_F$  del numero totale di elettroni contribuisce alla suscettività magnetica ( $T_F$  è la temperatura di Fermi). La suscettività magnetica di un metallo dovuta agli elettroni di conduzione risulta essere la seguente

$$\chi = \frac{N\mu_B^2}{k_B T_F}. \quad (2.4)$$

È prevista, quindi, una suscettività magnetica positiva indipendente dalla temperatura, in accordo con le osservazioni sperimentali. Nei metalli alcalini, a questo contributo positivo alla suscettività si somma un contributo negativo legato al diamagnetismo del nucleo e degli elettroni delle shell interne complete, che tuttavia è minore del contributo positivo. In molti metalli di transizione, la suscettività magnetica è positiva e molto più alta di quella dei metalli alcalini. Ciò è dovuto al contributo paramagnetico degli elettroni che occupano shell interne incomplete [2]. In figura 2.1 è riportato l'andamento con la temperatura della suscettività magnetica di varie sostanze previsto teoricamente. In figura 2.2, invece, è riportato l'andamento con la temperatura della suscettività di vari metalli osservato sperimentalmente. Come si può vedere, in molti metalli si osserva sperimentalmente un andamento costante con la temperatura, come previsto teoricamente.

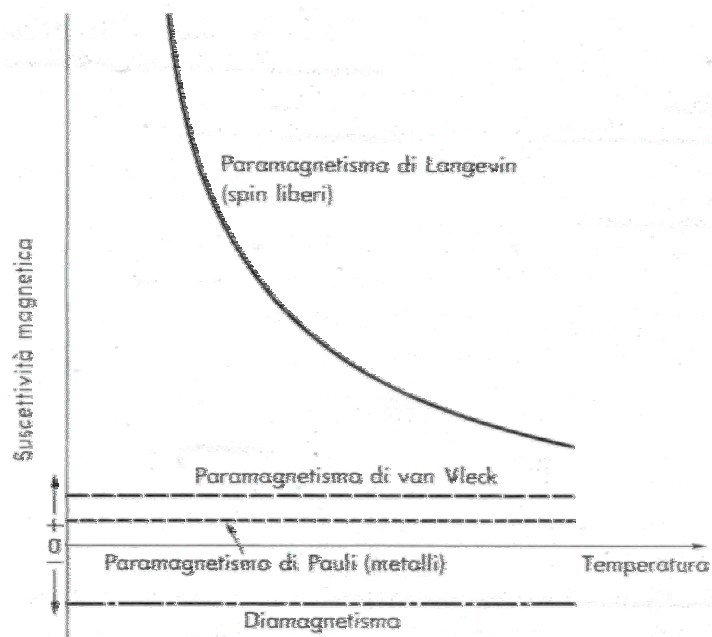
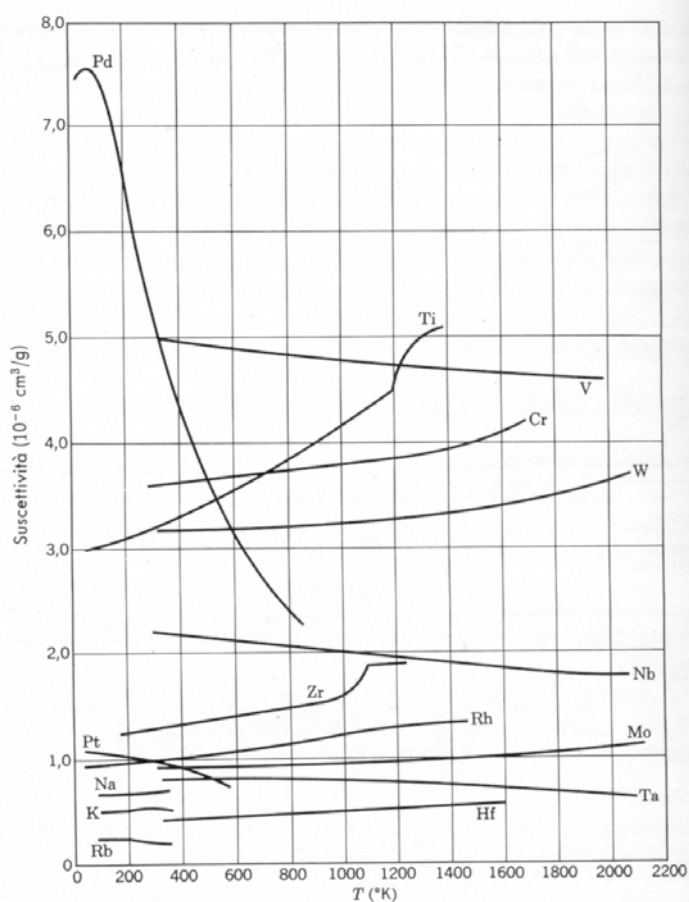


Figura 2.1 – Andamento della suscettività magnetica in funzione di T previsto teoricamente

[2].



**Figura 2.2** – Andamento della suscettività magnetica di vari metalli in funzione della temperatura osservato sperimentalmente [2].

## 2.3 Suscettività magnetica dei superconduttori

Nel paragrafo 1.2 abbiamo visto che un superconduttore di I tipo, raffreddato al di sotto di  $T_c$ , espelle completamente il campo magnetico dal suo interno in maniera tale da avere  $\mathbf{B} = \mathbf{H}_0 + 4\pi\mathbf{M} = 0$ . Per annullare completamente il campo, nel campione si deve creare una magnetizzazione data da

$$\mathbf{M} = -\frac{\mathbf{H}_0}{4\pi}. \quad (2.5)$$

La suscettività magnetica di un superconduttore che espelle completamente il campo magnetico dal suo interno è data, quindi, dalla seguente relazione

$$\chi_0 = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}_0} = -\frac{1}{4\pi}. \quad (2.6)$$

Il risultato espresso dalla (2.6) è valido per campioni che hanno la forma di un lungo cilindro, o di una lastra piana, con l'asse parallelo al campo esterno [14].

Nel paragrafo 1.9 abbiamo visto che la magnetizzazione di un superconduttore di I tipo dipende dalla forma del campione e dalla direzione del campo magnetico esterno rispetto all'asse di simmetria del campione. Nei paragrafi successivi calcoleremo la suscettività magnetica di campioni superconduttivi di diverse forme, con dimensioni molto più piccole o molto più grandi della lunghezza di penetrazione  $\lambda$ .

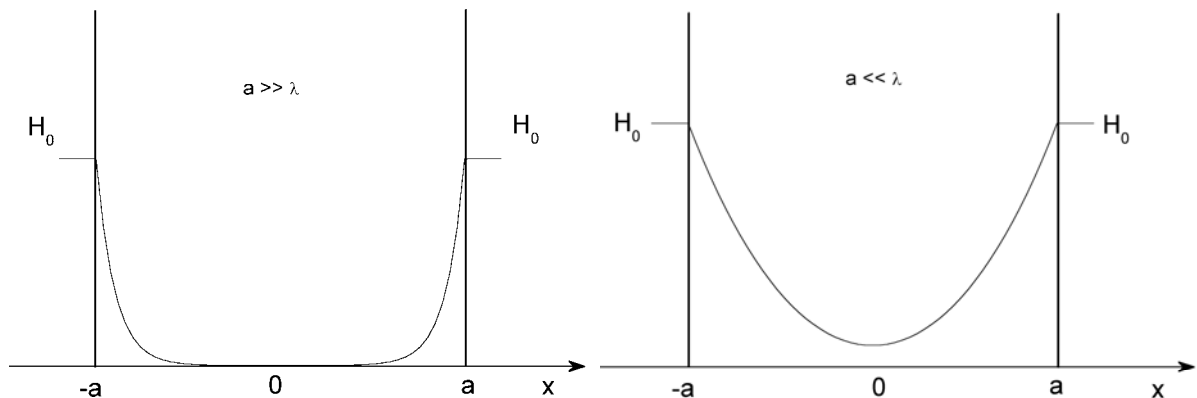
### 2.3.1 Campione a forma di lastra piana

Consideriamo un campione a forma di lastra piana ed infinita, di spessore  $2a \gg \lambda$  lungo la direzione  $x$ , con il campo magnetico applicato parallelamente alla lastra. Come abbiamo visto nel paragrafo 1.5, l'andamento del campo magnetico all'interno di un superconduttore è

descritto dalle equazioni di London e si determina risolvendo l'equazione differenziale (1.26). Risolvendo la (1.26) sotto la condizione che alle superfici della lastra il campo sia uguale ad  $H_0$ , otteniamo l'espressione che descrive l'andamento del campo magnetico con  $x$

$$\mathbf{H}(x) = \mathbf{H}_0 \frac{\cosh(x/\lambda)}{\cosh(a/\lambda)}. \quad (2.7)$$

Il campo magnetico penetra nel campione in superficie e, se  $2a \gg \lambda$ , la penetrazione del campo da un lato della lastra non è influenzata dal campo presente all'altra superficie della lastra [14]. L'andamento di  $H(x)$  è lo stesso di quello che si ha all'interno di un corpo semi-infinito, come mostrato in figura 2.3. Nella stessa figura, per confronto, è mostrato l'andamento di  $H(x)$  in una sottile lastra di spessore  $a \ll \lambda$ .



**Figura 2.3** – Andamento del campo magnetico all'interno di una lastra piana ed infinita di spessore  $2a$ , con  $a \gg \lambda$  e con  $a \ll \lambda$ .

La magnetizzazione  $\mathbf{M}$  si ottiene dalla

$$\mathbf{M} = (\mathbf{B} - \mathbf{H}_0)/4\pi, \quad (2.8)$$

dove

$$\mathbf{B} = \langle \mathbf{H} \rangle = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \mathbf{H}(x) dx; \quad (2.9)$$

sostituendo la (2.7) nella (2.9) otteniamo



$$\mathbf{M} = \frac{1}{8a\pi} \int_{-a}^a (\mathbf{H}(x) - \mathbf{H}_0) dx = -\frac{\mathbf{H}_0}{4\pi} \left( 1 - \frac{\lambda}{a} \tanh \frac{a}{\lambda} \right). \quad (2.10)$$

Calcolata la magnetizzazione del campione, possiamo calcolare la suscettività magnetica

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 - \frac{\lambda}{a} \tanh \frac{a}{\lambda}, \quad (2.11)$$

dove abbiamo posto  $\chi_0 = -\frac{1}{4\pi}$ .

$\chi_0$  è la suscettività massima ed è conseguenza dell'espulsione completa del campo da parte della lastra superconduttiva.

Nel caso di una lastra di spessore  $2a \gg \lambda$ , la (2.11) si può approssimare come

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 - \frac{\lambda}{a}. \quad (2.12)$$

Nel caso di una lastra di spessore  $2a \ll \lambda$ , la (2.11) si può, invece, approssimare come

$$\frac{\chi}{\chi_0} = \frac{1}{3} \frac{a^2}{\lambda^2}. \quad (2.13)$$

L'espressione (2.12) può essere usata per spiegare il comportamento magnetico di campioni di grande spessore, mentre la (2.13) può essere usata per spiegare il comportamento magnetico di campioni sottili, per esempio film di superconduttore depositati su un substrato di materiale isolante.

### 2.3.2 Campioni di forma sferica

Consideriamo un campione di forma sferica di raggio  $a$ , immerso in un campo magnetico  $\mathbf{H}_0$  uniforme. Per descrivere la distribuzione del campo all'interno del campione, si risolve la (1.26) in coordinate sferiche, con l'asse di riferimento nella direzione del campo esterno [14]. All'interno della sfera, cioè per  $r \leq a$ , si ottengono le seguenti soluzioni

$$\mathbf{H}_r = 3\mathbf{H}_0 \frac{a\lambda}{r^2} \left( \frac{\sinh r/\lambda}{\sinh a/\lambda} \right) \left( \coth \frac{r}{\lambda} - \frac{\lambda}{r} \right) \cos\theta, \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{H}_\theta = -\frac{3}{2}\mathbf{H}_0 \frac{a\lambda}{r^2} \left( \frac{\sinh r/\lambda}{\sinh a/\lambda} \right) \left( \coth \frac{r}{\lambda} - \frac{\lambda}{r} \left( 1 + \frac{r^2}{\lambda^2} \right) \right) \sin\theta, \quad (2.14b)$$

$$\mathbf{H}_\phi = 0. \quad (2.14c)$$

Per  $r \geq a$ , invece, si ottengono le seguenti soluzioni

$$\mathbf{H}_r = (\mathbf{H}_0 + 2\boldsymbol{\mu}/r^3) \cos\theta, \quad (2.15a)$$

$$\mathbf{H}_\theta = (-\mathbf{H}_0 + \boldsymbol{\mu}/r^3) \sin\theta, \quad (2.15b)$$

$$\mathbf{H}_\phi = 0, \quad (2.15c)$$

dove

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{\mathbf{H}_0 a^3}{2} \left( 1 - \frac{3\lambda}{a} \coth \frac{a}{\lambda} + \frac{3\lambda^2}{a^2} \right). \quad (2.16)$$

Le equazioni (2.15) indicano che il campo all'esterno della sfera superconduttiva è dato dalla somma del campo esterno e di quello di un dipolo magnetico  $\boldsymbol{\mu}$ . Poiché  $\boldsymbol{\mu}$  è uguale al momento magnetico indotto della sfera, dividendo la (2.16) per il volume della sfera otteniamo la magnetizzazione  $\mathbf{M}$ . Nel paragrafo 1.9 abbiamo calcolato la magnetizzazione di un superconduttore di forma sferica, nel caso di espulsione completa del campo ( $\mathbf{B} = 0$ ), tenendo conto del fattore di demagnetizzazione

$$\mathbf{M} = -\frac{\mathbf{H}_i}{4\pi} = -\frac{\mathbf{H}_0}{4\pi(1-n)}$$

dove  $n$  è appunto il fattore di demagnetizzazione.

Per la sfera,  $n = 1/3$  e quindi  $\mathbf{M} = -\frac{3}{8\pi}\mathbf{H}_0$ .

Pertanto, nel caso di perfetto diamagnetismo, cioè completa espulsione del campo magnetico, la suscettività massima  $\chi_0$  del campione di forma sferica è

$$\chi_0 = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}_0} = -\frac{3}{8\pi}.$$

Noto  $\chi_0$  e calcolando la magnetizzazione dalla (2.16), possiamo ricavare la suscettività magnetica di un campione di forma sferica

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 - \frac{3\lambda}{a} \coth \frac{a}{\lambda} + \frac{3\lambda^2}{a^2}. \quad (2.17)$$

Possiamo ottenere delle espressioni approssimate della (2.17) nei casi limiti  $a \gg \lambda$  e  $a \ll \lambda$ . Nel primo caso si ottiene

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 - \frac{3\lambda}{a}; \quad (2.18)$$

mentre per  $a \ll \lambda$  si ottiene la seguente espressione

$$\frac{\chi}{\chi_0} = \frac{1}{15} \frac{a^2}{\lambda^2}. \quad (2.19)$$

La (2.18) può essere usata per descrivere la suscettività magnetica di campioni in polvere con grani di forma sferica di raggio  $a \gg \lambda$ , mentre la (2.19) può essere usata per descrivere la suscettività magnetica di campioni in polvere con dimensioni dei grani minori di  $\lambda$ .

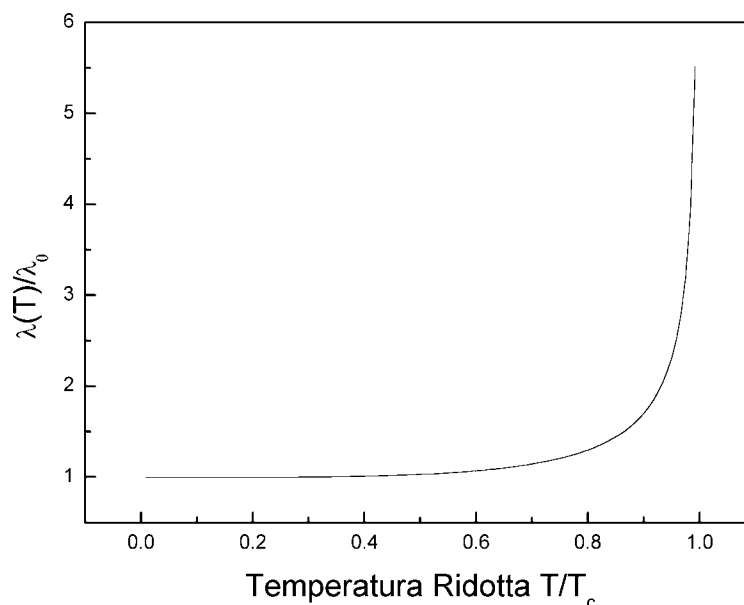
## 2.4 Dipendenza dalla temperatura della suscettività magnetica dei superconduttori

In questo paragrafo studieremo l'andamento con la temperatura della suscettività magnetica dei superconduttori. Come abbiamo visto nei paragrafi precedenti,  $\chi$  è direttamente legata alla lunghezza di penetrazione  $\lambda$  e, poiché  $\lambda$  dipende dalla temperatura, la suscettività magnetica dei superconduttori dipende anch'essa dalla temperatura. Nell'ambito del modello a due fluidi di Gorter e Casimir, la dipendenza dalla temperatura di  $\lambda$  è data dalla (1.29), che riscriviamo per comodità

$$\lambda^2(T) = \frac{\lambda_0^2}{1 - (T/T_c)^4}, \quad (2.20)$$

dove  $\lambda_0$  è il valore di  $\lambda(T)$  a  $T = 0$ .

L'andamento con la temperatura della lunghezza di penetrazione  $\lambda(T)$  prevista dal modello a due fluidi di Gorter e Casimir è mostrato in figura 2.4.



**Figura 2.4** – Andamento con la temperatura della lunghezza di penetrazione  $\lambda$ , previsto dal modello a due fluidi di Gorter e Casimir.

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, la suscettività dipende da  $\lambda$  in modo differente a seconda della geometria dei campioni e delle loro dimensioni. Per descrivere la dipendenza della suscettività dalla temperatura conviene distinguere due differenti casi. Nel primo, consideriamo campioni di dimensioni minori della profondità di penetrazione ( $a \ll \lambda$ ); nel secondo, consideriamo campioni di dimensioni maggiori della profondità di penetrazione ( $a \gg \lambda$ ).

Nel primo caso ( $a \ll \lambda$ ), possiamo scrivere la suscettività magnetica nella seguente forma generale

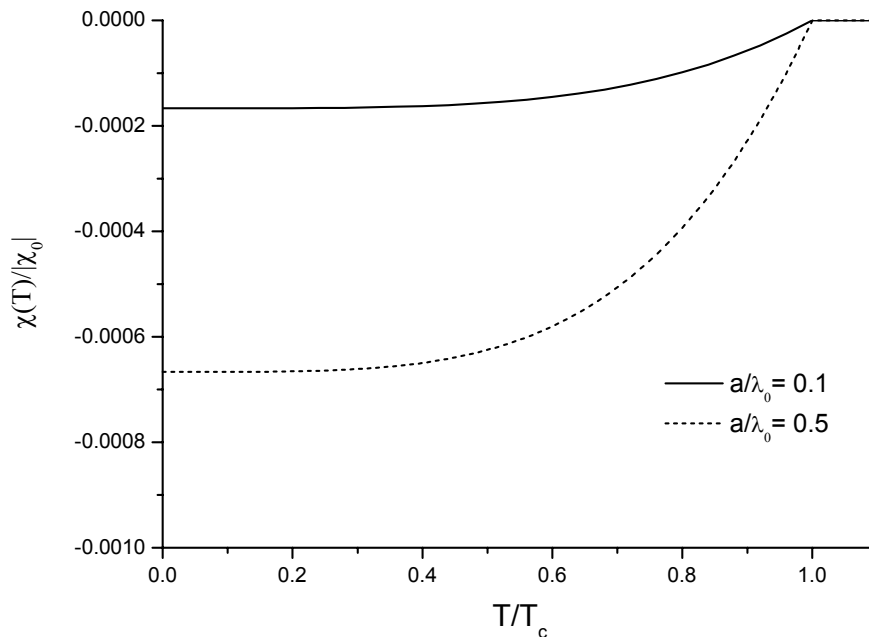
$$\frac{\chi}{\chi_0} = \alpha \frac{a^2}{\lambda^2}, \quad (2.21)$$

dove abbiamo indicato con  $\alpha$  un coefficiente numerico, il cui valore è  $1/3$  per campioni a forma di lastra piana di spessore  $2a$ ,  $1/8$  per campioni filiformi di raggio  $a$  e  $1/15$  per campioni di forma sferica di raggio  $a$ .

Sostituendo  $\lambda(T)$ , data dalla (2.20), nella (2.21) si ottiene

$$\frac{\chi(T)}{\chi_0} = \alpha \frac{a^2}{\lambda_0^2} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right]. \quad (2.22)$$

In figura 2.5 è riportato l'andamento con la temperatura della suscettività, previsto dalla (2.22) per un campione di forma sferica di raggio  $a \ll \lambda$ , a due valori del rapporto  $a/\lambda_0$ .



**Figura 2.5** – Andamento di  $\chi/\chi_0$  con la temperatura per un campione di forma sferica di raggio  $a \ll \lambda$ , a due valori del rapporto  $a/\lambda_0$ .

Per  $T \rightarrow 0$  la suscettività  $\chi(T)$  tende al valore costante  $\frac{a^2}{15\lambda_0^2}$  minore di 1, mentre per  $T \rightarrow T_c$

la suscettività  $\chi(T) \rightarrow 0$ . Per campioni di dimensioni minori di  $\lambda$  non si ha uno schermaggio completo neanche a  $T = 0$ , in quanto il campo all'interno dei campioni non è mai nullo, come

si può vedere in figura 2.3. Da quanto abbiamo visto sopra, si ha che la variazione della suscettività con la temperatura è causata solo dalla variazione con la temperatura della lunghezza di penetrazione, e non da effetti associati alla forma o alle dimensioni dei campioni stessi.

Nel secondo caso, quando  $a \gg \lambda$ , la suscettività è descritta dalla seguente relazione

$$\frac{\chi}{\chi_0} = 1 - \gamma \frac{\lambda}{a}, \quad (2.23)$$

dove  $\gamma$  è un coefficiente numerico che ha valore 1 per campioni a forma di lastra di spessore  $2a$ , 2 per campioni di forma filiforme di raggio  $a$ , 3 per campioni di forma sferica di raggio  $a$ .

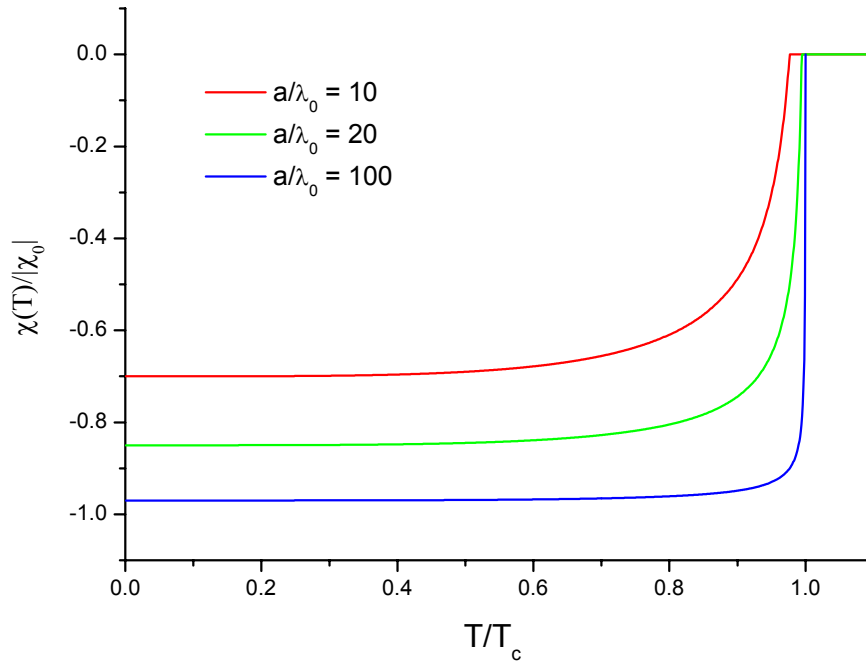
Sostituendo  $\lambda(T)$ , dato dalla (2.20), nella (2.23) si ottiene

$$\frac{\chi(T)}{\chi_0} = 1 - \frac{\frac{\gamma\lambda_0}{a}}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}}. \quad (2.24)$$

In figura 2.6 riportiamo l'andamento di  $\frac{\chi}{\chi_0}$  con la temperatura per un campione di forma

sferica a differenti valori di  $\lambda_0/a$ . Per  $T \rightarrow 0$ , la suscettività  $\frac{\chi}{\chi_0}$  tende ad un valore costante

$(1 - 3\lambda_0/a)$ , minore o uguale a 1. Per  $T \rightarrow T_c$ , la suscettività  $\frac{\chi}{\chi_0} \rightarrow 0$ .



**Figura 2.6** – Andamento di  $\chi/\chi_0$  con la temperatura per campioni di forma sferica di raggio  $a \gg \lambda$ , a differenti valori del rapporto  $a/\lambda_0$ .

Anche in questo caso, la variazione di  $\frac{\chi}{\chi_0}$  con la temperatura è causata dalla variazione di  $\lambda$  con la temperatura, e non ad effetti legati alla forma dei campioni. A differenza dei campioni sottili, in questo caso l'espulsione del campo magnetico a  $T = 0$  è completa, specialmente per campioni di dimensioni  $a \gg \lambda$ .

Quando le dimensioni dei grani sono sufficientemente piccole ( $a \ll \lambda$ ), la dipendenza dalla temperatura della suscettività magnetica è direttamente legata alla dipendenza dalla temperatura di  $\lambda(T)$  [15]. Infatti, come abbiamo visto nel paragrafo 2.3, la suscettività del superconduttore può essere descritta dall'equazione (2.19). Usando la (2.19) per  $T \rightarrow 0$  e facendo il rapporto, otteniamo

$$\frac{\chi(T)}{\chi(T_0)} = \left[ \frac{\lambda(T)}{\lambda(T_0)} \right]^{-2}, \quad (2.25)$$

dove  $\chi(T_0)$  e  $\lambda(T_0)$  sono i valori  $\chi(T)$  e  $\lambda(T)$  per  $T \rightarrow 0$ .

L'equazione (2.25) non contiene né le dimensioni dei grani né fattori numerici. Quindi, dalla misura di  $\chi(T)$  si ottiene l'andamento con la temperatura di  $\lambda(T)$ . Come abbiamo visto nel paragrafo 1.5,  $\lambda(T)$  dipende dalla concentrazione  $n_S$  degli elettroni superconduttivi. Pertanto, le misure di  $\chi(T)$  possono offrire un valido metodo di indagine sperimentale per lo studio e la verifica delle teorie microscopiche che prevedono una particolare dipendenza dalla temperatura di  $n_S(T)$ .

## 2.5 Suscettività magnetica AC

Nei paragrafi precedenti abbiamo calcolato la suscettività magnetica dei superconduttori nel caso in cui il campo magnetico applicato sia un campo statico. In questo caso, la suscettività magnetica può essere determinata semplicemente dal rapporto  $\chi = M/H$ ; essa è una grandezza reale ed è detta *suscettività magnetica DC*. Quando, invece, il campione è sottoposto ad un campo alternato, si può definire la suscettività in modo più generale e in questo caso si parla di *suscettività magnetica AC*. Per determinare la suscettività AC bisogna tener conto del modo in cui un'onda elettromagnetica si propaga in un mezzo. Come abbiamo visto nel paragrafo 1.6, considerando la legge di dispersione nei superconduttori si ottiene un vettore d'onda complesso. Ciò fa sì che la suscettività AC sia anch'essa una grandezza complessa con entrambe le componenti, reale ed immaginaria, diverse da zero.

Se il campo applicato è periodico,  $H_a = H_1 \cos(\omega t)$ , la magnetizzazione del campione  $M(t)$  è anch'essa periodica ed è conveniente scriverla come sviluppo in serie di Fourier

$$M(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [\chi'_n \cos(n\omega t) + \chi''_n \sin(n\omega t)] H_1, \quad (2.26)$$

dove i coefficienti della suscettività,  $\chi'_n$  e  $\chi''_n$ , sono ottenuti dalle seguenti relazioni



$$\chi'_n = \frac{1}{\pi H_1} \int_0^{2\pi} M(t) \cos(n\omega t) d(\omega t), \quad (2.27a)$$

$$\chi''_n = \frac{1}{\pi H_1} \int_0^{2\pi} M(t) \sin(n\omega t) d(\omega t). \quad (2.27b)$$

Spesso la risposta del campione è misurata solo alla frequenza fondamentale ( $n = 1$ ), determinando solamente i coefficienti  $\chi' = \chi'_1$  e  $\chi'' = \chi''_1$ . In questo caso  $\chi'$  e  $\chi''$  possono essere pensati come le parti, reale ed immaginaria, di una suscettività complessa definita come

$$\chi_{ac} = \chi' - i\chi'' \quad (2.28)$$

Ciò può essere visto facilmente usando la notazione complessa. Il campo applicato può essere considerato come la parte reale di  $H_1 e^{i\omega t}$ ; definiamo la magnetizzazione come la parte reale di

$$\mathbf{M}(t) = \chi_{ac} H_1 e^{i\omega t}, \quad (2.29)$$

con  $\chi_{ac}$  definito nella (2.28).

Calcolando la parte reale della (2.29), si ottiene

$$M(t) = \text{Re}[\mathbf{M}(t)] = H_1 [\chi' \cos(\omega t) + \chi'' \sin(\omega t)], \quad (2.30)$$

che non è altro che il termine con  $n = 1$  della (2.26).

La parte reale di  $\chi_{ac}$ ,  $\chi'$ , misura la risposta induttiva del campione, mentre la parte immaginaria,  $\chi''$ , misura la risposta resistiva. In altre parole,  $\chi'$  dà origine ad una variazione di fase dell'onda incidente sul campione, mentre  $\chi''$ , essendo legato alla dissipazione, provoca un'attenuazione dell'ampiezza del campo elettromagnetico.

Nel paragrafo 1.6 abbiamo calcolato il vettore d'onda complesso che descrive la propagazione di un'elettromagnetica all'intermo di un superconduttore, che riscriviamo per chiarezza

$$k^2 = -i \frac{2}{\delta^2} - \frac{1}{\lambda_L^2} \quad (2.31)$$

Definendo la grandezza  $\tilde{\lambda} = -i/k$ , si ottiene  $ik = 1/\tilde{\lambda}$ ; quindi,  $\tilde{\lambda}$  può essere considerata come la lunghezza di penetrazione complessa dell'onda elettromagnetica. Seguendo lo stesso procedimento usato nel paragrafo 2.3 per determinare la suscettività DC, si può dimostrare che, per calcolare la  $\chi_{ac}$ , possiamo usare tutte le soluzioni che abbiamo ricavato in precedenza, purché si sostituisca a  $\chi$  la suscettività complessa  $\chi_{ac} = \chi' - i\chi''$  e alla lunghezza di penetrazione di London  $\lambda$  si sostituisca la lunghezza di penetrazione complessa  $\tilde{\lambda}$ . Ciò rende conto della presenza delle due componenti, reale ed immaginaria, della suscettività AC [16 ÷ 18].

Qui di seguito calcoliamo, come esempio, la suscettività magnetica AC di un campione superconduttivo a forma di lastra, di spessore  $2a$  con  $a \gg \lambda$ . Come abbiamo visto, la suscettività DC è data dalla (2.12). Sostituendo nella (2.12)  $\tilde{\lambda}$  al posto di  $\lambda$  e supponendo  $\delta \gg \lambda$  (approssimazione valida fino a frequenze dei MHz), si ottiene

$$\frac{1}{\chi_0}(\chi' - i\chi'') = 1 - \frac{\tilde{\lambda}}{a} = \left[ 1 - \frac{\lambda(T)}{a} \right] - i \left[ \frac{\lambda^3(T)}{a\delta^2(T)} \right], \quad (2.32)$$

dove  $\chi_0 = -1/4\pi$ , per un campione a forma di lastra con il campo magnetico applicato parallelamente alla superficie.

La parte reale  $\chi'$  nella (2.32) è uguale alla  $\chi_{DC}$ , che abbiamo calcolato precedentemente; essa è nulla a  $T > T_c$  e diminuisce monotonicamente al diminuire della temperatura, come mostrato nelle figure 2.5 e 2.6. A causa del fatto che  $\tilde{\lambda}$  è una quantità complessa, si ottiene anche la componente immaginaria  $\chi''$ , che dipende da  $\lambda(T)$  e  $\delta(T)$ . Nell'ambito del modello a due fluidi, gli andamenti di  $\lambda(T)$  e  $\delta(T)$  sono dati da

$$\lambda(T) = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (T/T_c)^4}},$$

$$\delta(T) = \frac{\delta_0}{(T/T_c)^2},$$

dove  $\lambda_0$  è la lunghezza di penetrazione di London a  $T = 0$ , quando tutti gli elettroni sono superconduttori;  $\delta_0$  è la skin depth a  $T = T_c$ , quando tutti gli elettroni sono normali.

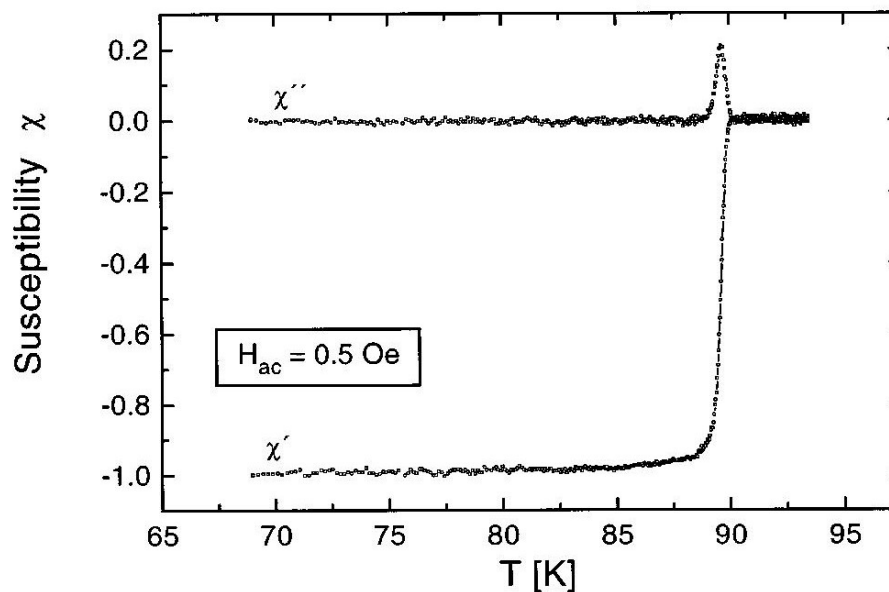
Sostituendo  $\lambda(T)$  e  $\delta(T)$  nella (2.32) si ottiene per  $\chi''(T)$  la relazione seguente

$$\chi''(T) = \frac{\lambda_0}{a} \left( \frac{\lambda_0}{\delta_0} \right)^2 \frac{(T/T_c)^4}{[1 - (T/T_c)^4]^{3/2}}. \quad (2.33)$$

Dalla (2.33) si vede che per  $T \rightarrow 0$ ,  $\chi'' \rightarrow 0$ , mentre per  $T \rightarrow T_c$ , la  $\chi''$  prevista dalla (2.33) tende a infinito. Tuttavia, dobbiamo tenere presente che l'approssimazione  $\delta \gg \lambda$ , con cui sono state ottenute le espressioni (2.32) e (2.33), non è valida per  $T \rightarrow T_c$ ; in prossimità di  $T_c$   $\lambda(T) \rightarrow \infty$  e  $\delta(T) \rightarrow \delta_0$ . Utilizzando la (2.31) nell'approssimazione di  $\lambda \gg \delta$ , si ottiene

$$\frac{\chi''}{|\chi_0|} = \frac{\delta_0}{2a}.$$

Quindi, nello stato normale  $\chi''$  assume un valore finito, che dipende dalla conducibilità del campione nello stato normale e dalle sue dimensioni. Ciò fa sì che, in  $\chi''(T)$  è presente un picco in prossimità di  $T_c$ . La larghezza e la posizione di tale picco dipendono dalla grandezza relativa di  $\lambda(T)$  e  $\delta(T)$ . In figura 2.7 sono riportati gli andamenti con la temperatura delle due componenti  $\chi'$  e  $\chi''$  osservati da Herzog e collaboratori in un campione di YBCO [19].



**Figura 2.7** - Andamenti con la temperatura delle due componenti  $\chi'$  e  $\chi''$  osservati da Herzog e collaboratori in un campione di YBCO [19].

I risultati che abbiamo ottenuto nei paragrafi precedenti suggeriscono che la misura della dipendenza dalla temperatura della suscettività magnetica è un buon metodo per caratterizzare un superconduttore. In genere,  $\chi''$  è molto più piccola di  $\chi'$ ; pertanto, per determinare la temperatura critica del campione, è più conveniente misurare la componente reale  $\chi'(T)$ . All'aumentare della temperatura,  $\chi'(T)$  diminuisce e si annulla a  $T \geq T_c$ . Lontano da  $T_c$  la variazione è lenta, mentre in prossimità di  $T_c$  essa è molto rapida; ciò permette di individuare agevolmente la temperatura critica. Ulteriori informazioni, principalmente legate all'omogeneità della transizione superconduttiva, possono essere ottenute anche dalla misura di  $\chi''(T)$ .

Nel corso degli anni sono stati sviluppati vari metodi sperimentali per studiare le proprietà magnetiche dei materiali, che nel caso di materiali magnetici ordinari riguardano principalmente lo studio in funzione del campo magnetico applicato, mentre nel caso di superconduttori riguardano sia lo studio in funzione del campo magnetico statico, sia quello in

funzione della temperatura. Nei prossimi paragrafi presenteremo alcuni metodi sperimentali per lo studio delle proprietà magnetiche dei materiali.

## 2.6 Metodi di misura delle proprietà magnetiche dei materiali ordinari

Le tecniche usate per studiare le proprietà magnetiche dei superconduttori non differiscono, in linea di principio, da quelle usate per lo studio degli ordinari materiali magnetici. Per le misure della suscettività magnetica di materiali ordinari si usano generalmente due metodi, quello di Faraday e quello di Gouy [2, 13].

Nel metodo di Faraday [2, 13] la suscettività magnetica è determinata mediante la misura, per mezzo di una microbilancia molto sensibile, della forza agente sul campione posto tra le espansioni polari di un magnete, che genera intensi campi, in una regione in cui il gradiente di  $\mathbf{H}$  è uniforme su tutto il campione. Il contributo magnetico all'energia di un campione magnetizzato è

$$U_m = \frac{1}{2} \int \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} dV. \quad (2.34)$$

Se la suscettività magnetica  $\chi$  non dipende da  $H$ , possiamo scrivere  $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$  e la (2.34) si riduce a

$$U_m = \frac{1}{2} \chi H^2 V.$$

La forza per unità di volume che agisce sul campione è data dal gradiente della densità di energia. Quindi, la componente lungo la direzione del gradiente, che indichiamo con  $x$ , della forza su un campione di volume  $V$  è data dalla seguente relazione

$$F = \frac{1}{2} \chi V \frac{dH^2}{dx} = \chi V \mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{H}}{dx}.$$

Il metodo di Faraday è molto sensibile: esso permette di misurare variazioni della suscettività magnetica dell'ordine di  $10^{-10}$ .

Nel metodo di Gouy [2, 13] la suscettività magnetica è determinata mediante la misura della forza che agisce su un lungo campione cilindrico, appeso ad una bilancia sensibile, in un intenso campo  $H$ . Un'estremità del campione è posta in una regione dove il campo è massimo, l'altra estremità in una regione dove il campo è trascurabile. In queste condizioni, la forza totale esercitata su un campione di sezione  $A$  è

$$F = \frac{1}{2} \chi A H^2 .$$

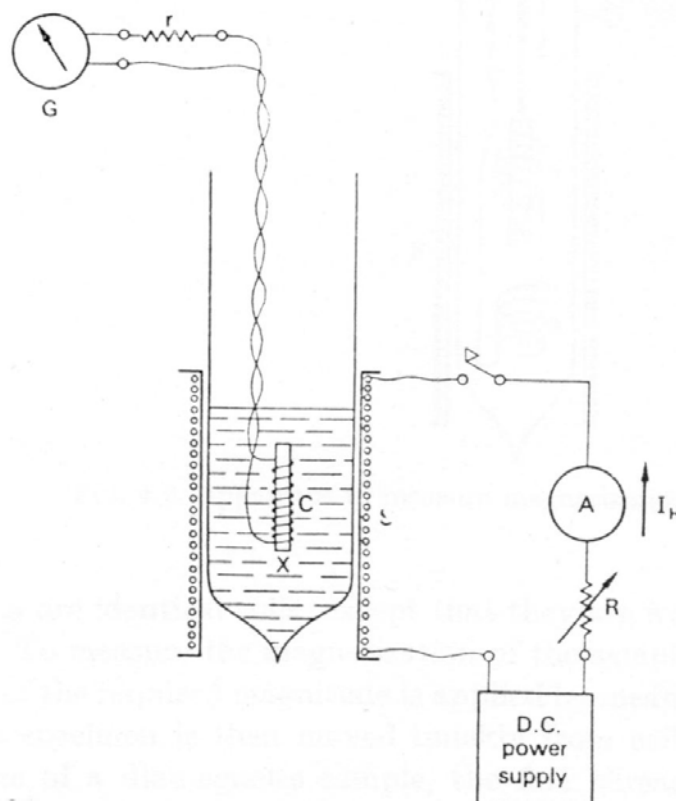
Con campi da  $1 \div 10$  kOe si possono ottenere forze dell'ordine dei milligrammi, che possono essere facilmente misurate con una bilancia da laboratorio.

## 2.7 Metodi di misura delle proprietà magnetiche dei superconduttori

I metodi di misura della suscettività magnetica dei materiali superconduttivi si dividono in due classi: quelli che misurano la densità di flusso  $\mathbf{B}$  nel campione e quelli che misurano la magnetizzazione  $\mathbf{M}$  del campione. Sebbene entrambi i metodi diano informazioni complete sulle proprietà magnetiche del campione, può essere conveniente usare l'uno o l'altro metodo di misura a seconda delle circostanze. Nei seguenti paragrafi descriveremo brevemente alcuni metodi di misura per lo studio delle proprietà magnetiche dei superconduttori.

### 2.7.1 Misura della densità di flusso

Il principio su cui si basa questo metodo consiste nel misurare il flusso magnetico nel campione quando ad esso è applicato un campo magnetico esterno [1]. Sul campione è avvolta una bobina di rivelazione costituita da alcune centinaia di spire di cavo sottile, come mostrato in figura 2.8.



**Figura 2.8** – Sistema di misura della densità di flusso [1].

Le estremità di questa bobina sono connesse ad un galvanometro posto al di fuori della regione a bassa temperatura. Un campo magnetico  $\mathbf{H}$  può essere applicato parallelamente all'asse del campione per mezzo di un solenoide. Quando viene applicato il campo magnetico, l'ago del galvanometro sarà deflesso di un angolo proporzionale alla densità di flusso magnetico concatenato con la bobina di rivelazione. Quindi, applicando campi magnetici d'intensità sempre più elevate, possiamo misurare la variazione di  $B$  al variare di  $H$ . In figura 2.9 è mostrato l'andamento della deflessione del galvanometro, e quindi di  $B$ , in funzione di  $H$ , ottenuto in un campione di tantalio [1]. Dal grafico si nota chiaramente il valore del campo magnetico critico  $H_c$ ; per campi più intensi di  $H_c$  il campione cessa di essere un perfetto diamagnete. Il vantaggio di questo metodo consiste nel fatto che le misure sono molto semplici da effettuare e non ci sono parti meccaniche in movimento nella regione a bassa

temperatura. Questo metodo permette di determinare i campi magnetici critici di campioni superconduttivi, alla temperatura del bagno termico.

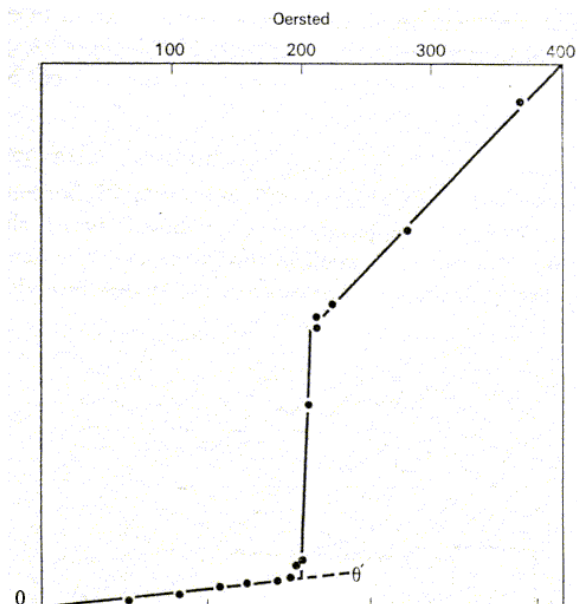


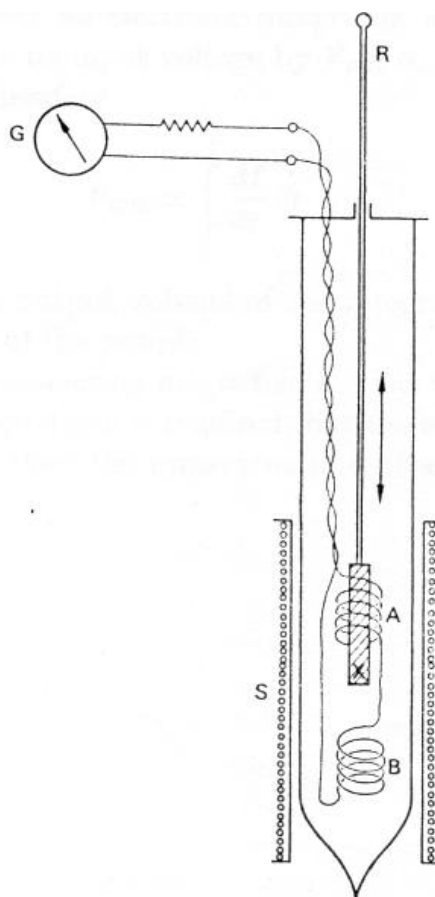
Figura 2.9 – Andamento di B in funzione di H in un campione di tantalio ( $T_c = 3.7$  K) [1].

### 2.7.2 Misura di magnetizzazione con il metodo a campione vibrante

In questo metodo, il campione viene posto all'interno di una bobina di rivelazione, collegata ad un galvanometro, e viene fatto oscillare lungo l'asse della bobina stessa, con una frequenza fissata. La deflessione dell'ago del galvanometro sarà proporzionale al flusso penetrato nel campione, che è proporzionale alla magnetizzazione [1, 20]. Uno schema dell'apparato di misura utilizzato per questo metodo è illustrato in figura 2.10. Il campione è montato all'estremità di una bacchetta scorrevole, che può essere messa in oscillazione tra le due bobine; le bobine A e B sono identiche, ma sono avvolte in senso contrario. Per misurare la magnetizzazione del campione, viene applicato un campo magnetico statico, per mezzo del solenoide S, e il campione viene fatto oscillare tra la bobina A e la bobina B. Nel caso di campioni diamagnetici, il flusso attraverso la bobina A aumenterà e il flusso attraverso la bobina B diminuirà, quando il campione si sposta da A a B. Poiché le due bobine sono avvolte



in senso contrario e connesse in serie, le f.e.m. indotte si sommeranno e l'ago del galvanometro oscillerà alla stessa frequenza a cui oscilla il campione; l'ampiezza delle oscillazioni sarà proporzionale alla magnetizzazione del campione. Effettuando le misure all'aumentare del campo applicato, possiamo costruire un grafico della magnetizzazione del campione in funzione dell'intensità del campo magnetico. Mantenendo un campo magnetico DC ad una intensità fissata e variando la temperatura, si può misurare l'andamento della magnetizzazione DC con la temperatura e, da questa, ottenere informazioni sui campi critici e la temperatura di transizione del campione superconduttivo.



**Figura 2.10** – Sistema di misura a campione vibrante [1].

Questo metodo ha il seguente vantaggio. Poiché le bobine A e B sono avvolte in direzioni opposte, eventuali f.e.m. dovute a fluttuazioni indesiderate del campo magnetico

applicato si annullano a vicenda senza influenzare il risultato delle misure. Tuttavia, esso presenta alcune limitazioni: non si possono effettuare misure in assenza di campo e l'apparato è di difficile realizzazione, a causa della presenza di parti meccaniche in movimento nella regione a bassa temperatura.

### 2.7.3 Metodo integrativo

In questo metodo, illustrato in figura 2.11, detto metodo integrativo, si usano due bobine identiche A e B avvolte in senso opposto e collegate in serie, con il campione posto in una delle due bobine [1]. La corrente che alimenta il solenoide S viene gradualmente aumentata, in modo tale da applicare al campione, posto all'interno di una delle bobine di rivelazione, un campo magnetico crescente. Nelle due bobine si svilupperà una f.e.m. proporzionale alla velocità con cui cambia il flusso magnetico concatenato con le bobine stesse.

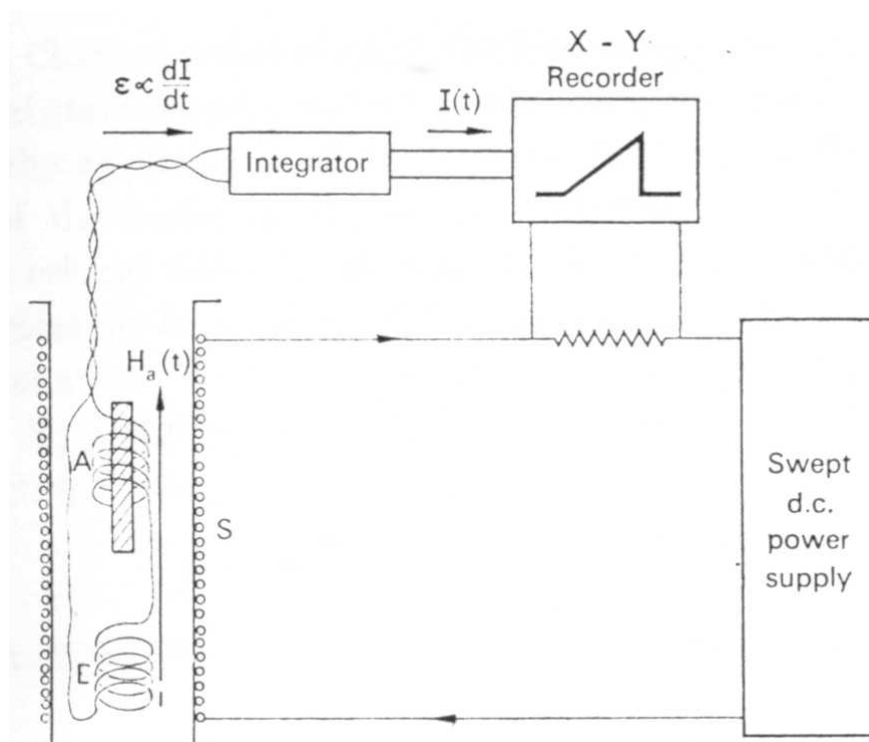


Figura 2.11 – Apparato per le misure della magnetizzazione con il metodo integrativo [1].

Poiché una bobina contiene il campione e l'altra è vuota, la f.e.m. netta ai capi delle due bobine sarà proporzionale alla velocità di variazione della magnetizzazione del campione:

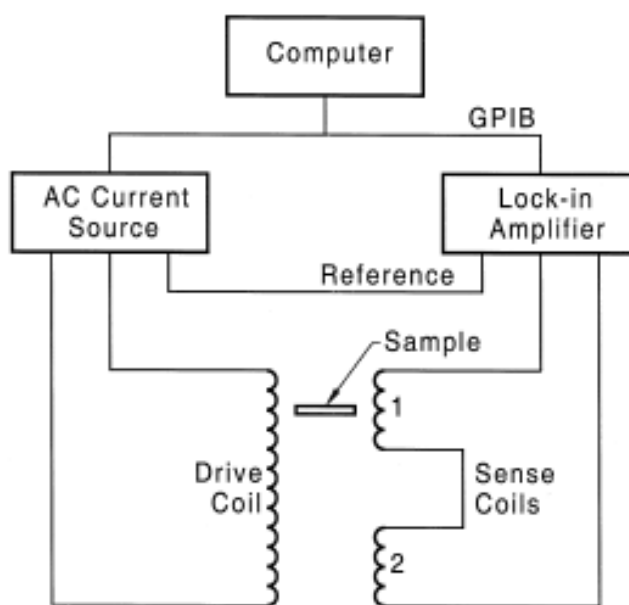
$$\varepsilon = \varepsilon_A - \varepsilon_B = \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} \propto \frac{d(H_0 + 4\pi M)}{dt} - \frac{dH_0}{dt} \propto \frac{dM}{dt}. \quad (2.35)$$

Questa f.e.m. è mandata in ingresso a un circuito integratore; l'uscita dell'integratore sarà proporzionale all'integrale della f.e.m. (2.35), e quindi alla magnetizzazione. Questo metodo di misura della magnetizzazione ha il vantaggio che non è necessario nessun movimento del campione, tuttavia l'apparato è più complicato, dal punto di vista elettronico, di quelli descritti precedentemente.

#### 2.7.4 Misure di suscettività AC con il metodo delle bobine accoppiate

Finora abbiamo descritto apparati sperimentali che permettono di misurare la suscettività magnetica DC; la maggior parte di essi è particolarmente indicata per determinare i campi magnetici critici  $H_{c1}$  e  $H_{c2}$ . Per misurare la temperatura critica anche in assenza di campo magnetico statico, bisogna rivelare la variazione della magnetizzazione o della suscettività al variare della temperatura. Un apparato sperimentale che si presta a questo scopo consiste in un suscettometro AC basato sul cosiddetto *metodo delle bobine accoppiate*. Il suscettometro si compone di una bobina primaria e due bobine secondarie. Le bobine secondarie sono identiche, avvolte sullo stesso supporto l'una in senso contrario all'altra, e collegate in serie; esse costituiscono le bobine di *rivelazione*. La bobina primaria è avvolta sulle due bobine secondarie e costituisce la bobina di *eccitazione*. La bobina primaria è alimentata da un generatore di corrente alternata, che genera un campo magnetico AC. Le bobine secondarie sono collegate ad un amplificatore Lock-In, che consente di misurare l'ampiezza e la fase del segnale. Il campione viene posto all'interno di una delle due bobine secondarie. In assenza di campione si ha un segnale nullo ai capi delle bobine di rivelazione. L'amplificatore Lock-In agisce come un filtro passa-banda, con una larghezza di banda molto

piccola, che elimina il rumore e fa passare il segnale da misurare. La frequenza del segnale da misurare, e quindi la banda del filtro, sono determinate dalla frequenza di un segnale di riferimento, che deve essere fornito all'amplificatore insieme al segnale da misurare. Lo schema di un suscettometro AC è riportato in figura 2.12 [21, 22].



**Figura 2.12** – Schema a blocchi di un suscettometro AC basato sul metodo a bobine accoppiate [22].

Se inseriamo un campione superconduttivo in una delle due bobine secondarie e lo raffreddiamo al di sotto della sua temperatura critica, il campo magnetico AC inizialmente presente viene espulso dalle correnti di schermaggio superconduttive. Questa variazione del campo comporta una notevole variazione dell'induttanza della bobina che contiene il campione; conseguentemente, è presente una tensione ai capi delle due bobine secondarie. Questa tensione, attraverso l'amplificatore, viene evidenziata in una componente fuori fase e in una piccola componente in fase rispetto alla corrente del generatore, che è presa come segnale di riferimento. La componente in fase è proporzionale a  $\chi''$  e la componente fuori fase è proporzionale a  $\chi'$ .

Questo apparato di misura consente di misurare la suscettività AC in funzione della temperatura a campo statico nullo. Mantenendo fissa la temperatura e sottoponendo l'intero sistema di bobine ad un campo magnetico esterno, si può misurare anche la dipendenza di  $\chi_{AC}$  dal campo magnetico statico.

Nel capitolo successivo avremo modo di discutere in dettaglio le caratteristiche e le potenzialità di questo tipo di suscettometro, in quanto il suscettometro da noi realizzato si basa proprio su questo metodo di misura.

## Capitolo 3

### Realizzazione del suscettometro

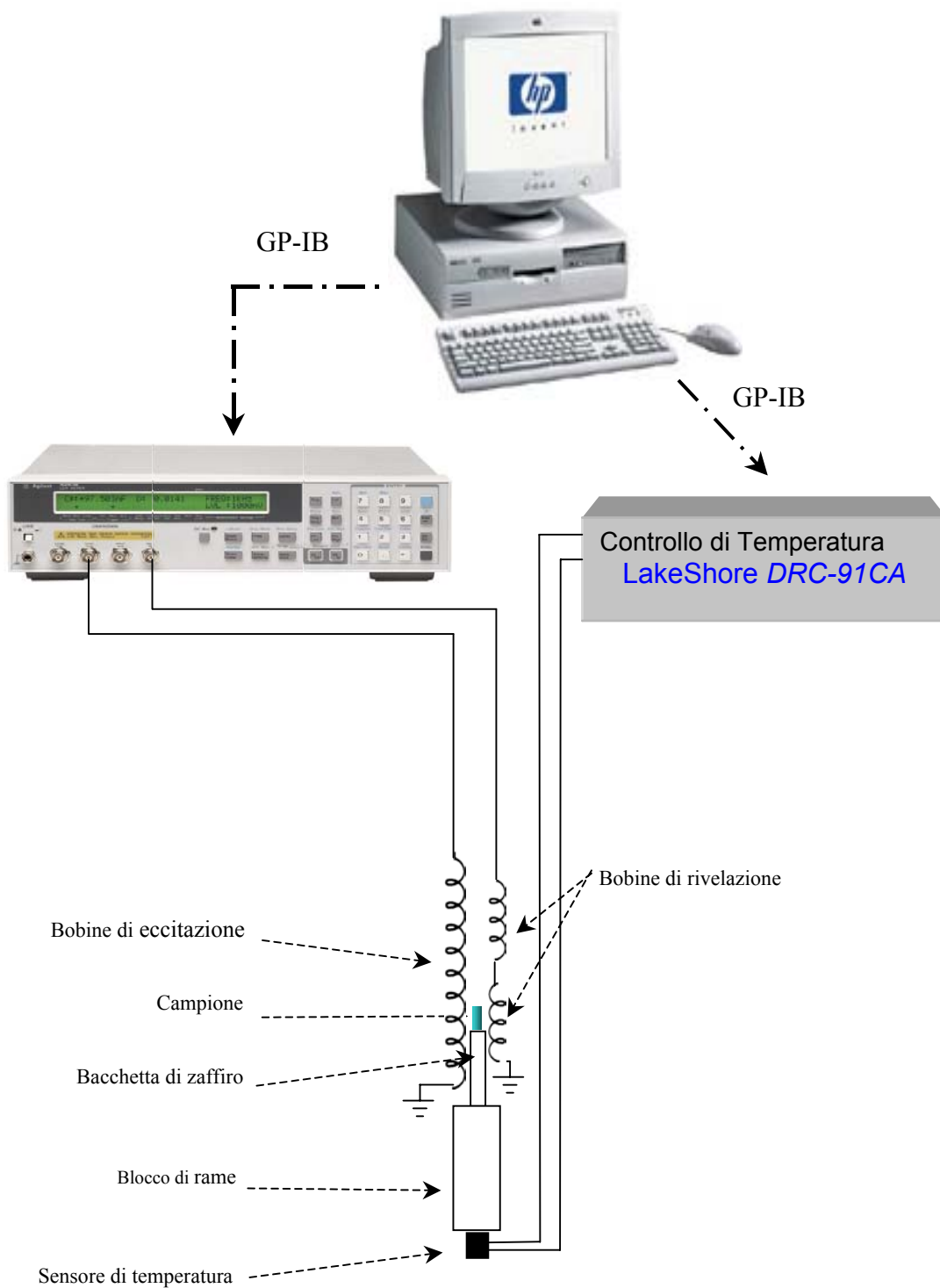
<b>3.1</b>	<b>Introduzione .....</b>	<b>58</b>
<b>3.2</b>	<b>Descrizione del nostro apparato sperimentale.....</b>	<b>58</b>
3.2.1	Sistema di eccitazione e rivelazione.....	60
3.2.2	Sistema di misura e controllo della temperatura .....	62
3.2.3	Acquisizione automatica dei dati.....	66
<b>3.3</b>	<b>Misure della suscettività magnetica di campioni superconduttivi.....</b>	<b>66</b>

### 3.1 Introduzione

Nel capitolo precedente abbiamo discusso le proprietà magnetiche dei superconduttori e alcune tecniche sperimentali per la determinazione delle principali grandezze caratteristiche. Abbiamo visto come le misure della suscettività magnetica AC dei superconduttori permettono da un lato di caratterizzare i campioni superconduttivi, determinando la temperatura critica, i campi magnetici critici e la larghezza della transizione, e dall'altro di misurare la dipendenza dalla temperatura della profondità di penetrazione del campo  $\lambda(T)$ , che dà informazioni sui meccanismi responsabili della formazione dello stato superconduttivo. In questo capitolo descriveremo il suscettometro che abbiamo realizzato e presenteremo alcuni risultati di suscettività che abbiamo ottenuto in diversi campioni superconduttivi. Mostreremo che l'apparato sperimentale realizzato funziona correttamente in ampi intervalli di temperature e frequenze e metteremo in luce le sue potenzialità.

### 3.2 Descrizione del nostro apparato sperimentale

L'apparato sperimentale da noi realizzato per le misure della suscettività magnetica AC di campioni superconduttivi è basato sul metodo delle bobine accoppiate, che abbiamo discusso nel paragrafo 2.7.4. L'apparato da noi realizzato differisce da quello descritto nel paragrafo 2.7.4 per aver utilizzato un misuratore d'impedenza (LCR-Meter) invece dell'amplificatore Lock-In. Lo schema a blocchi del suscettometro è riportato in figura 3.1. Si possono distinguere due sistemi: il sistema di eccitazione e rivelazione del segnale ed il sistema di misura e controllo della temperatura del campione. Un personal computer permette di controllare gli strumenti in modalità remota e di acquisire automaticamente i dati.

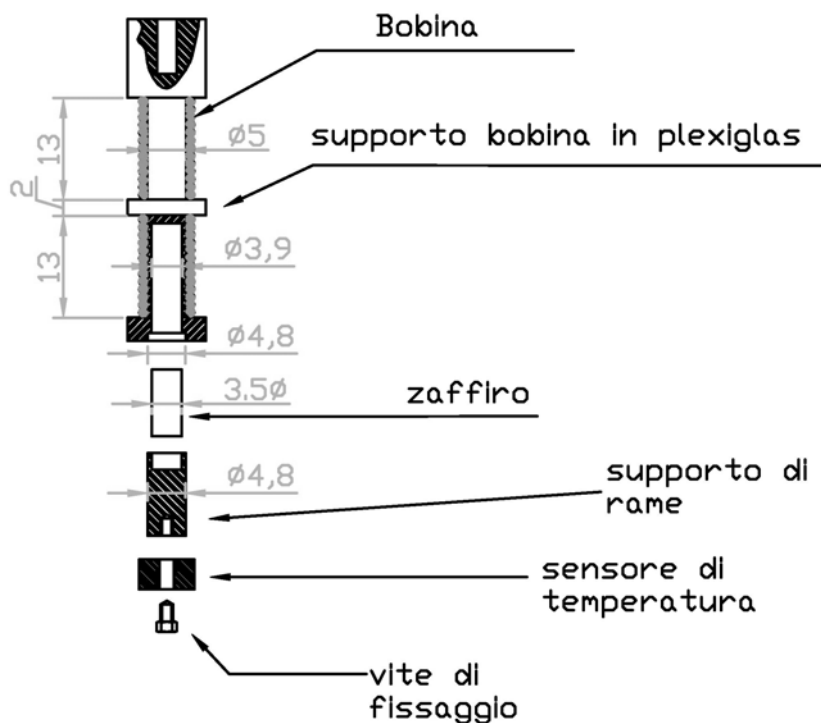


**Figura 3.1** – Schema a blocchi dell'apparato sperimentale per le misure di suscettività AC.



### 3.2.1 Sistema di eccitazione e rivelazione

La parte importante dell'apparato è costituita da una bobina primaria e da due bobine secondarie. La bobina primaria è formata da circa 70 spire avvolte su un supporto di plexiglas di diametro 5 mm; la bobina così costruita raggiunge la lunghezza di circa 12 mm; essa ha una induttanza di circa  $9 \mu\text{H}$  ed una resistenza di circa  $3.7 \Omega$ . All'interno della bobina primaria si trovano le due bobine secondarie, avvolte sullo stesso supporto della bobina primaria; tutte le bobine sono, quindi, coassiali. Le due bobine interne sono avvolte l'una in senso contrario all'altra e collegate in serie. Esse sono costituite da 35 spire ciascuna e raggiungono una lunghezza uguale a quella della bobina esterna; esse hanno una induttanza totale di circa  $7.8 \mu\text{H}$  ed una resistenza totale di circa  $3.5 \Omega$ . Tutte le bobine sono state realizzate con lo stesso filo di rame, di spessore 0.2 mm. In figura 3.2 è riportato il dettaglio della parte relativa alle bobine.

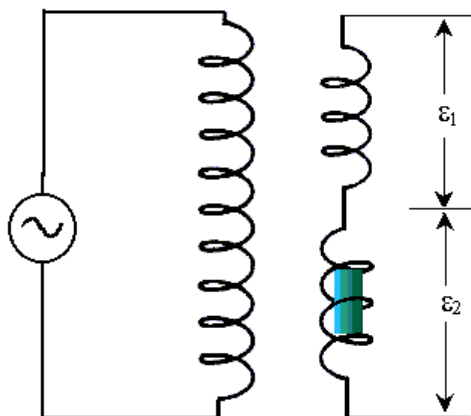


**Figura 3.2** – Disegno del supporto e delle parti meccaniche del sistema di bobine (dimensioni in mm).

Le bobine sono collegate al LCR-Meter HP4263B. Questo strumento alimenta la bobina primaria di eccitazione con una corrente alternata di frequenza variabile da 100 Hz a 100 kHz. La corrente che alimenta la bobina primaria risulta essere compresa tra circa 1 mA a circa 35 mA; ad essa corrisponde un'intensità del campo magnetico che va da 0.1 G a 2 G circa. Il campo AC nella bobina primaria induce nelle bobine secondarie una f.e.m. Quando non è presente alcun campione, nelle due bobine viene indotta una f.e.m. uguale e contraria; in questo modo, la f.e.m. totale ai capi della serie delle due bobine secondarie è nulla. Quando all'interno di una delle due bobine secondarie vi è un campione magnetico, si indurrà nelle due bobine una differente f.e.m. e la loro somma sarà diversa da zero. Se chiamiamo  $\varepsilon_1$  la f.e.m. della bobina vuota e  $\varepsilon_2$  la f.e.m. della bobina che contiene il campione, vedi figura 3.3, si ha

$$\varepsilon = |\varepsilon_1| - |\varepsilon_2| = \frac{d}{dt}\Phi_1(B) - \frac{d}{dt}\Phi_2(B) = AN \frac{d}{dt}B_1 - AN \frac{d}{dt}B_2 = AN \frac{d}{dt}(B_1 - B_2). \quad (3.1)$$

dove A è l'area della sezione delle bobine ed N è il numero di spire di ciascuna bobina.



**Figura 3.3** – Schema elettrico della bobina di eccitazione e di rivelazione.

Nella bobina senza campione  $B_1 = H$ , mentre nella bobina con il campione  $B_2 = H + 4\pi M$ .

Sostituendo queste espressioni nella (3.1), otteniamo la seguente relazione

$$\varepsilon = AN4\pi \frac{d}{dt} M(t). \quad (3.2)$$

Dalla (3.2) si vede che la f.e.m. che si rivela è proporzionale alla derivata temporale della magnetizzazione del campione.

Il LCR-Meter usato nel nostro apparato permette di effettuare misure di impedenza misurando una tensione e una corrente [23]. In appendice A è riportata una descrizione più dettagliata del LCR-Meter. Lo strumento è collegato alle bobine in modo tale che la tensione misurata corrisponda alla tensione ai capi delle bobine secondarie (di rivelazione), mentre la corrente misurata corrisponde alla corrente che circola nella bobina primaria (di eccitazione). In queste condizioni, l'impedenza misurata dallo strumento è proporzionale alla f.e.m. ai capi delle due bobine secondarie, data dalla (3.2). Pertanto, possiamo scrivere

$$Z = R + iX \propto \frac{d}{dt} M(t). \quad (3.3)$$

Come abbiamo visto nel capitolo precedente, la magnetizzazione è legata al campo magnetico dalla relazione  $M(t) = \chi H(t)$ . Considerando il caso generico in cui la suscettività AC può essere una grandezza complessa, con una parte reale e una immaginaria,  $\chi = \chi' - i\chi''$ , e considerando  $H(t) = H e^{i\omega t}$ , otteniamo

$$Z = R + iX \propto \frac{d}{dt} \chi H(t) = i\omega(\chi' - i\chi'') = \omega\chi'' + i\omega\chi'. \quad (3.4)$$

La parte reale  $R$  dell'impedenza misurata è proporzionale alla componente immaginaria  $\chi''$ , mentre la parte immaginaria  $X$  è proporzionale alla componente reale  $\chi'$  della suscettività magnetica.

### 3.2.2 Sistema di misura e controllo della temperatura

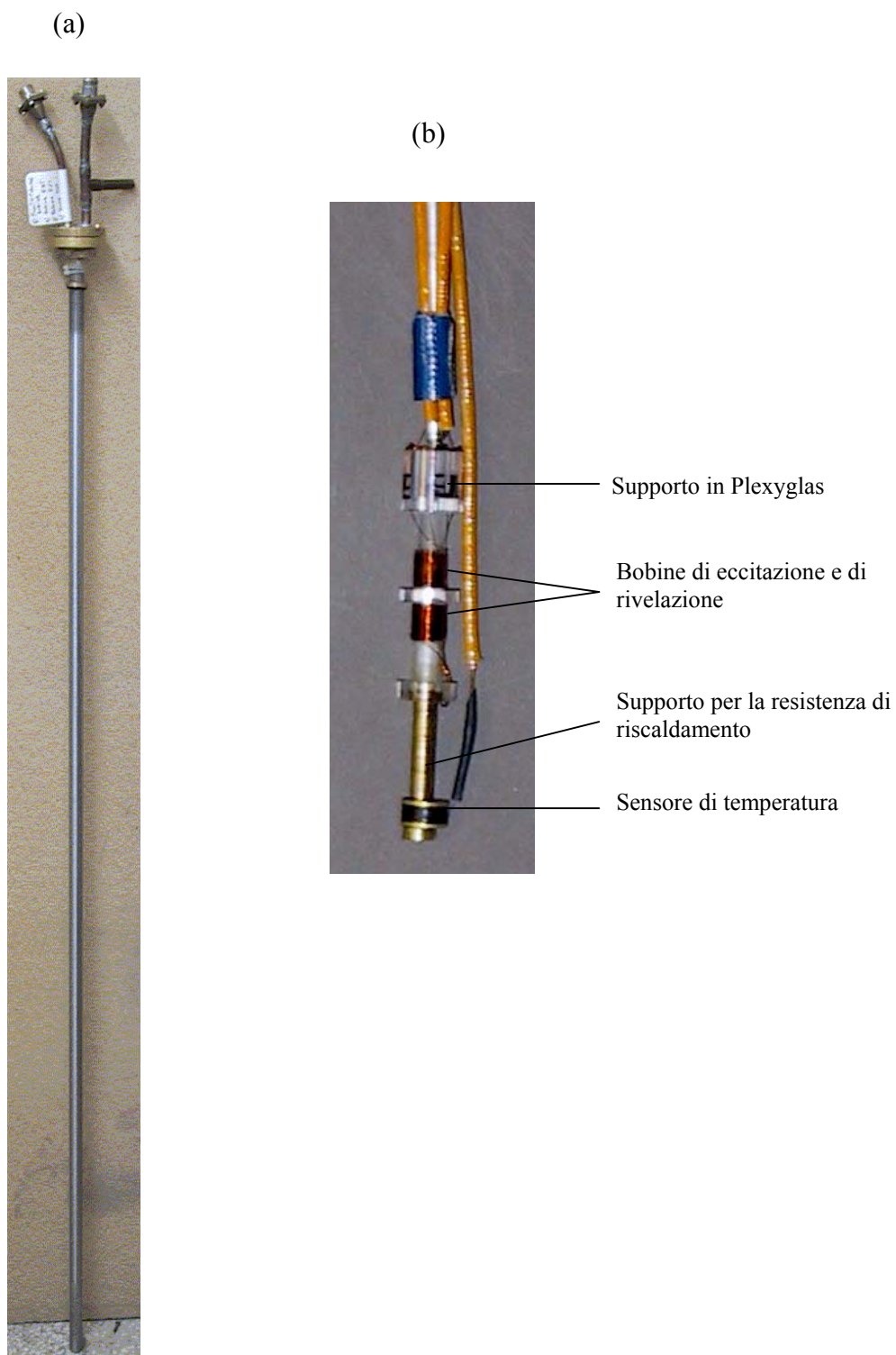
Per effettuare misure in funzione della temperatura, dobbiamo variare la temperatura del campione e nello stesso tempo misurarla il più accuratamente possibile. Per fare ciò,

il campione superconduttivo viene inserito all'interno di una delle due bobine secondarie, che nel nostro apparato corrisponde alla bobina inferiore per una questione di comodità. Poiché lo zaffiro è un ottimo conduttore termico, al fine di avere un buon contatto termico con l'ambiente, il campione è posto su una bacchetta di zaffiro. Inoltre, in questo modo non s'introducono all'interno della bobina elementi metallici che potrebbero alterare le misure. L'estremità opposta della bacchetta di zaffiro è posta in contatto con un supporto di rame che viene ancorato al supporto di plexiglas, all'esterno delle bobine. Questo supporto di rame è necessario per alloggiare il sensore di temperatura e una eventuale resistenza elettrica di riscaldamento, che può essere usata per termalizzare il campione.

Il blocco che contiene le bobine è inserito all'interno di un tubo di acciaio inox, di diametro 16 mm e lunghezza circa 1 m. L'estremità inferiore del tubo è chiusa, mentre all'estremità superiore vi è una chiusura ermetica removibile, tramite la quale è possibile inserire il campione oppure apportare eventuali modifiche al blocco delle bobine. All'interno del tubo viene creata un'atmosfera di elio per evitare che durante il raffreddamento si formi ghiaccio. La chiusura removibile contiene due connettori multipolari a tenuta ermetica che permettono di collegare gli strumenti con le bobine, con il sensore di temperatura e con la resistenza di riscaldamento. Il campione viene raffreddato inserendo direttamente il tubo all'interno di un dewar, che contiene elio liquido o azoto liquido a seconda della temperatura che si vuole raggiungere. La temperatura del campione viene cambiata variando manualmente la porzione di tubo immersa nel liquido refrigerante. Il dewar è chiuso con un sistema che permette di muovere agevolmente il tubo e, nello stesso tempo, garantire una chiusura ermetica che impedisca la fuoriuscita del liquido refrigerante. In figura 3.4(a) è mostrata una foto della sonda. In figura 3.4(b) è mostrata una immagine del blocco che contiene le bobine; in essa si possono notare i componenti che costituiscono la parte fondamentale del nostro apparato.

La temperatura del campione è misurata, nell'intervallo di valori  $4.2 \div 300$  K, con il controllo di temperatura LakeShore DRC-91CA, collegato con il sensore a diodo posto a contatto con il supporto di rame che sostiene lo zaffiro e quindi il campione. Per tenere insieme il campione, lo zaffiro, il blocco di rame ed il sensore, è usato come collante del grasso Apiezon, che garantisce un buon contatto termico tra i vari componenti. Il controllo di temperatura LakeShore DRC-91CA permette, pur mantenendo la sonda in un bagno freddo, di variare e stabilizzare la temperatura del campione alimentando opportunamente una resistenza di riscaldamento, che si può fissare sul supporto di rame. Questo sistema di regolazione della temperatura è necessario nel caso in cui non sia possibile muovere la sonda all'interno del dewar.

La scelta tecnica di questo apparato consente di ridurre i tempi di misura e di consumo del liquido refrigerante, in quanto non è necessario travasare il liquido dal dewar contenitore al dewar di misura. Inoltre, questo sistema ha permesso, durante la fase di costruzione e di verifica dell'apparato, di estrarre agevolmente la sonda per apportare modifiche.



**Figura 3.4** – (a) Foto della sonda; (b) particolare delle bobine del suscettometro.

### 3.2.3 Acquisizione automatica dei dati

Tutti gli strumenti sono controllati in modalità remota da un personal computer tramite l'interfaccia GP-IB IEEE-488. In appendice B è descritta brevemente questa interfaccia [24]. La comunicazione tra il computer e gli strumenti è gestita da un programma sviluppato con il linguaggio di programmazione ad oggetti HP VEE [25]. In appendice C è descritto in dettaglio il programma per il controllo degli strumenti e l'acquisizione automatica dei dati, sviluppato per effettuare le misure della parte reale ed immaginaria della suscettività magnetica in funzione della temperatura.

### 3.3 Misure della suscettività magnetica di campioni superconduttivi

Prima di effettuare le misure sui campioni, abbiamo eseguito delle prove misurando la risposta dell'apparato a bobine vuote. Affinché lo strumento funzioni correttamente, la risposta con le bobine vuote dovrebbe essere nulla o almeno indipendente dalla temperatura. Per verificare il funzionamento del suscettometro, abbiamo misurato la risposta per frequenze che vanno da 100 Hz a 100 kHz e per tensioni d'ingresso  $0.05 \div 1$  V, in un ampio range di temperature. Da queste misure è risultato che il nostro apparato sperimentale lavora abbastanza bene per temperature  $\geq 20$  K, alle tensioni più elevate e nel range di frequenze  $1 \div 100$  kHz. A frequenze più basse di 1 kHz il segnale è rumoroso, all'aumentare della frequenza il rapporto segnale/rumore aumenta; ciò è dovuto al fatto che il segnale misurato è proporzionale ad  $\omega\chi$ . Nel range di frequenze  $1 \div 100$  kHz e a temperature superiori a 20 K, la  $\chi'$  del suscettometro è circa indipendente dalla temperatura, mentre  $\chi''$  aumenta all'aumentare della temperatura. Tale dipendenza è lineare da temperatura ambiente fino a  $T \sim 20$  K, mentre a temperature ancora più basse si discosta dalla linearità. Come vedremo meglio in seguito, la dipendenza lineare di  $\chi''(T)$  può essere facilmente eliminata consentendo un'accurata analisi

dei risultati, mentre il discostamento dalla linearità limita il funzionamento del suscettometro. Abbiamo eseguito varie prove, in diverse condizioni, cambiando perfino il numero di spire delle bobine, ma non siamo riusciti ad eliminare tale effetto.

Nel caso in cui si voglia studiare quantitativamente la dipendenza dalla temperatura della suscettività, quest'effetto spurio può alterare la misura; tuttavia, esso risulta ininfluenza ai fini della determinazione della temperatura critica. Infatti, come abbiamo ampiamente detto, la variazione della suscettività in prossimità della transizione è molto rapida ed avviene in un range di temperature molto piccolo, in cui la variazione di  $\chi'$  e  $\chi''$  con la temperatura misurata dal suscettometro a bobine vuote è trascurabile rispetto a quella indotta dal campione. In ogni caso, la maggior parte dei superconduttori che sono sotto investigazione ai giorni nostri hanno temperature critiche superiori ai 20 K.

Il suscettometro è più sensibile se la tensione d'ingresso è più elevata; tuttavia, è preferibile lavorare alle più basse tensioni, per evitare che il campo magnetico generato nella bobina primaria di eccitazione possa influenzare le proprietà dei campioni.

Abbiamo effettuato misure su vari campioni del superconduttore YBCO che ha una temperatura critica di circa 90 K. Questi campioni offrono la possibilità di effettuare prove usando azoto liquido come liquido refrigerante, con notevole semplificazione della procedura di raffreddamento della sonda. Inoltre, avendo a disposizione vari campioni di diversa natura, cristalli, ceramici bulk e polveri, si ha la possibilità di fare dei confronti tra i vari campioni. Qui di seguito, presenteremo e discuteremo i risultati più importanti, che mettono in evidenza il corretto funzionamento del suscettometro, almeno per quanto riguarda la stima della temperatura critica dei campioni investigati e la larghezza della loro transizione superconduttiva.

In figura 3.5 sono riportate le misure delle suscettività magnetica AC in un cristallo di YBCO alla frequenza di 100 kHz. Al fine di mettere in evidenza le variazioni di  $\chi''(T)$ ,

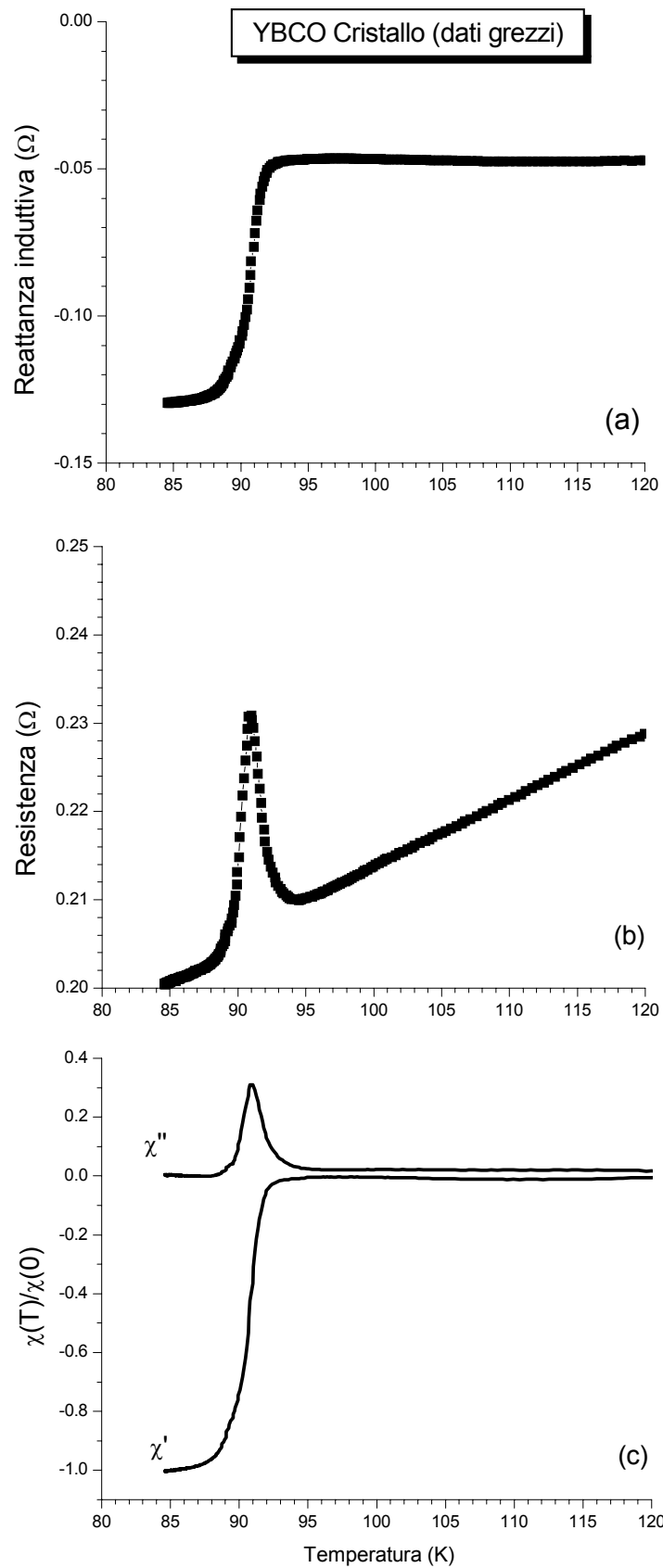


abbiamo riportato  $\chi''(T)$  in una scala più amplificata. Come si vede dalla figura, in prossimità della transizione la variazione di  $\chi'$  con la temperatura è più accentuata di quella di  $\chi''$ , in accordo con quanto detto nel capitolo 2. In figura 3.5(a) e 3.5(b) sono riportati i dati grezzi, così come sono stati acquisiti, e pertanto i valori delle ordinate non corrispondono ai valori di suscettività del campione. Nonostante ciò, le curve grezze sono facilmente analizzabili in quanto è facile apprezzare la temperatura a cui avviene la transizione; inoltre, a  $T > T_c$  la componente reale della suscettività non presenta un'evidente dipendenza dalla temperatura, come ci si aspetta. Poiché a  $T > T_c$  la  $\chi'$  dei superconduttori è nulla, possiamo sottrarre alla curva grezza il segnale presente a  $T > T_c$ , che è chiaramente dovuto al contributo intrinseco delle bobine. Inoltre, per eliminare i fattori di proporzionalità che legano la suscettività magnetica all'impedenza misurata, possiamo normalizzare le curve rispetto al valore  $\chi'(T \rightarrow 0)$ ; infatti, sappiamo che per  $T \rightarrow 0$  la parte reale della suscettività tende al valore massimo  $\chi/|\chi_0| \rightarrow -1$  (vedi paragrafo 2.4).

Per quanto riguarda i risultati relativi a  $\chi''(T)$ , è necessaria un'analisi più accurata. Osservando la figura 3.5(b) si nota, sovrapposta alla variazione in prossimità della transizione, una variazione lineare di  $\chi''(T)$ , che interessa tutto l'intervallo di temperature investigato. A  $T \ll T_c$  ci si aspetta che  $\chi''$  sia nulla; anche a  $T > T_c$  non ci si aspetta una così evidente variazione della suscettività del campione (ci potrebbe essere una piccola variazione dovuta alla dipendenza dalla temperatura della resistività del campione nello stato normale). Tuttavia, il fatto che la pendenza della curva sia la stessa sopra e sotto  $T_c$  suggerisce che questa variazione sia dovuta alla variazione della resistenza delle bobine. Questo effetto è più evidente ad alte frequenze, perché il segnale rivelato è proporzionale ad  $\omega$ . L'effetto della temperatura è invece trascurabile in  $\chi'$ ; noi pensiamo che ciò sia dovuto al fatto che  $\chi'$  è legata alla parte induttiva dell'impedenza delle bobine: poiché le due bobine secondarie sono circa le

stesse ma avvolte in senso opposto, l'induttanza delle due bobine è la stessa ma le due forze elettromotrici, la cui somma è responsabile del segnale misurato, sono opposte e l'effetto della variazione con la temperatura nelle due bobine si compensa.

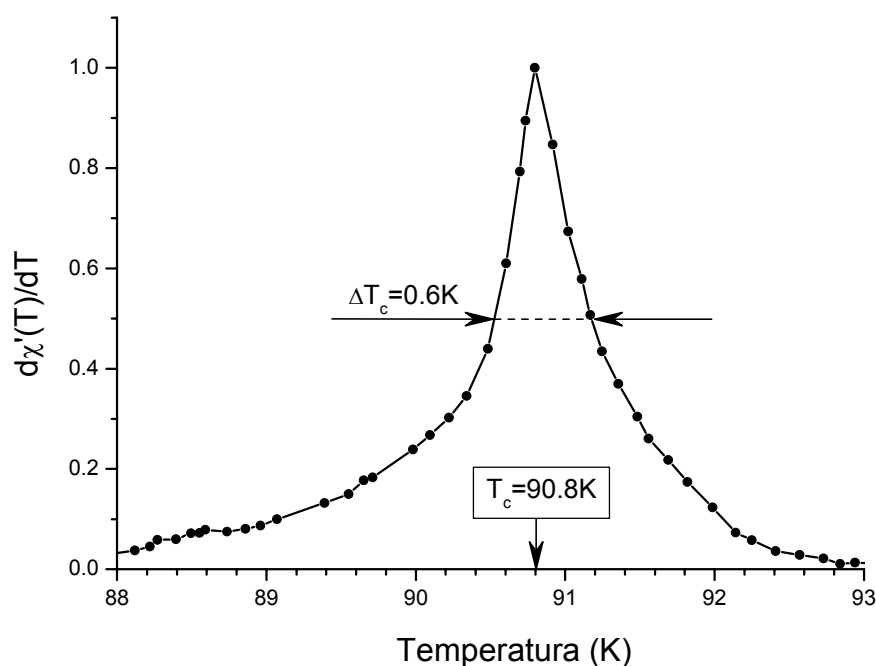
Anche nel caso in cui la risposta del suscettometro non è indipendente dalla temperatura, possiamo facilmente analizzare i risultati. In questo caso, si sottrae alla curva di  $\chi'(T)$  la retta che meglio si accorda con i dati sperimentali a  $T > T_c$ , e alla  $\chi''(T)$  la retta che meglio si accorda con i punti a  $T \ll T_c$ . Dopo questa procedura le due curve si normalizzano allo stesso valore, come abbiamo spiegato precedentemente. Nel grafico (c) di figura 3.5 sono riportate le curve di  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  ottenute dopo aver sottratto il contributo intrinseco delle bobine ed avere normalizzato le curve al valore  $\chi'(T = 84 \text{ K})$ .



**Figura 3.5** - Andamento con la temperatura della parte reale e immaginaria della suscettività AC a 100 kHz in un cristallo di YBCO. In **(a)** e **(b)** sono riportati i dati grezzi; in **(c)** sono riportate le

curve normalizzate di  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$ .

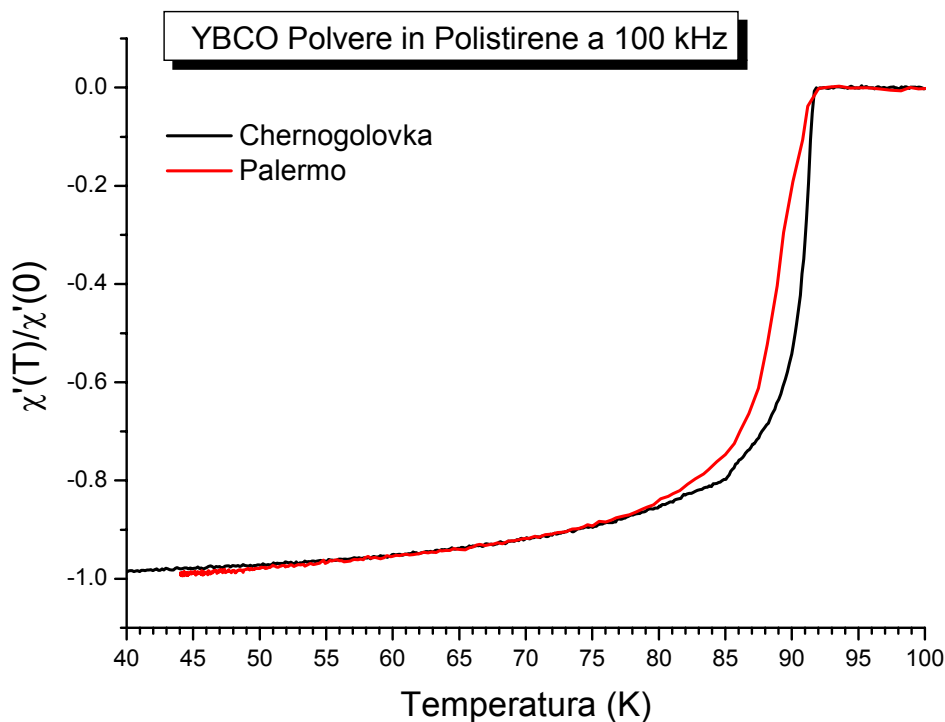
Il valore di  $T_c$  e la larghezza della transizione possono essere facilmente determinati effettuando la derivata rispetto alla temperatura della curva  $\chi'(T)$ . La curva che si ottiene presenta un picco; la posizione del massimo (oppure il valore della temperatura a cui è centrato il picco) e la larghezza del picco possono essere convenzionalmente usate per caratterizzare il campione superconduttivo [26]. In figura 3.6 riportiamo la derivata rispetto alla temperatura della curva  $\chi'(T)$  di figura 3.5(c); dalla curva risulta che il cristallo di YBCO, usato per le misure di figura 3.5, ha una temperatura critica di 90.8 K ed una transizione superconduttiva larga 0.6 K.



**Figura 3.6** – Derivata rispetto alla temperatura della curva  $\chi'(T)$  di figura 3.5(c). Dalla curva risulta che il cristallo di YBCO ha una temperatura critica di 90.8 K ed una transizione larga 0.6 K.

Per verificare il funzionamento del suscettometro da noi realizzato abbiamo misurato la suscettività magnetica di un campione di YBCO in polvere disperso in polistirene, già caratterizzato in precedenza. La suscettività magnetica a 100 kHz di una parte di questo

campione era stata precedentemente misurata presso l'ISSP di Chernogolovka (Mosca) dal Dott. D. Shovkun con un suscettometro standard a bobine accoppiate che lavora a 100 kHz. Il confronto tra i risultati delle due misure è riportato in figura 3.7. Come si vede dalla figura,



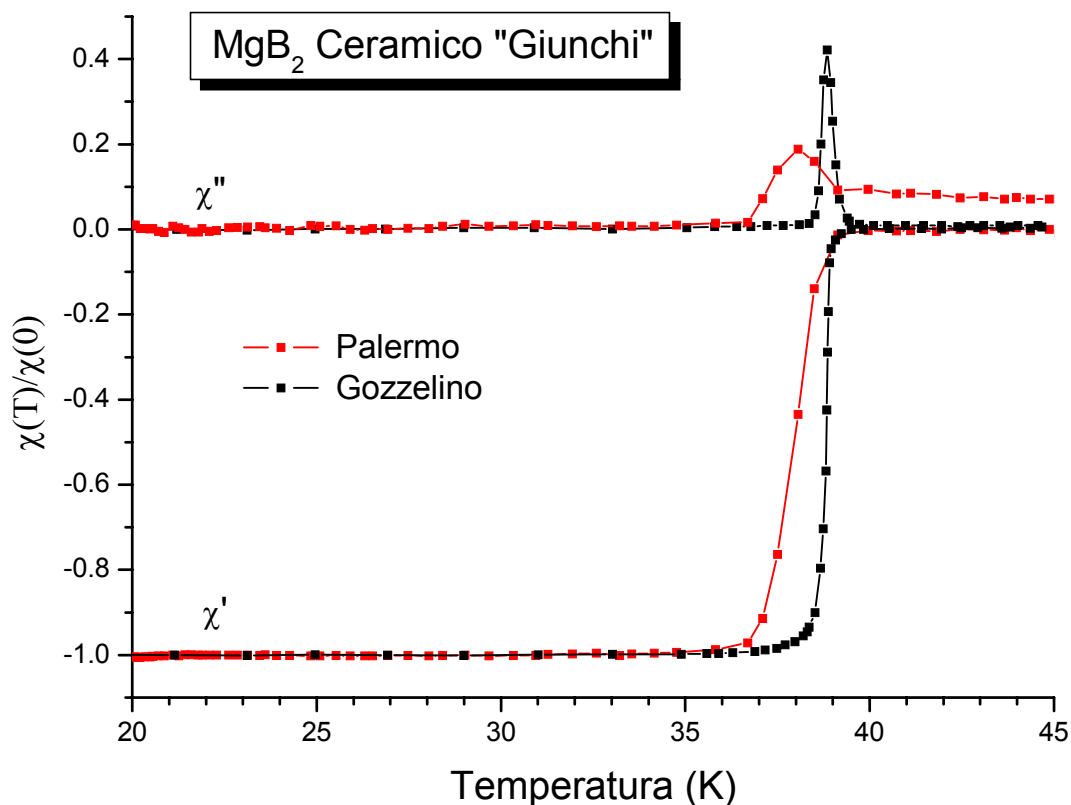
le due curve sono molto simili.

**Figura 3.7** – Andamento con la temperatura della parte reale della suscettività magnetica a 100 kHz di un campione di YBCO in polvere disperso in polistirene. Le misure descritte dalla linea nera sono state effettuate presso l'ISSP di Chernogolovka (Mosca) dal Dott. D. Shovkun con un suscettometro standard a bobine accoppiate che lavora a 100 kHz. Le misure descritte dalla linea rossa sono state effettuate con il nostro apparato.

Il leggero disaccordo in prossimità di  $T_c$  potrebbe essere attribuito al fatto che abbiamo usato un differente campione, anche se entrambi i campioni provengono dallo stesso pezzo, e/o all'effetto del campo magnetico sulla transizione superconduttiva; dobbiamo, infatti, tenere

presente che il campo magnetico generato dalla corrente nella bobina primaria del suscettometro di Chernogolovka era  $\approx 0.05$  Oe, mentre nelle condizioni in cui è stata effettuata la nostra misura il campo magnetico era  $\approx 2$  Oe. In seguito, riporteremo alcune misure in cui si può evidenziare l'influenza del campo magnetico sull'andamento con la temperatura della suscettività.

In figura 3.8 sono riportati (curve rosse) gli andamenti con la temperatura di  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  da noi ottenuti in un campione di  $MgB_2$  fornitoci dal Prof. Giunchi della EDISON di Milano. La misura è stata effettuata a 1 kHz, con un campo magnetico di circa 2 Oe. In un lavoro di Gozzelino e collaboratori, apparso recentemente in letteratura [26], sono state riportate le curve di suscettività di un campione di  $MgB_2$  prodotto dalla EDISON, che mostriamo in figura 3.8 con linee nere; queste curve sono state ottenute nelle stesse condizioni di frequenza e campo magnetico utilizzate nelle nostre misure. I due campioni mostrano transizioni superconduttive di larghezza differente; ciò può essere dovuto a una diversa omogeneità dei due campioni. Probabilmente il nostro campione è meno omogeneo; d'altra parte, poiché gli autori hanno pubblicato il lavoro per mettere in evidenza l'alta qualità dei campioni prodotti seguendo il loro metodo di preparazione, essi avranno scelto uno dei loro migliori campioni.

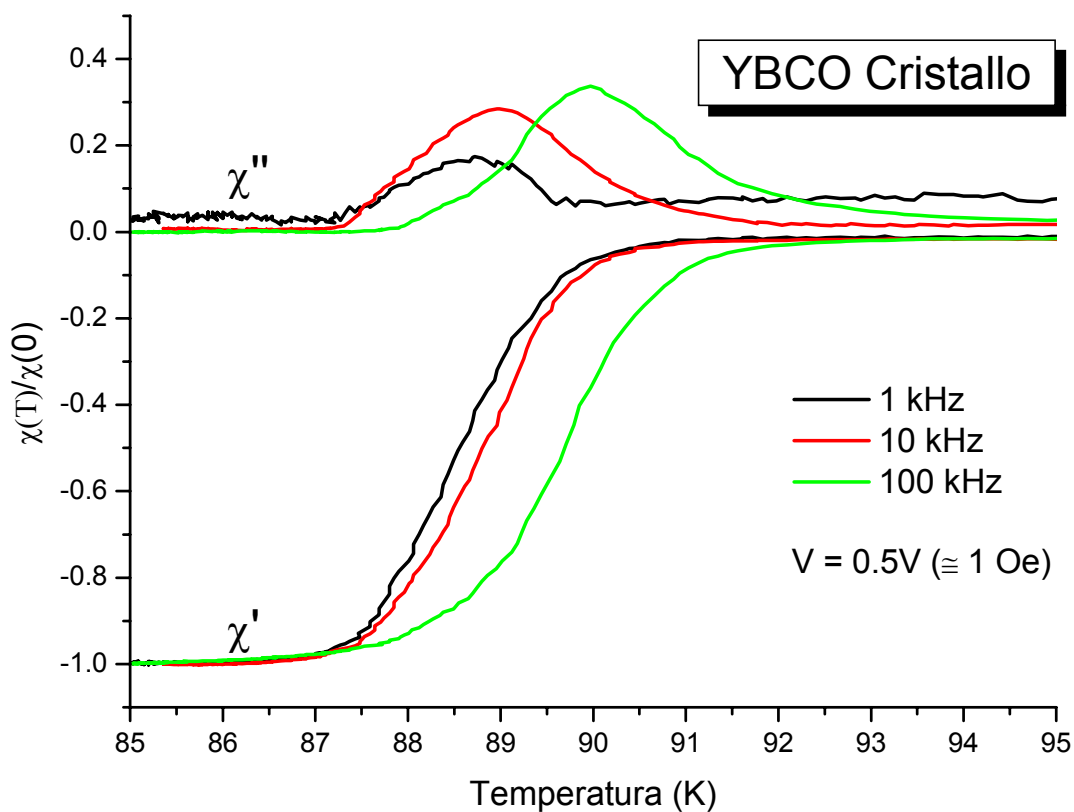


**Figura 3.8** – Andamento con la temperatura delle parti, reale ed immaginaria, della suscettività magnetica a 1 kHz di due campioni di  $\text{MgB}_2$  ceramico sintetizzati dal Dott. Giunchi dell'EDISON di Milano. Le curve nere descrivono i dati riportati in riferimento [26]; le curve rosse descrivono i dati ottenuti con il nostro suscettometro.

Risultati di suscettività AC riportati in letteratura mostrano che la posizione e la larghezza delle curve di suscettività dipendono dalla frequenza e dall'ampiezza del campo alternato generato dalla bobina primaria [19, 27 ÷ 30]. Per verificare se il nostro suscettometro è abbastanza sensibile da poter apprezzare questi effetti, abbiamo effettuato misure al variare delle condizioni sperimentali.

In figura 3.9 sono riportate le curve normalizzate di  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  per lo stesso campione di figura 3.5 a tre differenti valori della frequenza. Come si vede, all'aumentare della frequenza le curve si spostano verso temperature più alte. Noi non abbiamo indagato

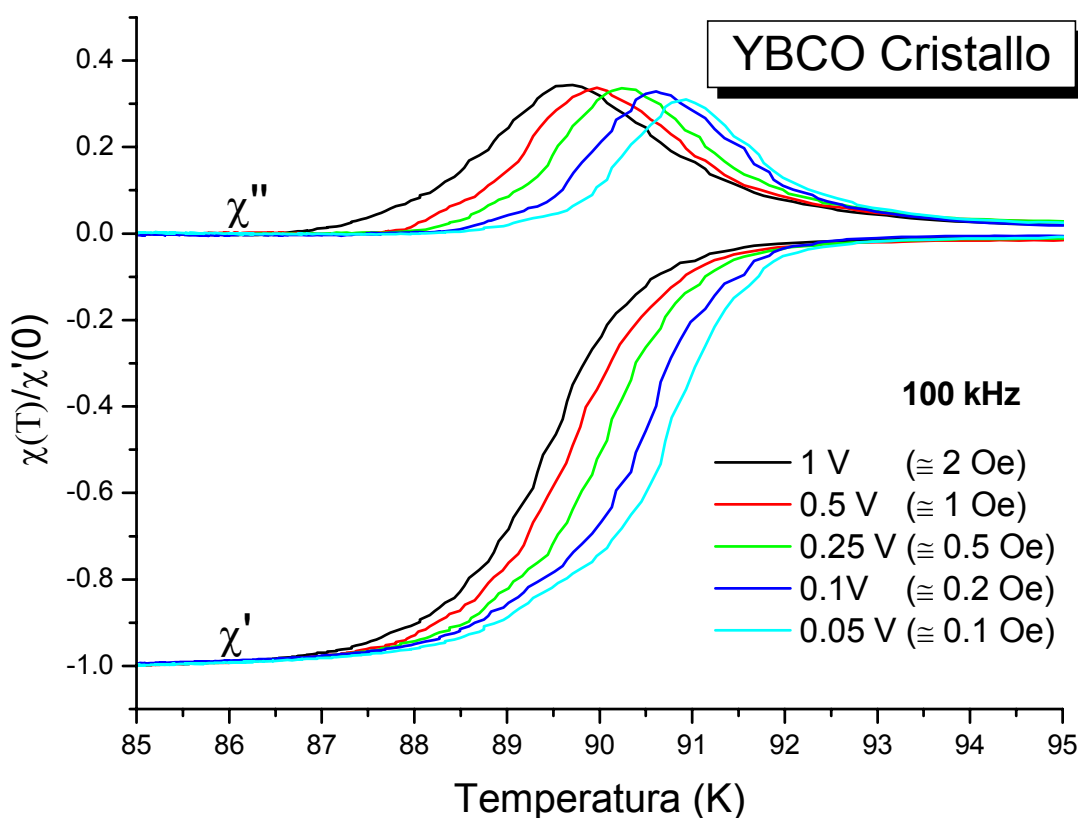
sull'origine di quest'effetto, perché ciò esula dallo scopo della tesi. Tuttavia, questi risultati sono in accordo con risultati riportati in letteratura su campioni di YBCO [27, 28].



**Figura 3.9** – Curve normalizzate di  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  a varie frequenze, alla tensione di  $0.5V$  ( $\cong 1$  Oe), ottenute nel cristallo di YBCO di figura 3.5.

In Figura 3.10 riportiamo le curve di  $\chi'(T)$  e di  $\chi''(T)$  per lo stesso campione di figura 3.5 (cristallo di YBCO) a 100 kHz, a differenti valori della tensione d'ingresso. Ricordiamo che, all'aumentare della tensione d'ingresso, nella bobina primaria si genera un campo magnetico via via sempre più intenso, che raggiunge il valore di circa 2 Oe alla tensione di 1 V.



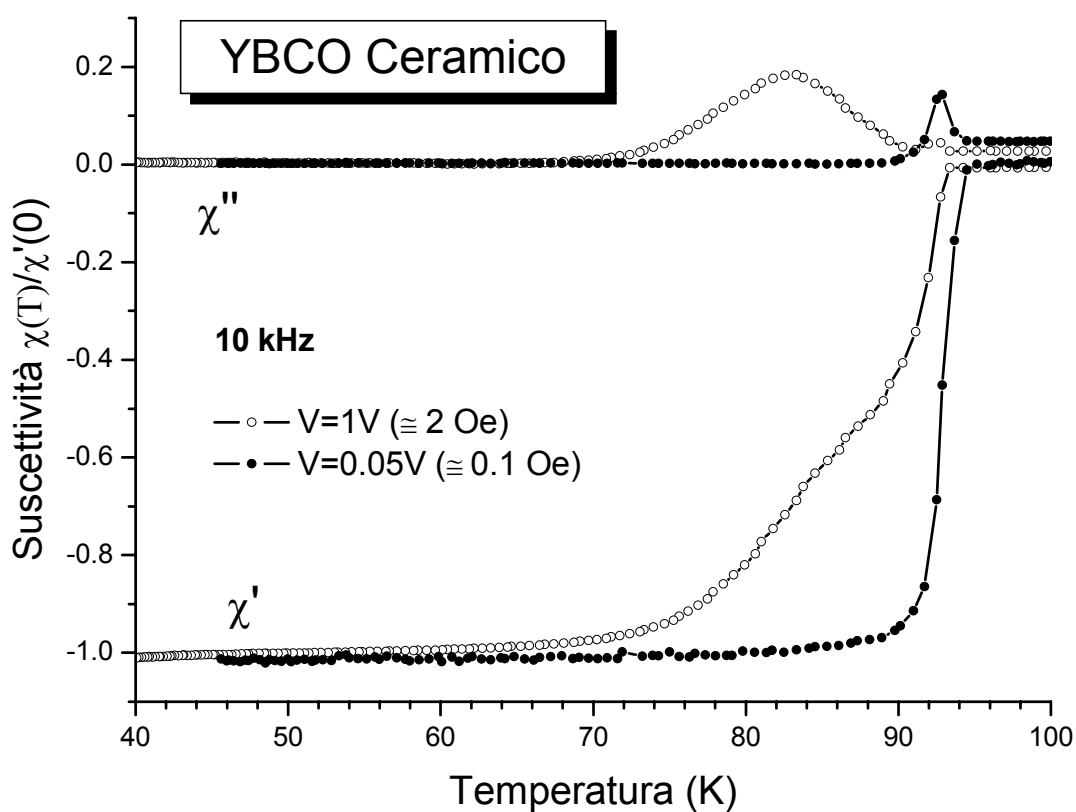


**Figura 3.10** – Curve normalizzate di  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  a varie tensioni e alla frequenza di 100 kHz, ottenute nel cristallo di YBCO di figura 3.5.

I risultati di figura 3.10 mostrano che, all'aumentare del campo magnetico a cui è sottoposto il campione, le curve si spostano verso temperature più basse. Anche questi risultati sono in accordo con dati sperimentali riportati in letteratura da vari autori [19, 29].

Un altro risultato interessante è stato ottenuto in un campione di YBCO ceramico. Riportiamo in figura 3.11 le curve di suscettività ottenute alla frequenza di 10 kHz, a due valori del campo AC. All'aumentare del campo la  $\chi'(T)$  si sposta verso temperature più basse e si distorce; nella  $\chi''(T)$ , invece, nasce un secondo picco al di sotto di  $T_c$ , molto più largo di quello osservato in prossimità della transizione superconduttiva. Facciamo notare che quest'effetto non è stato osservato nel campione di YBCO cristallino. Anche questo risultato è in accordo con risultati riportati in letteratura da vari autori in campioni di YBCO ceramico.

Questa distorsione è stata attribuita alla natura granulare dei campioni ceramici. In particolare, Gömöry [30], in accordo con altri autori [28, 31, 32], spiega questo comportamento assumendo che ci siano due contributi allo schermaggio del campo: uno, a temperatura più alta, legato allo schermaggio dei singoli grani e l'altro, a temperatura più bassa, dovuto allo schermaggio dell'intero campione, che comprende le regioni intergranulari.

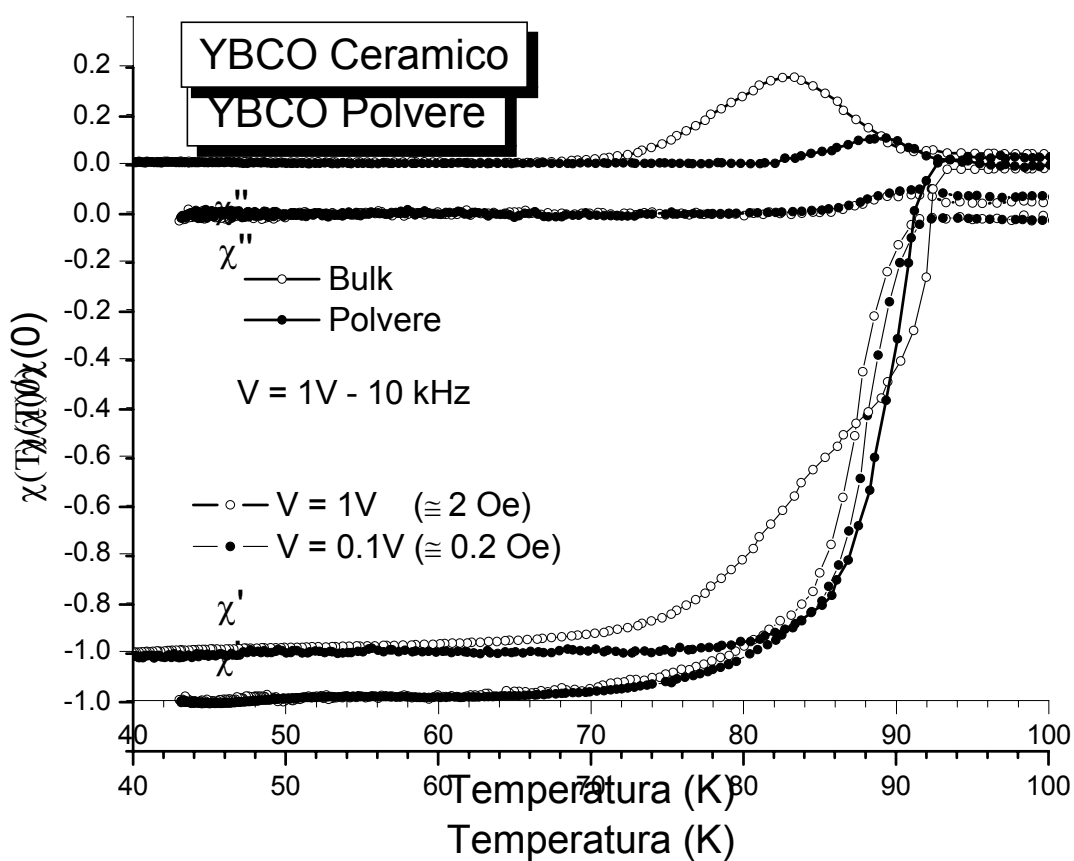


**Figura 3.11** - Suscettività in funzione della temperatura alla frequenza di 10 kHz, a due valori di campo AC, in un campione di YBCO ceramico.

Questa spiegazione è ragionevole ed è in accordo con i risultati da noi ottenuti nel cristallo di YBCO (figura 3.10); infatti, essendo questo cristallo di buona qualità, esso si comporta come un singolo grano. Un'ulteriore conferma di quest'interpretazione è stata da noi riscontrata

misurando la suscettività magnetica di un campione di YBCO ceramico in polvere, ottenuto riducendo in polvere un campione prelevato dallo stesso pezzo del campione di figura 3.11. I risultati di queste misure sono riportati in figura 3.12; essi sono stati ottenuti a 10 kHz e a due differenti valori del campo magnetico AC. In figura 3.13 riportiamo, invece, un confronto tra la suscettività misurata nel campione bulk e nel campione in polvere, alla frequenza di 10 kHz e ad una tensione di 1 V.

**Figura 3.12** -  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  a 10 kHz ottenute nel campione di YBCO ceramico ridotto in polvere.



**Figura 3.13** -  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$  a 10 kHz ottenute in YBCO ceramico.

Dalla figura 3.12 si nota che, all'aumentare del campo magnetico, nel campione in polvere la curva  $\chi'(T)$  si sposta a temperature più basse senza deformarsi e la curva  $\chi''(T)$  presenta solo un picco vicino  $T_c$ . Noi attribuiamo questo risultato al fatto che, nel campione in polvere, il contributo delle regioni intergranulari è notevolmente ridotto, perché i grani non sono connessi tra loro.

Questi ultimi risultati ottenuti al variare della frequenza e dell'ampiezza del campo di eccitazione mostrano che il suscettometro da noi realizzato è abbastanza sensibile da mettere in evidenza la dipendenza dalla frequenza e dal campo delle curve di suscettività. Pertanto, l'apparato da noi realizzato, oltre ad essere utilizzato per caratterizzare campioni superconduttivi, può essere utilizzato per fini di ricerca.

## Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato progettato e costruito un apparato sperimentale per effettuare misure di suscettività magnetica AC in campioni superconduttivi di varie forme, cristalli, bulk e polveri, in ampi intervalli di temperature e frequenze. L'apparato permette di misurare agevolmente, in modo rapido e senza eccessivo consumo di liquido refrigerante, le componenti, reale ed immaginaria, della suscettività magnetica AC in funzione della temperatura. Esso è stato realizzato utilizzando strumentazione e materiale di consumo disponibili in Dipartimento e, quindi, quasi a costo zero.

Al fine di verificare il corretto funzionamento del suscettometro, abbiamo eseguito alcune misure di suscettività magnetica in campioni superconduttivi, aventi differenti caratteristiche e forme, di cui era già noto l'andamento con la temperatura delle curve di suscettività magnetica AC. I risultati ottenuti indicano che il suscettometro funziona correttamente nel range di temperature  $20 \div 300$  K e frequenze  $1 \div 100$  kHz. L'apparato di misura realizzato può essere convenientemente usato per caratterizzare in modo semplice i materiali superconduttivi, usando le attrezzature di supporto già disponibili nel nostro laboratorio.

Il suscettometro permette di determinare la temperatura critica e di ottenere inoltre informazioni sull'omogeneità della transizione superconduttiva, cioè di potere stabilire se un campione ha una ben definita temperatura di transizione oppure se presenta una transizione allargata, che può essere conseguenza di una disomogeneità del campione. Il valore di  $T_c$  e la larghezza della transizione possono essere ottenuti derivando rispetto alla temperatura la

curva  $\chi'(T)$ . La curva che si ottiene presenta un picco; la posizione del massimo e la larghezza del picco sono convenzionalmente usate per caratterizzare il campione superconduttivo. Questo metodo di misura è particolarmente vantaggioso quando il campione non può essere caratterizzato con il metodo resistivo, cioè misurando la sua resistenza elettrica. In pratica, per misurare la resistenza del campione è necessario effettuare delle saldature sul campione stesso per collegare i cavi elettrici; quando i campioni sono di natura ceramica o in polvere è difficile, se non impossibile, realizzare i contatti elettrici.

Vari risultati riportati in questa tesi mostrano che il nostro suscettometro, oltre a permettere di caratterizzare correttamente i campioni superconduttivi, è abbastanza sensibile da mettere in evidenza le variazioni delle curve  $\chi'(T)$  e  $\chi''(T)$ , indotte da variazioni di frequenza e ampiezza dal campo magnetico di eccitazione. Esso, pertanto, offre la possibilità di studiare la risposta elettromagnetica dei superconduttori a basse frequenze. Poiché in questo Dipartimento è attiva una linea di ricerca riguardante lo studio delle proprietà a microonde di superconduttori, la tecnica di misura della suscettività può essere convenientemente usata per confrontare la risposta elettromagnetica di superconduttori in differenti range di frequenze.

Apportando piccole modifiche alle parti meccaniche, in modo tale da adattare la sonda al dewar dell'elettromagnete del laboratorio, il nostro suscettometro può essere anche usato per misurare l'andamento con la temperatura del campo critico superiore  $H_{c2}$ . Infatti, misurando la temperatura  $T_c(H)$  a cui il campione passa allo stato normale si può risalire ai valori di  $H_{c2}(T)$ .

Benché l'apparato che abbiamo realizzato permetta di effettuare agevolmente e correttamente misure di suscettività magnetica di campioni superconduttivi, alcuni miglioramenti possono essere ancora apportati. Tra questi, quelli che riteniamo essere più efficaci sono i seguenti. Per ridurre le possibili variazioni di impedenza di fondo in assenza di

campione, dovute alla variazione della temperatura del sistema, le bobine possono essere immerse completamente nel liquido refrigerante. Così facendo, il segnale dovuto allo sbilanciamento della variazione di flusso concatenato con le due bobine di eccitazione è originato solamente dal cambiamento di stato del campione. Per realizzare ciò, le bobine possono essere avvolte su un piccolo dewar capovolto; all'interno di questo viene alloggiato il campione con il termometro e una resistenza di riscaldamento, il tutto in ambiente di elio gas. Inoltre, per evitare un gradiente di temperatura tra campione e supporto, si può realizzare nella bacchetta di zaffiro, utilizzata come supporto, un foro lungo l'asse, tale da contenere il campione che si vuole investigare. Infine, l'uso di un amplificatore Lock-In al posto del LCR-Meter permetterebbe di misurare l'ampiezza e la fase di deboli segnali rumorosi, migliorando la sensibilità del suscettometro.

## Appendice A

### Descrizione del LCR-Meter HP4263B

Lo strumento LCR-Meter HP4263B permette di misurare varie grandezze [23], che riportiamo nella seguente tabella:

Grandezza primaria	Grandezza secondaria
Z	$\theta$
Y	$\theta$
R	X
G	B
$C_p$	D, Q, G, $R_p$
$C_s$	D, Q, $R_s$
$L_p$	D, Q, G, $R_p$ , $R_{dc}$
$L_s$	D, Q, G, $R_s$ , $R_{dc}$

**Tabella A.1** – Elenco delle grandezze che possono essere misurate con il LCR-Meter HP4263B.

Questo strumento ha le seguenti caratteristiche.

- Frequenze di lavoro: 100 Hz, 120 Hz, 1 kHz, 10 kHz e 100 kHz
- Intervallo di tensione: da 20 mV a 1 V con passo di 5 mV
- Precisione delle misure dello 0.1 %



- Tempo di misura di 30 ms

Il HP4263B opera nella configurazione a 4 terminali; in particolare, esso fa uso di 4 coppie di terminali per ottenere misure più accurate. Le 4 coppie di terminali sono costituiti da 4 cavi coassiali i cui terminali interni, denominati *terminali principali*, sono identificati come

- $H_{\text{cur}}$  – high current
- $H_{\text{pot}}$  – high potential
- $L_{\text{pot}}$  – low potential
- $L_{\text{cur}}$  – low current

I conduttori esterni dei 4 cavi coassiali, invece, hanno la funzione di schermo, per ridurre gli errori dovuti alla auto e mutua induttanza dei terminali di misura. La configurazione a 4 terminali offre, quindi, il vantaggio di poter effettuare misure accurate sia di basse sia di alte impedenze.

Lo strumento è munito di un porta GP-IB tramite la quale può essere interfacciato direttamente ad un computer. Pertanto, è possibile comandare lo strumento in modalità remota e acquisire automaticamente i dati sperimentali.

Le misure di suscettività sono effettuate collegando il LCR-Meter al nostro sistema di bobine nel seguente modo. La bobina primaria viene alimentata da un generatore di corrente, interno allo strumento, collegandola ai terminali  $H_{\text{curr}}$  ed  $L_{\text{curr}}$ . Le due bobine secondarie sono collegate, invece, ai terminali  $H_{\text{pot}}$  ed  $L_{\text{pot}}$ . Lo strumento misura la parte reale,  $R$ , e la parte immaginaria,  $X$ , dell'impedenza,  $Z$ , del sistema.

## Appendice B

### Interfaccia GP-IB

Le linee di comunicazione standard, o i cosiddetti *bus di comunicazione standard*, sono stati sviluppati per facilitare il collegamento tra microprocessori e tra microprocessore e periferiche. I bus possono essere di tipo *seriale* o *parallelo*. I primi sono principalmente impiegati nelle connessioni tra sistemi distanti e nelle connessioni tra microprocessore e periferiche che richiedono una forma seriale dei dati. I bus di tipo parallelo sono impiegati generalmente nelle connessioni tra microprocessori, poiché hanno il vantaggio di consentire elevate velocità di trasmissione.

Agli inizi degli anni 70 la Hewlett-Packard ha progettato un bus parallelo di comunicazione tra strumenti, che è stato successivamente adottato nel 1975 dalla IEEE come standard di comunicazione tra strumenti. Questa interfaccia viene detta *general purpose interface bus* GP-IB o HP-IB ed è nota come standard IEEE 488 - 1975. L'interfaccia è stata sviluppata per fornire un mezzo per comunicare tra strumenti sotto la direzione di un *controller*, di solito un personal computer [24].

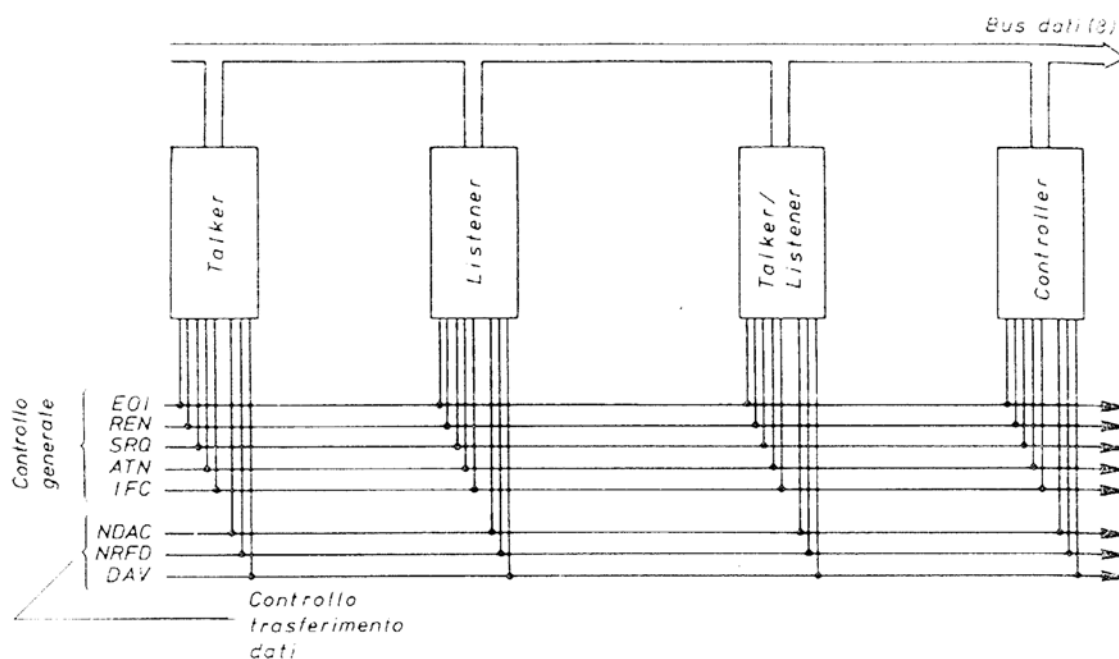
Le specifiche GP-IB permettono di interfacciare fino a 15 strumenti contemporaneamente. Il controller stabilisce quale strumento deve essere *talker* o *listener*, cioè chi può inviare o ricevere i dati, rispettivamente. Ciascuno strumento collegato al bus deve avere un unico indirizzo di identificazione, che può essere un numero intero compreso tra 0 e 30. La lunghezza massima della rete di strumenti è limitata a 20 metri, sufficienti per collegare tutti gli strumenti di un ordinario laboratorio di ricerca. Gli strumenti possono essere

collegati tra loro nella configurazione a stella, nella configurazione a catena, oppure in una configurazione mista.

Dal punto di vista elettrico, il bus GP-IB si compone di

- 8 linee bidirezionali di trasferimento dati
- 5 linee di controllo generale
- 3 linee di controllo trasferimento dati

Le otto linee di trasferimento dati costituiscono il bus dati; essi, oltre a trasferire i dati, trasferiscono indirizzi e comandi agli strumenti. In figura B.1 è riportato uno schema del bus GP-IB IEEE-488.



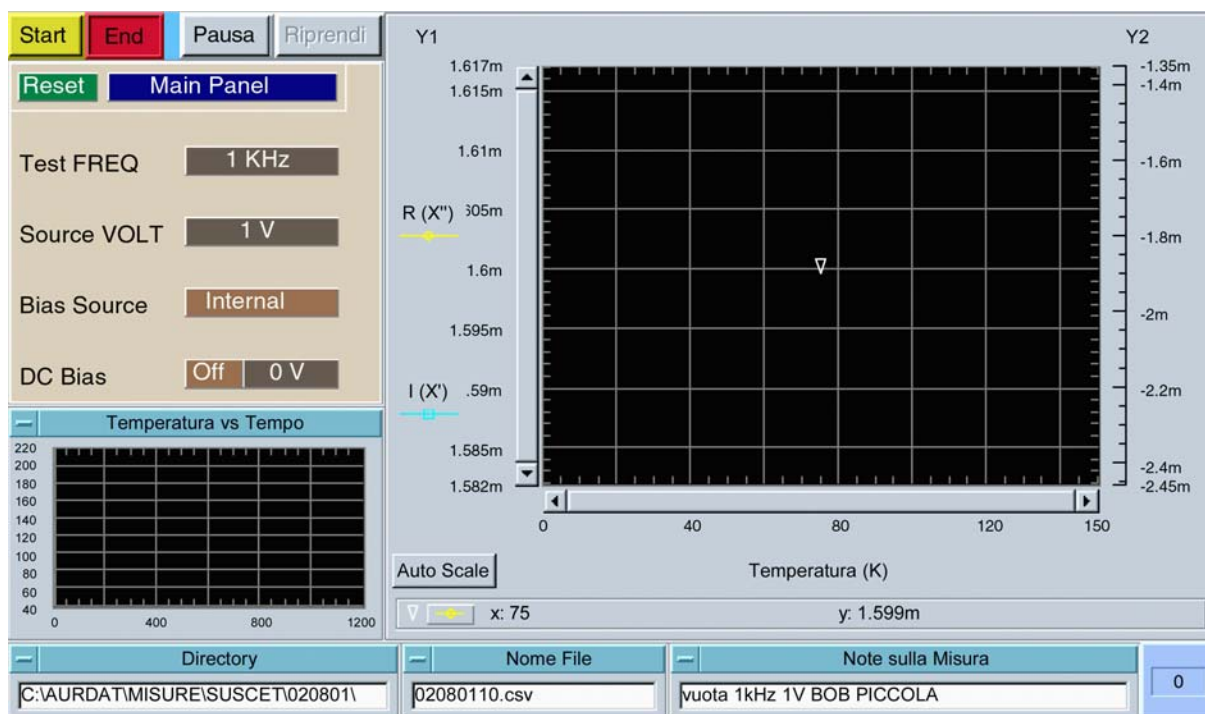
**Figura B.1** - Schema del bus GP-IB IEEE-488. Si distinguono quattro tipologie di strumenti: talker, listener, talker/listener e controller. Quest'ultima, di solito, è costituita da un personal computer.

## Appendice C

### Programma di acquisizione

Per l'acquisizione dei dati è stato sviluppato un programma di acquisizione che permette di controllare in modalità remota gli strumenti di misura e di acquisire automaticamente i dati sperimentali per mezzo di un'interfaccia computer-strumenti GP-IB. Il programma è stato sviluppato con il linguaggio di programmazione ad oggetti HP VEE, in cui gli oggetti sono rappresentati da blocchi rettangolari contenenti le singole istruzioni [25].

Il programma si compone di una finestra in cui è visualizzato il pannello di controllo, che racchiude tutti i comandi per l'esecuzione delle misure. In una seconda finestra, invece, è visualizzato in dettaglio il programma. In figura C.1 è riportato il pannello di controllo del programma di acquisizione.



**Figura C.1** – Pannello di controllo del programma di acquisizione.

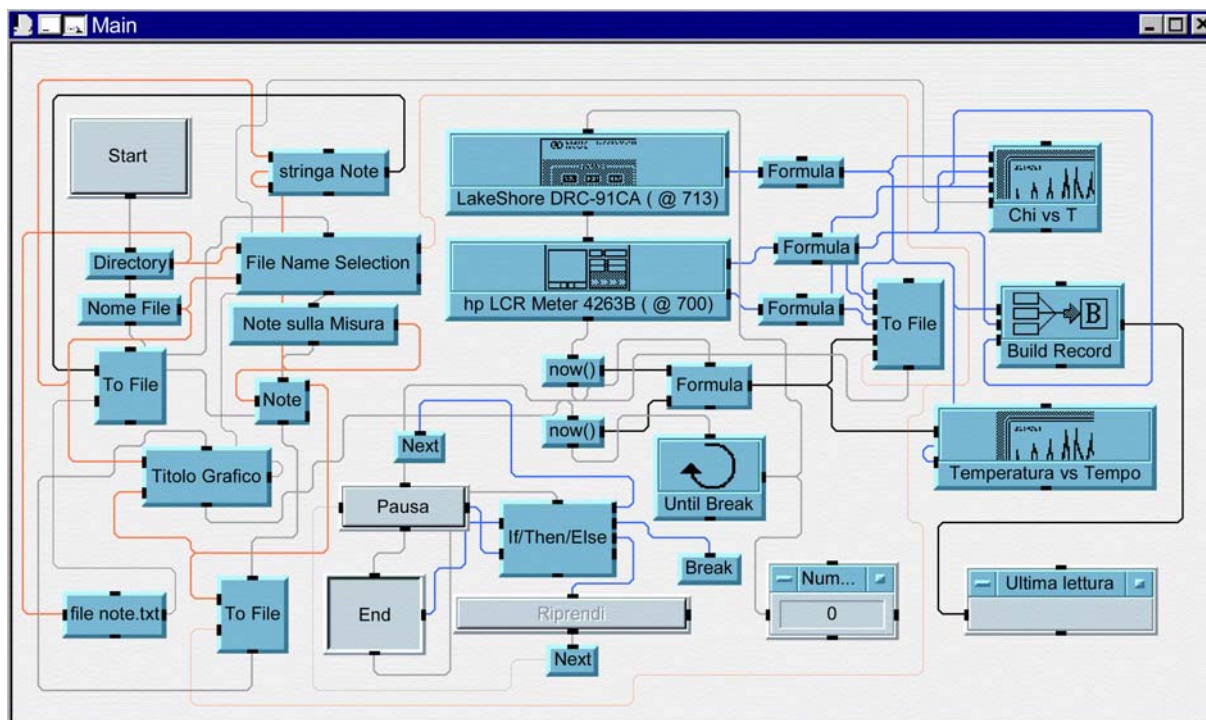


Figura C.2 – Dettaglio del programma di acquisizione.

In Figura C.2 è riportata la finestra in cui sono visualizzati i dettagli del programma. Come si può vedere, le istruzioni sono costituite da singoli blocchi. Il flusso di operazioni che vengono eseguite non sono sequenziali ma si propagano tra i vari blocchi, cominciando dal blocco **Start** fino al blocco **Break**. I blocchi più importanti sono quelli identificati con le sigle degli strumenti. All'interno di questi blocchi sono inserite le istruzioni per comunicare con gli strumenti. Un altro blocco molto importante è il blocco **To File** che permette di registrare i dati in un file in formato ASCII, per consentire successivamente l'analisi delle misure.

## Bibliografia

- [1] A. C. Rose-Innes and E. H. Rhoderick, *Introduction to Superconductivity*, Pergamon Press, Londra 1969.
- [2] C. Kittel, *Introduzione alla fisica dello stato solido*, Bollati Boringhieri, Torino 1971.
- [3] E. A. Lynton, *Superconductivity*, J. Wiley & Sons, New York 1962.
- [4] F. London, *Superfluids*, Vol. II, Dover, New York 1964.
- [5] V. V. Schmidt and , *The Physics of Superconductors*, Springer, Heidelberg 1997.
- [6] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [7] L. N. Cooper, *Phys. Rev.* **104** (1956) 1189.
- [8] M. Tinkham and G. McKay, *Introduction to Superconductivity*, II Ed. McGraw Hill Inc., New York 1996.
- [9] M. Cyrot and D. Pavuna, *Introduction to Superconductivity and High- $T_c$  Materials*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore 1992.
- [10] S. Zannella, *Le Applicazioni dei Materiali Superconduttori*, Elettronica e Telecomunicazioni **1**, Nuova Eri, Torino 1993.
- [11] J. Nagamatsu et al. *Nature* **410** (2001) 63.
- [12] C. Buzea and T. Yamashita, *Science & Technology* **14** (2001) R115.
- [13] B. I. Bleaney and B. Bleaney, *Electricity and Magnetism*, II Ed. Clarendon Press, Oxford 1965.
- [14] D. Shoenberg, *Superconductivity*, Cambridge 1952.
- [15] V. F. Gantmakher et al., *Physica C* **171** (1990) 223.
- [16] T. Ishida and R. B. Goldfarb, *Phys. Rev.* **B 41** (1990) 8937.

- 
- [17] J. R. Clem and A. Sanchez, Phys. Rev. **B 50** (1994) 9355.
- [18] E. H. Brandt, Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 2219.
- [19] Th. Herzog et al., Phys. Rev. **B 56** (1997) 2871.
- [20] I. J. Daniel and D. P. Hampshire, Phys. Rev. **B 61** (2000) 6982.
- [21] V. Z. Kresin and S. Wolf, *Fundamentals of Superconductivity*, Plenum Press.
- [22] N. Savvides and K. H. Müller, Physica **C 314** (1999) 183.
- [23] Manuale del LCR-Meter HP 4263B, Hewlett Packard Company, Hyogo 1996.
- [24] G. Biondo e E. Sacchi, *Manuale di Elettronica e Telecomunicazioni*, II Ed. Hoepli, Milano 1986.
- [25] R. Helsel, *Visual Programming with HP VEE*, III Ed., Hewlett Packard Company, New Jersey 1998.
- [26] L. Gozzelino et al., Philos. Mag. **B 82** (2002) 1.
- [27] D. S. Reed et al., Phys. Rev. **B 49** (1994) 4384.
- [28] K. H. Müller, Physica **C 168** (1990) 585.
- [29] H. Salamati and P. Kameli, Physica **C 321** (2002) 337.
- [30] F. Gömöry, Supercond. Sci. Technol. **10** (1997) 523.
- [31] S. L. Shindé et al., Phys. Rev. **B 41** (1990) 8838.
- [32] A. M. Campbell et al., Cryogenics **31** (1991) 732.

# **Ringraziamenti**

Un ringraziamento particolare va al mio relatore per l'impegno dedicato alla realizzazione del suscettometro e alla preparazione del lavoro di tesi.

Desidero ringraziare la Prof.ssa Maria Li Vigni per le utili discussioni e i consigli che mi ha dato durante la preparazione della tesi.

Desidero ringraziare il Prof. Ignazio Ciccarello e la Dott.ssa Marina Guccione per l'attenta lettura della tesi.

Un ringraziamento va inoltre ai Sigg. Gaetano Lapis e Gianluca Napoli per la valida assistenza tecnica durante la realizzazione dell'apparato sperimentale.

Infine, ringrazio il Dott. Marco Cannas per i suoi preziosi consigli.