



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

TIROCINIO FORMATIVO ATTIVO - I CICLO  
Classe A049 Matematica e Fisica

## *RELAZIONE FINALE DI TIROCINIO FORMATIVO ATTIVO*

RELAZIONE DI:

**Dott. Cirrito Alessio**

MATRICOLA:

**0612044**

RELATORE:

**Prof. ssa Cinzia Cerroni**

CORRELATRICE:

**Prof.ssa Lucia Lupo**

ANNO ACCADEMICO 2011 – 2012

## **ABSTRACT**

Durante il percorso di Tirocinio Formativo Attivo, durato cinque mesi, abbiamo svolto una parte di insegnamenti dell'area trasversale di Scienze dell'Educazione ed una parte di insegnamenti disciplinari inerenti la classe di concorso A049. Ciascuna di queste discipline è stata valutata con un voto in trentesimi.

Durante questo periodo ho svolto altresì attività di tirocinio diretto e indiretto per le quali, nella presente relazione, si trova una descrizione accurata. Il tirocinio diretto è stato svolto al liceo scientifico statale di Palermo "G. Galilei" sotto la supervisione della Prof.ssa Daniela Carla Rizzo con la quale ho svolto attività di osservazione della didattica, preparazione di lezioni personali ed esercitazioni, correzione di elaborati e tecniche valutative, nonché attività extracurricolari inerenti l'attività del docente.

Per quanto riguarda il tirocinio indiretto abbiamo svolto le attività sotto la guida della Prof.ssa Lucia Lupo, con la quale abbiamo parlato di normativa scolastica, riforma dei cicli, didattica per competenze, studio di griglie di valutazione, didattica laboratoriale e molto altro. Per maggiori dettagli si veda la parte sul tirocinio indiretto.

La terza parte della relazione riguarda un'esperienza significativa dei corsi disciplinari di matematica e fisica. In particolare mi sono occupato dello studio delle equazioni di secondo grado da un punto di vista storico e didattico, tematica affrontata nel corso di storia e didattica della matematica tenuto dalle professoresse Cinzia Cerroni e Teresa Marino. Il suddetto percorso didattico prevede degli spunti per una possibile attività di ricerca in didattica della matematica.

# INDICE

Introduzione..... pag 3;

Il tirocinio diretto ..... pag 3;

Il tirocinio indiretto ..... Pag17 ;

Esperienza significativa “Storia e didattica delle equazioni di secondo grado” ..... pag 30;

Conclusioni ..... Pag 48;

Bibliografia e Sitografia ..... Pag 49.

## **INTRODUZIONE**

Questa relazione di Tirocinio Formativo Attivo è la tappa finale di un percorso durato cinque mesi, pieno di fatica, di momenti difficili, ma ricco anche di gioia e soddisfazione verso il mestiere che mi accingo a svolgere.

La suddetta relazione contiene, nella prima parte, una relazione sull'esperienza di Tirocinio diretto che ho svolto nel Liceo scientifico statale "G.Galilei" di Palermo sotto la supervisione della Prof.ssa Daniela Carla Rizzo . Seguono poi alcune riflessioni sul percorso di Tirocinio Indiretto sotto la coordinazione della Prof.ssa Lucia Lupo e quindi una terza parte in cui descrivo un'esperienza significativa svolta nell'area disciplinare, in particolare durante il corso di Storia e didattica della matematica tenuto dalle Professoressa Cinzia Cerroni e Teresa Marino, in cui mi sono occupato dello studio delle equazioni di secondo grado da un punto di vista storico e didattico nella scuola moderna.

## **IL TIROCINIO DIRETTO**

Nell'ambito delle attività di tirocinio diretto del Tirocinio Formativo Attivo (TFA), ho svolto il mio percorso all'interno del Liceo Scientifico Statale "Galileo Galilei" di Palermo, avendo come tutor accogliente la Prof.ssa Daniela Carla Rizzo. La mia attività di tirocinio si è svolta nel periodo che va dal 06/05/2013 al 04/06/2013.

Il Liceo Galilei abbraccia un bacino di utenza che comprende la zona a nord ovest della nostra città e alcuni comuni limitrofi. Esso nasce nell'anno scolastico 1966/67 con il nome di "Il Liceo scientifico" dalla scissione del Liceo scientifico statale "Stanislao Cannizzaro", allora unico liceo esistente nel capoluogo. La sede attuale dispone di aule speciali e di laboratori dotati di strumentazioni tecniche e di materiale scientifico e bibliografico aggiornati. L'aula magna Vincenzo Santangelo presenta anche spazi e dotazioni tecniche funzionali all'attività teatrale; sono, altresì, presenti due palestre coperte, ciascuna con un'ampia area attigua; è inoltre prevista un'area apposita per la pratica del salto in lungo. L'Istituto, infine, al di fuori della propria zona perimetrale, dispone di uno spazio riservato al parcheggio dei ciclomotori. Il Liceo nel corrente anno scolastico accoglie circa 1445 studenti e comprende 64 classi. La sua sede centrale si trova in via Danimarca 54 (traversa di viale Strasburgo), ove sono collocate 46 classi; dispone inoltre di due plessi distaccati: plesso di viale Strasburgo, con 5 classi, e plesso di via Tranchina (in corrispondenza della fermata S. Lorenzo della metropolitana), con 13 classi. L'istituto, appartenente al XX quartiere, compreso nella VI circoscrizione, è collocato in una delle aree residenziali della città e in prossimità di una grande arteria commerciale, nel contesto di una vasta area di palazzi moderni, edificati nell'ultimo trentennio in un'ampia zona verde che dall'Ottocento ospitava pregevoli ville. Il territorio è

qualificato dalla presenza di numerose strutture sportive, tra cui lo stadio “Renzo Barbera”, sale cinematografiche, associazioni culturali e ricreative. Sono presenti, altresì, istituzioni scolastiche di ogni ordine e grado.

La docente Daniela Carla Rizzo ha quest’anno una cattedra di 18 ore settimanali all’interno delle classi IV, V e I sezione B del liceo. La suddetta sezione è, in questa scuola, una delle sezioni facenti parte del PNI (Piano Nazionale Informatica) e sin da subito ho potuto constatare con i miei occhi la differenza in merito ai programmi curricolari di matematica e fisica svolti in queste classi.

Il piano nazionale informatica (PNI) è stata una sperimentazione attiva in molte scuole secondarie di secondo grado italiane, in particolare liceo scientifico, liceo classico e istituto tecnico commerciale. Essa nacque con lo scopo di garantire una migliore preparazione scientifica agli allievi, dando particolare importanza a matematica e fisica e impartendo basi di programmazione e linguaggi informatici. L’insegnamento della matematica è affiancato dagli strumenti informatici e dall’uso del computer. Con l’avvento della Riforma Gelmini, questa sperimentazione è stata eliminata ed è confluita (insieme a tantissime altre sperimentazioni liceali), nel nuovo indirizzo tradizionale del liceo scientifico, entrato in vigore nel 2010/2011. In alcune scuole, in base all’autonomia concessa agli istituti dall’ultima riforma, si sono creati corsi analoghi mettendo soprattutto in risalto l’ambito scientifico-matematico, visto comunque l’apprezzamento ottenuto per il corso nel proprio bacino d’utenza.

Il Liceo scientifico PNI è stato uno degli indirizzi sperimentali esistenti prima della riforma Gelmini. Questo corso prevedeva, in deroga al piano di studi tradizionale, l’insegnamento della matematica con strumenti informatici e della fisica fin dal primo anno; alla matematica erano assegnate cinque ore settimanali e alla fisica tre ore settimanali per l’intero quinquennio. Il piano nazionale informatica esisteva anche per i licei classici, ma con una diversa distribuzione delle ore. Inoltre si poteva trovare anche il liceo scientifico (e anche il liceo classico) PNI con bilinguismo, cioè con l’insegnamento aggiuntivo di una seconda lingua straniera.

### **Quadro orario**

<b>Liceo scientifico PNI</b>	<b>Biennio</b>		<b>Triennio</b>		
	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>
Lingua e lettere italiane	4	4	4	3	4

Lingua e lettere latine	4	5	4	4	3
Lingua e letteratura straniera	3	4	3	3	4
Storia	3	2	2	2	3
Geografia	2	-	-	-	-
Filosofia	-	-	2	3	3
Matematica	5	5	5	5	5
Fisica	3	3	3	3	3
Scienze naturali, chimica e geografia	-	2	3	3	2
Disegno e storia dell'arte	2	3	2	2	2
Educazione fisica	2	2	2	2	2
Religione cattolica o attività alternative	1	1	1	1	1
<b>Totale delle ore settimanali</b>	<b>29</b>	<b>31</b>	<b>31</b>	<b>31</b>	<b>32</b>

### Carico orario settimanale

<b>Materia</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>
<i>Religione cattolica o attività alternativa</i>	1	1	1	1	1
<i>Italiano</i>	4	4	4	3	4
<i>Latino</i>	4	5	4	4	3
<i>Lingua e letteratura straniera (Inglese)</i>	3	4	3	4	3

<i>Storia</i>	3	2	2	2	3
<i>Geografia</i>	2	-	-	-	-
<i>Filosofia</i>	-	-	2	3	3
<i>Matematica</i>	5	5	5	5	5
<i>Fisica</i>	3	3	3	3	3
<i>Scienze Naturali, Chimica e Geografia</i>	-	2	3	3	2
<i>Disegno e storia dell'arte</i>	1	3	2	2	2
<i>Educazione fisica</i>	2	2	2	2	2
<b>Totale</b>	<b>28</b>	<b>31</b>	<b>31</b>	<b>31</b>	<b>32</b>

A causa dell'autonomia scolastica il suddetto piano orario poteva subire delle variazioni. A mio avviso il vantaggio principale del corso sperimentale PNI consiste in una migliore preparazione dello studente in matematica e fisica, materie che vengono approfondite maggiormente rispetto al corso tradizionale. L'utilizzo degli strumenti informatici non va inteso come un corso di programmazione, ma come ausilio per l'apprendimento della matematica. In questa ottica si mira a fornire allo studente solamente le basi minime della programmazione, ma sufficienti a comprendere ed elaborare gli algoritmi base (come i classici algoritmi di ordinamento). La principale critica mossa a questo indirizzo deriva dal fatto che esso non presentasse un vero e proprio insegnamento di informatica. Infatti non esisteva un insegnante di informatica con un suo corso, ma era previsto solo l'utilizzo di strumenti informatici nell'ambito dell'insegnamento di altre materie (in questo caso la matematica). Come già accennato, già dal primo istante ho percepito la differenza tra la programmazione di una sezione PNI e una sezione ordinaria; a titolo di esempio il programma di matematica di una sezione ordinaria di liceo scientifico generalmente si ferma allo studio degli integrali definiti, all'applicazione di essi per il calcolo di aree di figure curvilinee e di semplici volumi di solidi di rotazione. Nelle classi della Prof.ssa Rizzo, invece, il programma si è spinto ben oltre toccando applicazioni più complesse degli integrali (calcolo di volumi di solidi di rotazione

rispetto agli assi cartesiani e a rette parallele agli assi), studio di trasformazioni geometriche del piano, calcolo delle probabilità, sistemi lineari, matrici, determinanti e integrali impropri. Anche per la fisica la situazione è ben diversa, i programmi vengono svolti in maniera più dettagliata e critica, riuscendo ad inserire anche lo studio dell'ottica ondulatoria (sovente nelle quarte classi), approfondendo al meglio lo studio dell'elettromagnetismo riuscendo ad arrivare alla trattazione teorica non dettagliata delle equazioni di Maxwell e inserendo la trattazione di tematiche di *fisica moderna*.

Il primo periodo di attività è stato per me più osservativo e di studio, è stato dedicato del tempo, infatti, in accordo con la mia tutor, alla lettura e spiegazione del POF del liceo, al commento sul documento del 15 maggio e alla comprensione e la compilazione di schede di valutazione, anche riferite alla seconda prova degli esami di stato. Il Piano dell'Offerta Formativa (P.O.F.) è il documento costitutivo dell'identità culturale e progettuale della Scuola che esplicita gli ambiti di intervento formativo, le finalità, gli obiettivi, i metodi e le strategie, ponendosi come lo strumento che la scuola adotta per progettarsi e strutturarsi, rappresentando al tempo stesso un efficace veicolo di interconnessione con le famiglie, le istituzioni e le agenzie culturali coinvolte nel processo educativo e formativo. In tal modo il P.O.F. si configura come uno strumento teso a rendere trasparenti i principi, le azioni, i risultati delle scelte educative dell'Istituzione scolastica. La vita della comunità scolastica è regolata, in base al D.P.R. n. 249 del 24 Giugno 1998 e relative integrazioni apportate dal DPR n.235 del 7 dicembre 2007, dal regolamento d'Istituto. Il P.O.F. 2012/2013 del liceo "G. Galilei" è un documento di 35 pagine suddiviso in varie sezioni. Dopo le prime sezioni introduttive riguardanti il liceo contestualizzato alla zona di appartenenza e al territorio, sono presentati i principi fondamentali sui quali si fonda questa scuola, suddivisi in finalità, obiettivi e profilo in uscita del Liceo Scientifico. Il documento continua con una descrizione del profilo organizzativo e delle risorse umane, specificando il numero dei docenti titolari e di quelli a tempo determinato, descrivendo i compiti dei collaboratori scolastici, del personale amministrativo e degli assistenti tecnici. Nel documento è inserita anche una parte, a mio avviso molto chiara ed esaustiva, sulle funzioni organizzative e didattiche della scuola in generale e del liceo "G.Galilei" in particolare. Viene presentato il dirigente scolastico con i suoi collaboratori, vengono descritte le funzioni e i compiti del Collegio dei docenti, del Comitato per la valutazione del servizio dei docenti, dei dipartimenti disciplinari e dei loro coordinatori. A tal proposito voglio sottolineare che in questa scuola i dipartimenti di matematica del biennio e il dipartimento di matematica e fisica sono separati. Vengono poi descritte le funzioni del Consiglio di classe con i suoi coordinatori, e presentate le cosiddette aule speciali dell'Istituto (e delle sue succursali) con i relativi responsabili, le funzioni del Consiglio d'Istituto, della Giunta esecutiva e della



Rappresentanza Sindacale Unitaria. Il documento contiene anche una sezione sulla struttura degli edifici e sulla sicurezza degli ambienti ai sensi del Decreto legislativo n. 626/94; vengono poi confrontati i quadri orari delle classi I, II e III del nuovo ordinamento e delle classi IV e V del vecchio ordinamento, con i quadri orari delle classi IV e V del PNI, del corso sperimentale doppia lingua straniera e del corso sperimentale di scienze naturali.

Il P.O.F contiene inoltre una parte sulla verifica e sulla valutazione che sottolinea anche i criteri di attribuzione del voto sul comportamento, una parte che specifica il monte ore annuali della scuola e regolarizza le assenze degli studenti e una parte in cui si spiega il modo in cui avviene l'attribuzione dei crediti formativi scolastici e il regolamento speciale per gli studenti con DSA. Per arricchire e qualificare il percorso educativo-didattico curriculare, il Liceo Galilei promuove numerose attività integrative. Gli studenti possono liberamente avvalersi di tali contributi culturali che concorreranno a migliorare le proprie conoscenze, abilità e competenze e di cui i Consigli di classe terranno conto nell'attribuzione del credito scolastico. Le proposte di attività progettuali che richiederanno un contributo finanziario, totale o parziale, a carico del Fondo dell'Istituzione scolastica o del "Contributo volontario alunni", verranno esaminate dalla "Commissione progetti POF" che, sulla base di alcuni criteri, redigerà delle graduatorie. I Progetti inseriti nelle graduatorie e approvati dal Collegio dei docenti verranno realizzati nel corso dell'anno previa disponibilità finanziaria dell'Istituzione scolastica. Il Collegio dei docenti ha approvato per il corrente anno scolastico i seguenti progetti extracurricolari, che la "Commissione progetti POF" ha esaminato e valutato in conformità ai criteri vigenti:

### **AREA SCIENTIFICA**

1. PALERMO SCIENZA
2. GIOCHI DELLA CHIMICA (CAT. B-TRIENNIO)
3. OLIMPIADI DI MATEMATICA
4. OLIMPIADI DI SCIENZE
5. GIOCHI DELLA CHIMICA (CAT. A-BIENNIO)
6. OLIMPIADI DI FISICA
7. SEMINARI DI NEUROSCIENZE
8. PATENTE ECDL

### **AREA LINGUISTICO-LETTERARIA**

1. CONVERSATORI DI LINGUA INGLESE
2. CONVERSATORI DI LINGUA FRANCESE

3. PER UN PUGNO DI LIBRI
4. STAGE A LONDRA
5. CERTIFICAZIONE PET
6. TALENT ME

### **AREA STORICO-FILOSOFICO-ARTISTICA**

- IL CINEMA RACCONTA LA STORIA...DEI DIRITTI UMANI VIOLATI.

L'ampliamento dell'offerta formativa prevede altresì la realizzazione delle seguenti attività:

1. ABBONAMENTI A: TEATRO MASSIMO, TEATRO LIBERO, CURVA MINORE, AMICI DELLA MUSICA
2. PREMIO "ALUNNI ECCELLENTI"
3. PALERMO APRE LE PORTE. LA SCUOLA ADOTTA LA CITTA'
4. LABORATORI TEATRALE E MUSICALE "LE LORO IDEE SCORRONO NELLE NOSTRE VENE ARTISTICHE"
5. ADEGUAMENTO UFFICI DI SEGRETERIA AL NUOVO E-GOVERNEMENT
6. CORSO PER IL CONSEGUIMENTO DEL CERTIFICATO DI IDONEITA' ALLA GUIDA DEL CICLOMOTORE
7. PREMIO PIPPO ARDINI – III EDIZIONE
8. PROGETTO FARO
9. PLANETARIO
10. DIPLOMATICI A NEW YORK
11. PARTECIPAZIONE DI UN GRUPPO SELEZIONATO DI STUDENTI DEL LICEO GALILEI ALLA GIURIA PER L'ASSEGNAZIONE DEL "PREMIO MONDELLO GIOVANI"
12. PROGRAMMA COMENIUS: "LIVE AT THE SHADOW OF A VOLCANO" (2011/13).

Durante il periodo di tirocinio la mia tutor ha improntato con me una discussione in merito alla redazione e alla compilazione del documento del 15 maggio. In base al DPR 323/98 il "DOCUMENTO DEL 15 MAGGIO" esplicita i contenuti, i metodi, i mezzi, gli spazi ed i tempi del percorso formativo, nonché i criteri, gli strumenti di valutazione adottati e gli obiettivi raggiunti. Per la Commissione dell'Esame di Stato, costituisce orientamento e vincolo per la terza prova scritta (Art. 5, c. 3) e per la conduzione del colloquio orale (Art. 4, c.5 – Art. 5, c. 7). Dopo aver letto il documento (è stata per me la prima volta in cui ne ho esaminato uno) ho potuto capire quali siano le strategie per poterlo redigere e cosa bisogna in esso inserire. Il documento stilato dal Consiglio di classe di cui la mia tutor fa parte, si apre con una parte di presentazione della classe V B e prosegue

con una sezione in cui è esposto l'iter educativo-didattico per la classe, con particolare riferimento agli obiettivi generali e a quelli trasversali del consiglio di classe, obiettivi suddivisi in formativo-educativi, comportamentali e cognitivo-operativi. Il documento continua con un'interessante griglia di valutazione delle prove orali in cui ad ogni voto numerico si fa corrispondere una lista di obiettivi che devono essere raggiunti da ogni studente. La parte più interessante del documento è, a mio avviso, quella in cui si riporta la griglia di valutazione adottata dal consiglio nella valutazione della terza prova degli esami di stato. In tale griglia sono riportate le materie oggetto della prova e il numero di domande previste per ciascuna disciplina e accanto ad ognuna di esse il punteggio massimo ottenibile da ciascuno studente. Alla fine del documento sono state allegate le schede di ciascuna disciplina e i testi delle due simulazioni della terza prova svolte dagli studenti in classe.

Nella prima parte del mio tirocinio la Prof.ssa Rizzo mi ha fatto capire anche le tecniche per valutare la prova scritta di matematica degli esami di maturità, mettendo a mia disposizione le griglie utilizzate a scuola e suggerendomi inoltre le strategie migliori per valutare un elaborato di esame. La griglia di valutazione che ho letto e studiato prevede una valutazione così articolata: si suddivide il problema nei quesiti che lo compongono e ad ognuno di essi viene attribuito un punteggio. Tale punteggio viene così conteggiato: un quesito nullo viene valutato con un punteggio di 0,1, uno scarso con un punteggio di 0,5, uno insufficiente con 0,7, mediocre con 0,9, sufficiente con 1, discreto 1,2, buono 1,4 e ottimo 1,5. Il punteggio massimo ottenibile nel problema è comunque sempre di 7,5 punti quindicesimi. Per quanto riguarda i quesiti del questionario essi vengono valutati con lo stesso criterio di attribuzione di punteggi per un punteggio massimo ottenibile di 7,5 punti quindicesimi. Con la mia tutor ci siamo posti, in modo critico, il problema di quanto questo schema di valutazione sia efficace e siamo giunti alla conclusione che esso è un metro di giudizio fatto a vantaggio dello studente, in quanto la griglia di valutazione è preparata prima della prova e ad ogni quesito viene attribuito lo stesso punteggio, mentre è risaputo che i quesiti (sia quelli del problema che quelli del questionario) non hanno mai la stessa difficoltà. Questo viene fatto nell'ottica di incoraggiare lo studente ad ottenere il massimo in una prova sensibilmente più complessa rispetto alle normali verifiche scritte svolte in classe.

Il giorno 23 maggio, nelle ore extrascolastiche, ho preso parte, insieme agli altri tirocinanti del corso, al collegio dei docenti svoltosi nei locali dell'Istituto. Questa è stata per me la prima esperienza di un collegio a scuola e sono riuscito a comprendere le dinamiche di una riunione plenaria e di come essa si organizza. Il collegio dei docenti è presieduto dal preside e dal vicepresidente, figure che si occupano di esporre gli argomenti all'ordine del giorno e organizzare e mettere a verbale le opinioni dei professori con i quali si interloquisce. La vicepresidente ha cominciato la seduta di collegio facendo l'appello dei docenti accertandosi che ci fosse una

rappresentanza tale da ottenere il numero legale per prendere qualsiasi tipo di decisione. Gli argomenti all'ordine del giorno sono stati fondamentalmente una discussione sui libri di testo adottati dalle varie classi e una discussione in merito ai corsi di recupero estivi con annessi esami di riparazione per gli studenti che alla fine dell'anno scolastico hanno riportato carenze in alcune discipline. Per quanto riguarda il problema dei libri di testo, alcuni professori, scelti come portavoce, hanno descritto i libri di testo scelti per il successivo anno scolastico specificando se vi saranno modifiche rispetto all'anno in corso o meno. Il problema dei corsi di recupero e degli esami di riparazione ha rivelato maggiori difficoltà e fatto emergere più discussioni. Il problema stava nel fatto che il Dirigente scolastico ricordava che la normativa prevede che gli esami di riparazione siano svolti alla fine di agosto e non i primi di settembre come sempre fatto. A tal proposito alcuni docenti si sono fatti portavoce di tutti e hanno espresso la loro preferenza nel prospettare tali esami a settembre; sia per agevolare gli alunni lasciando loro più tempo per prepararsi, sia per i docenti stessi, in quanto gli esami ad agosto sarebbero svolti durante il periodo di ferie per i docenti stabilito dalla normativa vigente.

Durante la mia attività di tirocinio è stata mia cura realizzare una sorta di “diario di bordo” in cui ho annotato le attività svolte in classe giorno per giorno, le mie sensazioni, i miei timori e perplessità e le mie convinzioni. Ritengo che questa sia stata un'attività proficua perché mi ha permesso di rivedere le attività nella loro interezza anche a fine tirocinio, permettendomi una riflessione più attenta sulle varie tematiche inerenti alla docenza in una scuola secondaria superiore. Cercherò di riportare tutte le mie esperienze in modo da poter fare una rielaborazione attenta del percorso da me svolto.

Durante i primi giorni ho assistito alle spiegazioni e alle interrogazioni svolte dalla mia tutor; ho trovato questa esperienza altamente costruttiva perché mi ha fatto capire tutte le differenze tra una spiegazione e una valutazione nelle classi di scuola secondaria superiore e quelle universitarie. Io ho esperienza di didattica universitaria, ho tenuto corsi interi affrontando la parte inerente alle spiegazioni, quella inerente alle esercitazioni e infine con gli esami ho avuto esperienze di valutazione. Ho potuto così capire quali e quante differenze ci siano. A scuola i ragazzi devono essere costantemente interessati, motivati e mai demoralizzati. Bisogna sempre cercare di esaltare le eccellenze di ogni singolo alunno e per far questo ogni docente deve trovare il modo migliore per spiegare e per farsi capire. Le esigenze universitarie sono bene diverse: gli studenti possiedono già una motivazione intrinseca e soprattutto sono molto più maturi e spesso posseggono già un metodo di studio in parte adeguato. Tutto questo a scuola spesso non succede, gli alunni possono avere esigenze differenti l'uno dall'altro e possono ancora non avere un metodo di studio ben sviluppato. È proprio in quest'ottica che si colloca il lavoro di un bravo docente, che

deve essere per loro un costante punto di riferimento, una persona che con l'autorità giusta sappia loro trasmettere qualcosa, sappia sensibilizzarli favorendo un costante sviluppo delle eccellenze personali. Proprio per questo ritengo che un bravo docente debba anche possedere un minimo di conoscenze di psicologia dell'adolescenza. Gli alunni adolescenti hanno infatti una serie di problematiche tipiche dell'età che stanno vivendo (situazione familiare, relazioni interpersonali, problemi di timidezza, problemi di studio, ecc.), tali situazioni devono essere sempre tenute a mente dal bravo docente anche e soprattutto nel momento della valutazione. Ho capito, con l'esperienza di questo mese, quanto possa essere frustrante per un adolescente un insuccesso scolastico e, viceversa, quanto possa essere motivante un risultato positivo.

Un discorso a parte merita l'insegnamento delle classi del biennio. A tal proposito la mia tutor ha anche la cattedra di fisica in I B e l'esperienza e l'osservazione in questa classe sono state per me alcune delle esperienze maggiormente formative. Mi sono accorto che gli studenti del primo anno sono ancora piccoli e mostrano spesso atteggiamenti infantili. Con tali studenti ho imparato che il docente deve essere ancora più attento a quello che dice e a come lo dice. I ragazzini del primo anno sono ancora in piena formazione e spesso gli alunni di sesso maschile sono ancora più immaturi. Per loro il docente è al tempo stesso una persona da temere e a volte da imitare, sono come delle spugne che assorbono indistintamente tutto il bene e tutto il male che noi docenti sappiamo trasmettere. Ho capito che con loro è importante mantenere un atteggiamento cordiale che al tempo stesso riesca a formarli e a condurli serenamente verso il prosieguo degli studi.

Voglio riportare anche un'altra discussione emersa un giorno con la mia tutor. Durante una lezione in IV B lei mi ha fatto notare un problema di cui io non ero completamente a conoscenza. In media gli studenti al quarto anno hanno un'età compresa tra i sedici e i diciassette anni e con la mia tutor è emerso un problema inerente gli alunni di sesso maschile di questa età: molto spesso si assiste al quarto anno ad una maggiore distrazione insita negli alunni maschi di queste classi e ciò è dovuto, secondo l'idea della mia tutor, a una condizione insita in questa età problematica. I ragazzi a questa età, a differenza delle ragazze, vivono il passaggio dall'adolescenza alla maturità in modo più problematico e quindi si trovano spesso spaesati di fronte al mondo che li circonda e quindi anche nei confronti della vita scolastica. È per questo che un bravo docente deve tenere in considerazione anche questo fattore e giustificare un possibile scarso rendimento contestualizzandolo con tale problematica. Condivido pienamente questa idea e ritengo che bisogna tenerne conto quando ci si ritrova a valutare la situazione problematica di un ragazzo al quarto anno.

Dopo il primo periodo di osservazione ho svolto nelle classi attività dirette con gli studenti, vale a dire spiegazioni di parti di programma, esercitazioni programmate, esperienze di

laboratorio e prove di verifica. Per quanto mi riguarda, tutti questi momenti sono stati per me altamente formativi e mi hanno permesso di fare pratica con gli studenti soprattutto capendo in che modo spiegare loro un concetto affrontando una lezione. Particolarmente significativa è stata per me la lezione svolta in V B sulle Geometrie non Euclidee. Chi ha competenza sa che questo è un argomento che generalmente non è inserito nei programmi ministeriali vista la sua difficoltà e il suo elevato grado di astrazione. Non nascondo infatti i miei timori in merito a tale lezione. Credevo che gli studenti non mi avrebbero capito, che mi sarei espresso in modo complesso e lacunoso e che la lezione sarebbe stata un completo fallimento. Ma appena ho cominciato mi sono subito sentito a mio agio, ero sereno, vedevo gli studenti interessati, motivati e attenti e questo mi ha anche aiutato a trovare il modo più semplice per spiegare e per farmi capire da loro. Alla fine la lezione è andata molto bene, gli studenti mi hanno fatto un sacco di domande perché incuriositi dall'argomento e la mia tutor mi ha fatto i complimenti per la chiarezza espositiva. Tutto ciò mi ha fatto un immenso piacere, mi ha permesso di capire che è questa la strada che voglio intraprendere nel mio futuro. Alla stessa maniera si sono svolte le esercitazioni in classe, che sono risultate utili ed interessanti agli studenti.

Un discorso a parte merita la mia lezione al laboratorio di fisica (prima per me in assoluto) con gli studenti della I B. Per comprendere al meglio tale esperienza mi sembra opportuno e necessario aprire una piccola parentesi sui laboratori presenti al Galilei e sulla didattica coadiuvata da essi. Il liceo scientifico "G.Galilei" dispone di un ampio e innovativo laboratorio di fisica, nonché di uno altrettanto nuovo e funzionante di informatica. La prima volta che siamo entrati in laboratorio di fisica sono rimasto piacevolmente impressionato da esso. Il laboratorio è grande, nuovo, confortevole, pieno di strumenti e soprattutto ben gestito; vi è infatti un tecnico che è costantemente presente e che ne garantisce il corretto e veloce funzionamento. Per la prima volta ho visto molte apparecchiature mai viste e ho capito molte cose sulla didattica supportata dal laboratorio sia dal punto di vista degli alunni, sia da quello dei professori. Ho capito che i docenti che decidono di usufruire del laboratorio generalmente predispongono l'esperienza con largo anticipo e vi si recano da soli prima per provarla col tecnico e per valutarne la corretta riuscita; talvolta si documentano anche con delle schede (già presenti in laboratorio e conservate sia in formato cartaceo che digitale) che descrivono l'esperienza in questione e i materiali per realizzarla. Un giorno ho consultato anche tutta la documentazione presente in laboratorio e con mio grande piacere ho notato che in formato digitale è presente sia una cartella con tutte le esperienze realizzabili che un documento in cui sono presenti tutte le apparecchiature del laboratorio, tutte le esperienze realizzabili con ciascuna di esse e per molte di esse vi è anche una parte in cui sono inseriti gli appunti di ogni docente che ha già provato l'esperienza in questione.

Nella scuola dell'autonomia è sempre più sentita l'esigenza di organizzare dei percorsi di studio in cui l'organizzazione scolastica sia resa flessibile. Uno degli aspetti fondamentali di tale flessibilità riguarda il modo di organizzare il tempo e le forme dell'insegnamento per renderli sempre più vicini alle modalità e ai ritmi di apprendimento degli allievi. La scuola intesa come laboratorio è il luogo in cui non solo si elaborano i saperi, ma anche un insieme di opportunità formative per produrre nuove conoscenze e sviluppare nuove competenze. In questa prospettiva l'azione educativa si sposta dall'insegnamento all'apprendimento, cioè ai processi del "far apprendere" e del riflettere sul fare, allo scopo di rendere gli allievi consapevoli dei processi che vivono. Nella prospettiva del disegno di riforma della scuola, la presenza dei laboratori è particolarmente sottolineata sia nel ciclo primario, sia nella scuola secondaria proprio per la funzionalità di tali attività formative nello sviluppo e nel consolidamento di conoscenze e competenze previste dagli ordinamenti e utili al cittadino e al professionista di oggi. La didattica laboratoriale ha il vantaggio di essere facilmente inseribile in tutti gli ambiti disciplinari, dai campi di esperienza della scuola dell'infanzia alle materie delle scuole secondarie. Nel laboratorio, infatti, i saperi disciplinari diventano strumenti per verificare le conoscenze e le competenze che ciascun allievo acquisisce per l'effetto dell'esperienza di apprendimento nel laboratorio. La didattica laboratoriale comporta per i docenti una continua e attenta analisi disciplinare centrata sulle seguenti quattro dimensioni della conoscenza:

- Dichiarativa (che cosa)
- Procedurale (come)
- Sensoriale (perché)
- Comunicativa (linguaggi)

La didattica laboratoriale richiede che:

- Si operi in piccolo gruppo
- Si verifichi una forte interattività fra insegnante e allievi e fra gli allievi stessi
- L'apprendimento sia cooperativo e condiviso
- La mediazione didattica si intrecci con l'operatività degli allievi

Pertanto l'ambiente:

- Può essere semplicemente l'aula, se l'attività non richiede particolari attrezzature
- Può essere uno spazio attrezzato se le attività richiedono l'uso di attrezzature e materiali particolari (multimediali strumentazione scientifica ecc.)

Il Laboratorio così inteso diventa un elemento di organizzazione del curricolo formale di ciascun allievo: esso può essere collocato all'inizio di un percorso o al suo interno o alla sua conclusione a seconda della funzione. Progettare attività di laboratorio non deve essere visto un vezzo di

insegnanti progressisti o missionari, ma deve nascere dall'esigenza di promuovere nei ragazzi competenze più complesse, tipiche di una cultura moderna che riguardano ad esempio il prendere decisioni in condizioni di incertezza, il relazionarsi con culture diverse, l'orientarsi in un mondo confuso, l'essere attrezzati in relazione all'acquisizione e alla gestione del sapere, possedere un pensiero progettuale. Un laboratorio quindi:

- Risponde in modo vistoso ai bisogni del ragazzo, nel senso che il rapporto tra il progetto e il "guadagno" che ne trae il ragazzo non ha bisogno di spiegazioni.
- Consente al ragazzo di praticare le competenze che lo abilitano all'essere cittadino (organizzazione di un gruppo di lavoro, assegnazione e assunzione di un compito di realtà, definizione di un prodotto legato al compito di realtà).
- Consente di imparare facendo, più motivante del prima studia e poi applica.
- Consente di acquisire un metodo di lavoro personale.
- Non è centrato solo su un tipo di intelligenza ma articolato per livelli di complessità, su cui i ragazzi possono situarsi per rispondere senza omologarsi.

Con la mia tutor abbiamo realizzato le seguenti esperienze: Equilibrio su un piano inclinato, misura della somma vettoriale di due forze, la forza di attrito, la riflessione, la rifrazione, la diffrazione e interferenza della luce e l'esperienza di Oersted. In particolare l'esperienza dell'equilibrio di un corpo su un piano inclinato (spiegata ai ragazzi della prima) mi ha visto come protagonista dall'inizio fino alla fine. Anche se questa era la mia prima esperienza in assoluto ho cercato di darmi da fare rimboccandomi le maniche e cercando di mettere gli studenti nella condizione di capire lo scopo dell'esperienza e di essere in grado di verificarlo attraverso l'uso degli strumenti. A fine dell'attività ho chiesto agli studenti (in accordo con la mia tutor) di preparare una relazione dell'esperimento nella quale gli studenti hanno riportato ed elaborato il set di misure prese in laboratorio.

Un discorso simile merita il laboratorio di informatica. Le classi del liceo "G.Galilei" possono avvalersi del laboratorio di informatica come strumento di supporto nello studio della matematica. Il laboratorio di informatica di questa scuola (la cui responsabile è la mia tutor) è grande e confortevole: prevede più di 20 postazioni individuali collegate in rete per gli studenti più una postazione per il docente, il quale ha anche a sua disposizione una LIM con videoproiettore. Il docente che si avvale degli strumenti informatici nella sua didattica è senza dubbio avvantaggiato perché può usufruire dei più moderni software che risultano di aiuto per lo studio della matematica e delle discipline scientifiche in genere. Il discorso sull'utilizzazione delle tecnologie multimediali nella scuola si fa sempre più insistente, non solo sul piano della ricerca, ma anche e soprattutto sul piano delle iniziative di promozione da parte del Ministero della pubblica istruzione. Tuttavia,



nonostante le iniziative che si vanno promovendo, non sembra che esista molta chiarezza e che i docenti abbiano maturato una sufficiente competenza per realizzare un effettivo impiego delle tecnologie multimediali nella didattica delle singole discipline. Da qualche anno si sono fornite le scuole di sistemi informatici (PC, stampanti, scanner, modem, LIM) e si sono fatti corsi di aggiornamento sul loro funzionamento, anche con specifico riferimento ad alcuni fondamentali software, quali i WP, i DB, i Fogli elettronici, i programmi di presentazione multimediale, i programmi di grafica ecc. Ma ritengo che, in genere, ai docenti non siano state offerte esperienze di utilizzazione di tali strumenti, non tanto per realizzare lezioni frontali, quanto per organizzare situazioni di apprendimento per scoperta (*problem solving*), soprattutto nella forma del *cooperative learning*. In effetti, ciò che soprattutto importa è il passaggio da un'impostazione didattica fondata sulla lezione frontale espositiva ad un'impostazione didattica fondata sui processi della ricerca/riscoperta/reinvenzione/ricostruzione (*problem solving*), preferibilmente nella forma del *cooperative learning*. L'aula è destinata a trasformarsi in laboratorio didattico, in ambiente di apprendimento, in contesto educativo, perché gli alunni possano comprendere, oltre che apprendere. Le tecnologie multimediali possono rappresentare una svolta decisiva, epocale, nella storia della scuola, superando l'impostazione trasmissiva, autoritaria e perciò penosa, e restituendo la scuola alla sua più autentica funzione di luogo della crescita, dell'autorealizzazione, dell'affermazione di ogni studente, che nella scuola vive la sua esperienza di alunno (da *alere*, alimentarsi e quindi crescere, diventare *alto, adulto*).

Per concludere, tirando le somme, ritengo che questa esperienza di tirocinio diretto sia stata per me altamente formativa, soprattutto perché mi ha permesso di instaurare un rapporto diretto con le persone, siano essi alunni o insegnanti. Attraverso il rapporto con gli insegnanti ho capito come viene vissuto da loro il mestiere di docente, con quale passione viene affrontato e quante soddisfazioni esso possa dare loro. Attraverso il rapporto con gli studenti, ho imparato come rapportarmi con degli adolescenti, quanta cura ci vuole per farli crescere e quanta passione dobbiamo metterci per farlo.

## **IL TIROCINIO INDIRETTO**

All'interno dei corsi del TFA sono stati previsti dei crediti formativi ottenibili attraverso delle attività di tirocinio indiretto. Ciascun tirocinante è stato tenuto a svolgere un monte ore relativo alla propria situazione. Nel mio caso, dei sedici crediti previsti per ognuno di noi, ne ho dovuto conseguire soltanto tredici, in quanto il mio dottorato di ricerca prevedeva una riduzione di tre C.F.U dal monte ore totale. A ciascuna "classe di concorso" del TFA è stato affidato un tutor coordinatore per lo svolgimento di tali attività. La sua funzione è stata quella di coordinare e gestire le attività di ciascuno di noi mettendoci a conoscenza di tutto quello che è inerente la scuola e che ritengo fondamentale per lo sviluppo formativo di un docente. Il nostro tutor coordinatore è stata Lucia Lupo, docente al liceo scientifico statale "G. Galilei" di Palermo. Il lavoro da lei organizzato, è stato suddiviso in molti incontri nei quali lei ha potuto dedicarsi a noi come gruppo e anche singolarmente. Insieme abbiamo potuto instaurare una conoscenza reciproca che ci ha permesso di lavorare con serenità e partecipazione. Lo scopo degli incontri è stato quello di farci riflettere su alcune problematiche legate alla scuola, anche sulla base delle normative legislative vigenti. Alla fine di ogni incontro ci sono stati dati numerosi spunti per riflettere, anche e soprattutto, sulla base delle nostre esperienze e della nostra sensibilità. In questa relazione cercherò di riportare tutto quello che ho capito e maturato durante questi incontri con la nostra tutor.

Inizialmente abbiamo focalizzato la nostra attenzione sulla funzione docente, intesa come esplicazione essenziale dell'attività di trasmissione della cultura, di contributo alla elaborazione di essa e di impulso alla partecipazione dei giovani a tale processo e alla formazione umana e critica della loro personalità. Sarebbe un grave errore intendere il lavoro dell'insegnante solo lo svolgimento delle ore curricolari di lezioni frontali con le classi; ogni docente, infatti, oltre a svolgere il suo normale carico didattico, deve espletare le altre attività connesse con la funzione docente, tenuto conto dei rapporti inerenti alla natura dell'attività didattica e della partecipazione al governo della comunità scolastica. In particolare essi sono tenuti a curare il proprio aggiornamento culturale e professionale, anche nel quadro delle iniziative promosse dai competenti organi; sono tenuti a partecipare alle riunioni degli organi collegiali di cui fanno parte; di partecipare alla realizzazione delle iniziative educative della scuola deliberate dai competenti organi; di curare i rapporti con i genitori degli alunni delle rispettive classi e di partecipare ai lavori delle commissioni di esame e di concorso di cui siano stati nominati componenti. Si rende quindi evidente che il

profilo professionale dei docenti sia costituito da competenze disciplinari, psicopedagogiche, metodologico-didattiche, organizzativo-relazionali, di ricerca, documentazione e valutazione.

Nell'ambito del calendario scolastico delle lezioni definito a livello regionale, l'attività di insegnamento si svolge in 25 ore settimanali nella scuola dell'infanzia, in 22 ore settimanali nella scuola elementare e 18 ore settimanali nelle scuole e istituti d'istruzione secondaria ed artistica, distribuite in non meno di cinque giornate settimanali. Le attività di carattere collegiale riguardanti tutti i docenti sono costituite dalla partecipazione alle riunioni del Collegio dei Docenti, compresa l'attività di programmazione e verifica di inizio e fine anno e l'informazione alle famiglie sui risultati degli scrutini trimestrali e finali (fino a 40 ore annue); dalla partecipazione alle attività collegiali dei consigli di classe, di interclasse, di intersezione. Gli obblighi relativi a queste attività sono programmati secondo criteri stabiliti dal collegio dei docenti e nella sopracitata programmazione occorrerà tener conto degli oneri di servizio degli insegnanti con un numero di classi superiore a sei in modo da prevedere un impegno fino a 40 ore annue; dello svolgimento degli scrutini e degli esami, compresa la compilazione degli atti relativi alla valutazione.

Alla fine del nostro primo incontro la nostra tutor ci ha invitato a riflettere sul concetto di libertà di insegnamento. L'art. 33 della nostra Costituzione asserisce che "L'arte e la scienza sono libere e libero ne è l'insegnamento". La libertà di insegnamento diviene quindi un elemento imprescindibile per l'insegnante e anche per il rispetto della condizione degli alunni. Essa deve essere interpretata come quella facoltà che ciascun docente può realizzare con tutte le funzioni che comporta. È opportuno precisare che, affinché essa possa esistere, è necessaria in primo luogo, l'organizzazione reale ed effettiva della società in corpi intermedi, ma ciò comporterebbe un riconoscimento di questi ultimi da parte dello Stato ed inoltre diventerebbe necessario che esso non si intrometta nei doveri, facoltà e diritti che ad essi corrispondono, come enti naturali e anteriori ad esso. Affinché questa libertà d'insegnamento esista, è necessaria una determinata triplice attitudine da parte dello Stato. Da un lato è necessario che esso vegli perché non vengano superati i limiti della libertà d'insegnamento; inoltre è necessario che lo Stato operi all'interno dei limiti che sono imposti dalla sua missione propria e specifica. Ma quali sono i limiti nella libertà di insegnamento? In realtà questo sembrerebbe contrastare con la parola libertà; che libertà ci può essere se essa deve passare per alcuni limiti? In realtà ho capito che non è così e cercherò di spiegare brevemente quello che ho compreso. La libertà d'insegnamento, come ogni libertà concreta, è circoscritta entro limiti certi, determinati dalla natura del suo oggetto. La libertà d'insegnamento è ordinata ad un fine proprio e specifico che ha per oggetto la trasmissione, acquisizione, indagine e conservazione della verità. La natura dell'insegnamento, che ha come oggetto proprio la verità e suppone un esercizio

senza limitazioni d' alcun genere, trova il suo fine solo quando non si stabiliscono limitazioni, monopoli o proibizioni, ossia con il raggiungimento della libertà d' insegnamento.

Il secondo argomento trattato è stato quello degli organi collegiali scolastici, argomento per me fino a quel momento completamente sconosciuto. Gli organi collegiali sono organismi di governo e di gestione delle attività scolastiche a livello territoriale e di singolo istituto. Con la legge n. 477 del 1973, il Parlamento ha delegato il Governo a emanare norme sullo stato giuridico del personale docente e non docente della scuola e sugli organi collegiali. In questi organi dovevano essere rappresentati docenti, non docenti, genitori e studenti, per consentire a tutte queste componenti di partecipare alla gestione della scuola. I componenti degli organi collegiali vengono eletti dai componenti della categoria di appartenenza; i genitori che fanno parte di organismi collegiali sono, pertanto, eletti da altri genitori. Gli organi collegiali si dividono in scolastici e territoriali. La funzione degli organi collegiali è diversa a seconda dei livelli di collocazione: è consultiva e propositiva a livello di base (consigli di classe e interclasse), è deliberativa ai livelli superiori (consigli di circolo/istituto, consigli provinciali).

Con il DPR n. 416 del 1974 vennero istituiti e riordinati i seguenti organi collegiali scolastici: il consiglio di classe, il collegio dei docenti, il consiglio di circolo o di istituto. Il consiglio di classe si occupa dell' andamento generale della classe, formula proposte al dirigente scolastico per il miglioramento dell' attività, si esprime su eventuali progetti di sperimentazione, presenta proposte per un efficace rapporto scuola-famiglia. I genitori possono far parte, se eletti, dei consigli di classe (consigli di interclasse nella scuola primaria e di intersezione nella scuola dell'infanzia). Tutti i genitori (padre e madre) hanno diritto di voto per eleggere i loro rappresentanti in questi organismi ed è loro diritto proporsi per essere eletti. L'elezione nei consigli di classe si svolge annualmente, mentre per i consigli di circolo/istituto si svolge ogni triennio. Il collegio dei docenti è composto dal personale docente di ruolo e non di ruolo in servizio nel circolo o nell'istituto, ed è presieduto dal direttore didattico o dal preside. Fanno altresì parte del collegio dei docenti i docenti di sostegno che assumono la contitolarità di classi del circolo o istituto. Esso ha potere deliberante in materia di funzionamento didattico; in particolare cura la programmazione dell'azione educativa anche al fine di adeguare, nell'ambito degli ordinamenti della scuola stabiliti dallo Stato, i programmi di insegnamento alle specifiche esigenze ambientali e di favorire il coordinamento interdisciplinare. Esso esercita tale potere nel rispetto della libertà di insegnamento garantita a ciascun docente; formula proposte al direttore didattico o al preside per la formazione, la composizione delle classi e l'assegnazione ad esse dei docenti, per la formulazione dell'orario delle lezioni e per lo svolgimento delle altre attività scolastiche, tenuto conto dei criteri generali indicati dal consiglio di circolo o d'istituto; delibera, ai fini della valutazione degli alunni e

unitamente per tutte le classi, la suddivisione dell'anno scolastico in due o tre periodi; provvede all'adozione dei libri di testo, sentiti i consigli di interclasse o di classe e, nei limiti delle disponibilità finanziarie indicate dal consiglio di circolo o di istituto, alla scelta dei sussidi didattici; elegge, in numero di uno nelle scuole fino a 200 alunni, di due nelle scuole fino a 500 alunni, di tre nelle scuole fino a 900 alunni, e di quattro nelle scuole con più di 900 alunni, i docenti incaricati di collaborare col direttore didattico o col preside; uno degli eletti sostituisce il direttore didattico o preside in caso di assenza o impedimento. Nelle scuole le cui sezioni o classi siano tutte finalizzate all'istruzione ed educazione di minori portatori di handicap anche nei casi in cui il numero degli alunni del circolo o istituto sia inferiore a duecento, il collegio dei docenti elegge due docenti incaricati di collaborare col direttore didattico o preside; ed elegge altresì i suoi rappresentanti nel consiglio di Istituto. Il collegio dei docenti si insedia all' inizio di ciascun anno scolastico e si riunisce ogni qualvolta il direttore didattico o il preside ne ravvisi la necessità oppure quando almeno un terzo dei suoi componenti ne faccia richiesta; comunque, almeno una volta per ogni trimestre o quadrimestre. Le riunioni del collegio hanno luogo durante l'orario di servizio in ore non coincidenti con l'orario di lezione. Il Consiglio di Istituto elabora e adotta gli indirizzi generali e determina le forme di autofinanziamento della scuola, delibera il bilancio preventivo e il conto consuntivo e stabilisce come impiegare i mezzi finanziari per il funzionamento amministrativo e didattico, adotta il regolamento interno dell'istituto, gestisce l'acquisto, il rinnovo e la conservazione di tutti i beni necessari alla vita della scuola e prende le decisioni in merito alla partecipazione del circolo o dell'istituto ad attività culturali, sportive e ricreative, nonché allo svolgimento di iniziative assistenziali. Inoltre adotta il Piano dell'offerta formativa elaborato dal collegio dei docenti, indica i criteri generali relativi alla formazione delle classi, all'assegnazione dei singoli docenti, e al coordinamento organizzativo dei consigli di classe, esprime parere sull'andamento generale, didattico ed amministrativo, del circolo o dell'istituto, stabilisce i criteri per l'espletamento dei servizi amministrativi ed esercita le competenze in materia di uso delle attrezzature e degli edifici scolastici. Gli organi collegiali territoriali sono: il Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione (a livello centrale); i Consigli regionali dell'istruzione (a livello regionale); i Consigli scolastici locali (a livello locale). (si vedano i siti [S1] e [S2]).

Durante i nostri incontri abbiamo approfondito anche il tema della riforma della scuola e delle indicazioni nazionali nei nuovi licei. Il riordino dei cicli scolastici è stato attuato con la riforma Gelmini nell'anno 2010 ed è tuttora in vigore. Riporto di seguito i decreti legge relativi alla scuola secondaria di secondo grado:

1. *D.P.R. n° 87 del 15/03/2010 “Regolamento Recante Norme per il Riordino degli Istituti Professionali”.*

2. *D.P.R. n° 88 del 15/03/2010 “Regolamento Recante Norme per il Riordino degli Istituti Tecnici”.*
3. *D.P.R. n° 89 del 15/03/2010 “Regolamento Recante Norme per il Riordino dei Licei”.*

Tutti questi decreti legge sono stati per noi oggetto di relazione e, in particolare, io ho approfondito il *D.P.R. n° 89 del 15/03/2010*, ponendo quindi maggiore attenzione al riassetto dei Licei.

Altro argomento da noi approfondito è stato quello dell'autonomia scolastica e della creazione di una vera e propria “scuola dell'autonomia”. La Legge del 7 agosto 1990 n. 241, meglio nota come legge sulla trasparenza amministrativa, crea rispetto al passato un nuovo rapporto tra la Pubblica Amministrazione ed i cittadini. Nasce quindi l'esigenza di dar voce, ma soprattutto piena applicazione, all'articolo 5 della Costituzione, che sancisce che la Repubblica Italiana riconosce e promuove le autonomie locali, attua nei servizi dello Stato il più ampio decentramento amministrativo e adegua i principi e i metodi della sua legislazione alle esigenze dell'autonomia e del decentramento. La parola autonomia quando è riferita ad un Ente pubblico indica la facoltà di realizzare le finalità istituzionali assegnate dalla Legge, autoregolando le proprie attività, mentre il decentramento amministrativo avvicina i luoghi di formazione delle decisioni ai contesti socioeconomici nei quali vivono ogni giorno i cittadini. Il decentramento amministrativo si realizza secondo il principio di sussidiarietà, in base al quale le funzioni devono essere assegnate al livello di governo in cui possono essere meglio esercitate nell'interesse delle comunità locali con la conseguente attribuzione della generalità dei compiti e delle funzioni amministrative agli Enti Locali, al fine di favorire l'assolvimento di funzioni e compiti di rilevanza sociale all'Autorità territorialmente e funzionalmente più vicina ai cittadini.

Dal punto di vista normativo la piena autonomia scolastica si è avuta con il DPR 8 marzo 1999 n. 275, il regolamento recante norme in materia di autonomia delle istituzioni scolastiche, che altro non è, che il Decreto applicativo dell'articolo 21 della Legge 15 marzo 1997 n. 59. In un contesto specifico come quello scolastico l'autonomia è la capacità di progettare e realizzare interventi educativi di formazione e istruzione finalizzati allo sviluppo e alla crescita della persona umana. “Gli interventi educativi previsti devono essere coerenti con i diversi contesti territoriali e con la domanda delle famiglie, con l'obiettivo di migliorare l'efficacia del processo d'insegnamento e d'apprendimento, al fine di garantire agli alunni il successo formativo mediante l'utilizzo di risorse umane, economiche e strutturali ”. (Si veda “L'autonomia scolastica” di Giacomo D'Alterio).

Mi sembra opportuno ricordare che, come sottolinea D'Alterio, il processo dell'autonomia si è avuto con il dimensionamento ottimale delle scuole, con l'attribuzione dell'autonomia e della

personalità giuridica riconosciuta alla scuola e con il conferimento della qualifica dirigenziale ai capi d'istituto con l'introduzione di un'Area separata di contrattazione, l'Area V del Contratto Collettivo Nazionale di Lavoro (CCNL). In quest'ottica innovativa il dirigente scolastico diventa colui che riesce ad assicurare la gestione unitaria della scuola, colui che ne ha rappresentanza legale e ne è responsabile della gestione delle risorse finanziarie e strumentali e dei risultati del servizio scolastico, colui che ha in mano autonomi poteri direzionali, coordinamento e valorizzazione delle risorse umane nel rispetto delle competenze degli organi collegiali. Alla luce del nuovo contesto normativo diventa inevitabile conferire la funzione direttiva ai responsabili amministrativi, che dal 1° settembre 2000 diventano direttori dei servizi generali e amministrativi. Il dirigente scolastico e il direttore dei servizi generali e amministrativi (DSGA) sono chiamati a condividere la gestione di una complessa unità organizzativa. Quest'ultimo ha autonomia operativa e responsabilità diretta nella definizione ed esecuzione degli atti amministrativi, contabili e di economato.

Durante le ore di tirocinio indiretto ci siamo anche soffermati a discutere sul POF di una scuola e sulla valutazione della seconda prova (matematica) dell'esame di stato. Per quanto concerne il POF si veda la parte della relazione inerente al tirocinio diretto e il sito [S7], mentre invece, in merito alla valutazione della seconda prova dell'esame di stato vorrei spendere qualche parola in più argomentando quello che ho appreso tramite il nostro lavoro di approfondimento. A titolo di esempio abbiamo analizzato la prova di matematica della sessione ordinaria del 2012. Dopo aver analizzato il compito nella sua integrità, abbiamo analizzato e commentato alcune griglie di valutazione che ci sono state consegnate dai nostri tutor (di tirocinio diretto e indiretto). La prima griglia da noi analizzata scompone ogni quesito e ogni problema in alcune parti in base a differenti criteri: viene attribuito un punteggio per le conoscenze, uno per le capacità logico-argomentative, uno per la correttezza e chiarezza degli svolgimenti e uno per la completezza dell'esercizio. Il punteggio massimo ottenibile nel compito è di 150/150, punteggio che viene poi tradotto in quindicesimi sulla base di una tabella di conversione. Mi sembra opportuno precisare che tale griglia è una griglia che viene fatta a posteriori sulla base delle difficoltà e peculiarità di ogni quesito e problema. L'altra griglia di valutazione che voglio commentare è quella in uso al liceo scientifico statale "G.Galilei". La differenza fondamentale tra le due griglie sta nel fatto che quest'ultima è fatta a priori ed è indipendente dal particolare problema assegnato ( i punteggi massimi di ogni quesito e di ogni punto dei problemi sono identici ). Ovviamente questo tipo di valutazione è a vantaggio dello studente, in quanto, oggettivamente, i quesiti di una prova e le varie parti dei problemi non hanno mai la stessa difficoltà; generalmente ce ne sono di più facili e di più difficili. In tal modo lo studente, dimostrando anche in questo un atto di maturità, può scegliere in autonomia di optare per gli esercizi più facili o quantomeno per quelli a lui più congeniali.

Inevitabilmente questo tipo di valutazione è più soggettivo e non può essere, a mio avviso, ben quantificato dal docente. È pur vero che sono previste delle tabelle su cui sono riportati i criteri per l'attribuzione di un giudizio, ma nonostante ciò questo tipo di valutazione adottata non mi convince del tutto. In conclusione lo studio di tali griglie di valutazione del tutto diverse tra di loro, mi ha permesso di capire, in modo critico, quanto sia difficile trovare il metro di valutazione più corretto per uno studente soprattutto durante gli esami di stato.

In un altro incontro abbiamo affrontato il tema della valutazione di sistema e di istituto, argomento che è stato oggetto di una nostra riflessione ed elaborazione. Riporto di seguito un estratto del nostro lavoro di approfondimento. (Si veda il sito internet [S9]).

La valutazione della scuola sta diventando oggi una rilevante "sfida" istituzionale, oltre che una controversa questione pedagogica. Si registra infatti una forte domanda sociale di valutazione, innescata da una maggiore attenzione alla formazione intesa come risorsa fondamentale a disposizione della società intera e di ciascuno dei suoi membri. Dopo lo sviluppo degli anni sessanta e settanta, il sistema scolastico ha rallentato la sua corsa; il decremento della natalità, la crisi della finanza pubblica, il moltiplicarsi dei saperi e dei luoghi ove è possibile apprenderli, hanno affievolito il ruolo centrale della scuola nelle politiche pubbliche. Inoltre, il principio di una "educazione lungo tutto l'arco della vita" tende a delimitare ulteriormente il campo dell'istruzione formale, cioè della scuola intesa come istituzione esclusivamente per le giovani generazioni.

Di fronte ad una pluralità di sedi e di offerte, gli utenti (i genitori) ed i committenti (le istituzioni pubbliche) sono diventati sempre più esigenti e selettivi nei confronti della formazione, tendendo ad utilizzare criteri di comparazione tra costi e benefici e assumendo un continuo anche se non voluto atteggiamento valutativo. In questo quadro, il terreno della valutazione può rappresentare l'occasione per ricostruire un rapporto positivo tra scuola e società civile, oggi fortemente deteriorato. Di questi diversi aspetti si occupa il sistema nazionale di valutazione e la sua stessa costituzione risponde ad una logica istituzionale. In via preliminare, per la nostra discussione, è necessario delimitare il campo della valutazione: è possibile infatti rintracciare i diversi profili di una valutazione strettamente didattica (rivolta ad apprezzare i processi e gli esiti dell'apprendimento), una di istituto (volta a rilevare le caratteristiche del servizio erogato da una scuola), una valutazione di sistema, orientata a cogliere le grandi tendenze, il rapporto costi/benefici, il peso delle variabili geografiche e territoriali. Un percorso di valutazione è richiesto dall'autonomia dei singoli istituti, che sono tenuti a dotarsi di strumenti e procedure per verificare la propria produttività culturale ed il raggiungimento di obiettivi e standard nazionali. La conquista dell'autonomia va dunque di pari passo con lo sviluppo di una cultura e di una attitudine alla valutazione, all'autovalutazione e alla valutazione interna ed esterna. L'autovalutazione coinvolge i



sogetti stessi che compiono l'attività, mentre la valutazione esterna oltre che essere condotta da agenti esterni vuole "testare" il raggiungimento di obiettivi definiti a livello generale (esterni al singolo istituto). Il processo autovalutativo può dar vita ad una vera e propria valutazione interna, cioè ad una azione volta ad apprezzare il raggiungimento di obiettivi specifici, legati ad un preciso contesto operativo.

A titolo di esempio ho analizzato quello che succede nel liceo scientifico statale "G.Galilei" di Palermo, del quale ho letto e studiato il "Rapporto di autovalutazione" che si può trovare agevolmente sul sito internet dell'istituto ([S7]). Durante le attività di tirocinio indiretto abbiamo anche seguito un seminario svolto dalla Prof.ssa Macaluso che ci ha parlato della valutazione d'istituto e ci ha permesso di riflettere in modo più attento e critico su questo aspetto.

Un altro argomento trattato, è stato quello di didattica per competenze nelle scuole e conseguentemente quello di competenze dei docenti, che ci ha portato a riflettere maggiormente sulla specificità dei docenti di matematica e fisica. Per competenza si può intendere, l'insieme delle conoscenze, abilità e atteggiamenti che consentono a un individuo di ottenere risultati utili al proprio adattamento negli ambienti per lui significativi. ([B2]) I termini "conoscenze", "abilità" e "attitudini" si ritrovano frequentemente sia nei documenti della Unione Europea che in quelli del MIUR, ma spesso nella scuola sono utilizzati con un significato non univoco: come bisogna quindi intenderli? Col termine conoscenze si intende *"informazioni e/o procedure apprese attraverso il processo di insegnamento/apprendimento"* ([S8]). Esse possono essere teoriche o pratiche. Le prime riguardano gli oggetti della conoscenza, le seconde procedure applicative. Le abilità sono requisiti di una competenza di una certa complessità che, se tarati e validati, divengono indicatori della competenza stessa. Con questo si intende dire che le abilità si configurano come le manifestazioni esterne e tangibili della presenza di una competenza. ([B2]). Esse possono essere cognitive (usare metodi e procedure) o pratiche (usare strumenti e macchine). Le attitudini, infine, non devono essere intese nel senso comune di "inclinazione", "predisposizione", ma come gli atteggiamenti che si adottano sia a livello personale sia nei rapporti con gli altri, e che derivano da uno status mentale appreso durante il percorso formativo. Le competenze hanno acquisito un ruolo centrale nei documenti formativi internazionali e nazionali, come possono realmente trovare applicazione nell'attività didattica quotidiana? Innanzitutto bisogna superare l'artificiosa contrapposizione tra competenze e conoscenze, dietro la quale si celerebbe la differenza tra una scuola rigorosa e "colta" (quella "antica") e un'altra buonista e semplificatoria (quella "moderna"). Non avrebbe senso, del resto, svincolare le competenze dai contenuti (le conoscenze), perché ovviamente le prime si innestano sui secondi, così come non avrebbe senso acquisire conoscenze fini a se stesse, che non si traducono mai in competenze (cioè nella capacità di usarle per i propri

scopi nella vita “reale”). Si può esemplificare questo assunto facendo riferimento alla geometria: tutti gli alunni della prima classe secondaria superiore di 2° grado conoscono il teorema di Pitagora e l’algoritmo di soluzione (conoscenze) e plausibilmente sanno risolvere problemi (abilità) in cui esso sia esplicitamente chiamato in causa (si parla di triangoli rettangoli, cateti, ipotenusa).

Ma se si chiede a uno studente di operare una qualche riflessione su un disegno che rappresenta uno spazio triangolare (una piazza, una stanza) e lo studente, autonomamente, si rende conto che si tratta di un triangolo rettangolo e che la soluzione si può trovare applicando il teorema di Pitagora, allora si può parlare di competenza: lo studente ha recepito e metabolizzato delle conoscenze ed è in grado di tirarle fuori per risolvere un problema che non ha direttamente a che fare con una situazione tipicamente scolastica. È ovvio dunque che possedere una competenza significa aver acquisito un apprendimento significativo. La competenza, inoltre, è tendenzialmente trasversale, interdisciplinare, non si può confinare all’interno di una disciplina ed è assolutamente trasferibile.

Le competenze fanno riferimento a procedure complesse, e dunque probabilmente non si possono valutare se non in maniera parziale, in relazione ad alcuni ambiti di esse e in maniera empirica, cioè per mezzo di una serie di prove che devono essere il più diverse possibile, per potere cogliere i diversi aspetti della competenza in oggetto. Naturalmente queste operazioni possono compiersi a vari livelli: è questa un’altra caratteristica della competenza, cioè il fatto che essa si articola in livelli di possesso, da un minimo a un massimo. In una prova di verifica delle competenze devono essere perciò previsti quesiti di diverso livello, che propongano difficoltà graduate, in modo da poter stabilire il livello della competenza posseduta. Il D.M. 139 del 22 agosto 2007 rende obbligatoria la certificazione delle competenze alla fine del percorso scolastico obbligatorio, per mezzo del modello adottato ai sensi del D.M. 9 del 27 gennaio 2010. È comprensibile che l’interesse per le competenze sia sorto in ambito europeo, perché la loro certificazione permette la confrontabilità tra studenti provenienti da paesi e sistemi formativi diversi, che ovviamente hanno studiato programmi diversi, ma trovano un terreno comune di confronto proprio sulle competenze, intese come il denominatore comune della cittadinanza europea. Alla spinta europea si aggiungeva poi quella dell’OCSE (Organizzazione per il commercio e lo sviluppo economico), organizzazione internazionale di cui anche l’Italia fa parte e che ha tra le proprie aree di interesse anche le politiche formative, considerate come fattore strategico di sviluppo di una nazione. Dal 2000, l’OCSE promuove la ricerca PISA (Programme for International Student Assessment) che ogni tre anni si propone di misurare le competenze degli studenti quindicenni relativamente a lettura, matematica e scienze, con risultati che per l’Italia sono stati in genere poco lusinghieri. Per questi motivi l’attenzione per una didattica fondata sulle competenze, del resto al centro della riflessione pedagogica internazionale da almeno 10 anni, si diffonde in Italia intorno alla fine del

novecento, nell'ambito del dibattito inerente al cosiddetto riordino dei cicli berlingueriano e alla formazione integrata in ambito tecnico-professionale. Il riferimento alle competenze si ritrova anche nelle Indicazioni nazionali per i diversi ordini di scuola allegata al D.Lgs. 19 febbraio 2004 n. 59, promulgato dal ministro Moratti per ridefinire gli obiettivi formativi della scuola dell'infanzia, primaria, e secondaria superiore di primo grado. (Per maggiori approfondimenti e per il testo di riferimento sulla didattica per competenze si veda il sito [S8]).

Parlando di competenze del docente e della specificità dei docenti di matematica e fisica, trovo molto interessante parlare del cosiddetto Triangolo di Chevallard, Joshua (1982). Tale triangolo altro non è che una rappresentazione grafica sintetica di tre componenti della situazione didattica di insegnamento (disposti nei vertici di un ipotetico triangolo costruito). Un vertice è occupato dall'insegnante (polo funzionale e pedagogico), un altro dall'allievo (polo genetico e psicologico) l'ultimo vertice dal sapere (polo ontologico e epistemologico). Per ogni vertice si identificano anche specifiche difficoltà: o riferite all'allievo (convinzioni; stili cognitivi; aspettative; competenze reali; deficit sensoriali o psichici; deprivazioni socio-culturali); o alle particolarità della disciplina matematica (aspetti storici, epistemologici, concettuali); oppure, infine, all'insegnante (aspettative; convinzioni; formazione). A queste difficoltà si aggiungono quelle riferite alle relazioni tra i vertici: allievo-matematica (immagine di scuola, di cultura, di sapere; rapporto personale con la matematica e, più in generale, con l'istituzionalizzazione del sapere); insegnante-allievo (caratterizzata da una relazione pedagogica asimmetrica); insegnante-matematica (idea di scuola; obiettivi dell'educazione; epistemologia, più o meno consapevole, dell'insegnante). Data la complessità del sistema didattico occorre prendere in considerazione tutti i vertici contemporaneamente e le relazioni fra essi. L'insegnante in classe si trova quindi a dover gestire tutte queste difficoltà con origini e tipologie diverse, per le quali necessita di strumenti e strategie opportune per favorire il loro superamento.

(Il testo intero in cui è possibile ritrovare questi concetti e approfondirli è [S3].)

Durante i nostri incontri di tirocinio altri argomenti su cui ci siamo ampiamente soffermati e su cui la nostra tutor ci ha permesso di riflettere, sono stati l'adozione dei libri di testo, i libri di testo in formato digitale e l'innovazione della didattica tramite l'utilizzo della LIM e del registro elettronico. In merito al problema dei libri di testo e della loro adozione, la nostra tutor si è soffermata a spiegarci le dinamiche che si presentano a scuola alla fine di ogni anno scolastico. Grazie a queste discussioni ho potuto comprendere quanto non sia per nulla facile scegliere il testo da adottare, e quali siano gli indicatori che un bravo docente dovrebbe tenere in considerazione. A tal proposito la nostra tutor ci ha fatto confrontare alcuni libri di testo adottati nella sua scuola,

facendoci realizzare delle schede di valutazione per ognuno di essi, in cui erano presenti alcuni indicatori della valutazione da noi decisi a priori. Abbiamo valutato la loro chiarezza nell'esposizione dei concetti, la loro facilità di lettura, il loro ordine, la presenza o meno di certi tipi di esercizi, la presenza di formule riassuntive e per ultimo, ma non ultimo, il costo degli stessi. Anche il fattore economico è da tenere strettamente in considerazione in quanto il corpo docente di ogni consiglio di classe è tenuto a rapportarsi ai limiti di budget imposti. Durante questi incontri abbiamo avuto anche l'occasione di parlare con un rappresentante di una casa editrice che ci ha spiegato il problema dell'adozione dei libri di testo dal suo punto di vista, ovvero da un punto di vista editoriale e di lecita concorrenza tra le diverse case editrici. Il rappresentante editoriale sopracitato ci ha anche spiegato qualcosa in merito ai libri di testo in formato digitale. Il DM 209/2013 introduce la digitalizzazione dei libri di testo a partire dall'anno scolastico 2014/2015. In realtà tale disposizione era stata introdotta dal decreto legge 18 ottobre 2012, n. 179, che tra l'altro ha disposto l'abrogazione dell'obbligo di adozione dei testi scolastici con cadenza pluriennale a partire dal 1° settembre 2013. Al decreto ministeriale è allegato un documento tecnico che definisce in maniera minuziosa le caratteristiche che dovranno avere i futuri libri di testo. Gli elementi essenziali di questo provvedimento sono i seguenti. Intanto un problema di tempistica; si partirà dall'anno scolastico 2014/2015, anno in cui i docenti potranno adottare ( a discrezione del collegio dei docenti) i libri nella versione digitale o mista per la prima e terza classe delle scuole secondarie di secondo grado. A mio avviso il vantaggio principale dei testi in formato digitale sta nella riduzione dei costi, i tetti di spesa saranno ridotti, infatti, del 20%. Inoltre l'agenzia INDIRE attiverà puntuali e continue azioni di monitoraggio e documentazione dell'andamento delle adozioni dei libri in versione mista e digitale sia delle proposte di integrazione tra supporti tecnologici destinati agli studenti (tablet, pc/portatili etc..), soluzioni di connettività (fibra, satellite, wifi ecc.) e libri di testo e contenuti digitali. Il libro di testo in versione mista conterrà una parte "testuale-narrativa, descrittiva-esplicativa", in formato cartaceo o digitale, con i fondamenti della singola disciplina (leggi, definizioni, fatti, processi, ecc.) e una parte di contenuti digitali integrativi. Il problema principale connesso ai libri di testo in formato digitale risiede, a mio avviso, nel fatto che in questo modo gli studenti (seppur appartenenti ad una nuova generazione in cui tutto è informatizzato) avranno più problemi nella consultazione di questi testi, in quanto la lettura di intere pagine di lezione tramite PC o tablet crea maggiori distrazioni nella testa di un essere umano, lo scorrere le pagine tramite mouse porta con se un offuscamento del campo visivo, fondamentale, a mio avviso, per una perdita di concentrazione. (Si veda anche il sito internet [S6]. )

Sempre nell'ambito di "informatizzazione delle scuole" rientra il problema dell'adozione del "Registro elettronico". Il registro elettronico permetterà di vedere online i voti e le assenze. I

genitori dei ragazzi potranno accedere con password e sapranno in diretta, in tempo reale, se il figlio è stato a scuola o no, quale voto ha preso, in quale materia, la media, le note disciplinari, gli esiti intermedi e finali. Mi sembrano appropriate, a tal proposito, le parole di Mariapia Veladiano in un articolo della “Repubblica” del 2 gennaio 2013 (Si veda [S4]), che bene fanno capire alcune tra le possibili problematiche connesse all’introduzione dei registri elettronici nella scuola.

*“Dove il registro elettronico c'è da un po', capita che i genitori non si facciano più vedere ai colloqui con i docenti o alle riunioni della Consulta, basta il voto letto sul video, la media la sanno fare da sé. Come se la valutazione fosse cosa di numeri: niente storia di una conquista da raccontare e condividere, niente alleanza educativa da concordare. La scuola in numeri: quattro-cinque-sei. Oppure i genitori a scuola ci vanno, ma vanno a fine quadrimestre e a fine anno, a contestare il voto in pagella, perché non rispetta la media dei voti monitorata per mesi online. Come se il processo di apprendimento e crescita potesse diventare un numero appunto. [...]”*

A mio avviso il maggiore problema sta proprio in questo, nella perdita di contatto umano tra persone. Ritengo fondamentale a tal proposito, stabilire un contatto e un rapporto continuo tra docenti-alunni-genitori, rapporto fondato sul dialogo, sulla fiducia e sul rispetto reciproci; sapere tutto subito placa l'ansia ma non sostituisce la fiducia e codifica un terreno di ambigua trasparenza.

A proposito di innovazioni nella scuola moderna non si può non parlare dell’innovazione data dalla lavagna elettronica (LIM). La Lavagna interattiva multimediale è composta dalla superficie interattiva, un dispositivo elettronico avente le dimensioni di una lavagna tradizionale, sulla quale è possibile interagire usando le mani o degli appositi pennarelli (anche di colori differenti). La LIM svolge un ruolo chiave nella didattica innovativa: essa è uno strumento “a misura di scuola” che consente di integrare le Tecnologie dell’Informazione e della Comunicazione nella didattica in classe e in modo trasversale alle diverse discipline. L’innovazione delle pratiche educative è un processo di profonda trasformazione, per cui il docente necessita di essere sostenuto nella sua esperienza professionale. L’Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell’Autonomia Scolastica ha progettato un percorso di accompagnamento all’adozione della tecnologia LIM nelle scuole attraverso un piano di formazione mirato, volto a costruire una pratica riflessiva e a offrire ai docenti un supporto per la progettazione e la conduzione di attività didattiche con la LIM. (Si veda [S5]). A mio avviso, i vantaggi della didattica tramite LIM sono notevoli, perché essa permette di realizzare un tipo di didattica innovativa, più coinvolgente per gli studenti del nuovo millennio figli di una società totalmente informatizzata.

Nell’ottica della didattica innovativa, soprattutto in riferimento alla matematica e alla fisica, non si può non parlare dell’importanza che riveste la didattica laboratoriale. Non ritorno sul tema del laboratorio di fisica (argomento già trattato nella parte inerente al tirocinio diretto), piuttosto,

preferisco spendere poche parole sul laboratorio di matematica e sulla sua importanza in un'ottica di didattica moderna. (Si veda il sito internet [S3].)

L'idea di laboratorio di matematica come ambiente adatto all'apprendimento della matematica è assai diffusa fin dagli anni '70-'80. Secondo la definizione di D'Amore, Marazzani del 2005, *“il laboratorio di matematica è quel luogo nel quale si costruisce qualche cosa di concreto che ha a che fare con la matematica”*.

IL laboratorio di matematica è dunque quel luogo in cui lo studente può costruire figure geometriche, forme, tassellazioni del piano, grafici di funzioni, calcolatrici, ecc. Esso dovrebbe essere un luogo fisicamente distaccato dall'aula, con regole di comportamento e orari di visita differenti e con un personale tecnico appropriato.

Ovviamente, il laboratorio, in mancanza di spazi attrezzati, può essere l'aula stessa; il tecnico di laboratorio, per mancanza di personale, può essere l'insegnante stesso; ma sicuramente questa impostazione “debole” di laboratorio di matematica non ha la stessa efficacia di quella “forte”.

Se l'ambiente rimane lo stesso, e anche l'insegnante, è più facile che l'allievo si senta valutato per i suoi tentativi a volte goffi di creare matematica, quindi possono scattare giusti meccanismi di difesa: può cessare la sua libera attività creativa.

In ogni caso, come primo approccio ad un cambiamento di impostazione nell'insegnare matematica anche l'interpretazione “debole” dell'idea di laboratorio di matematica può essere una buona partenza, soprattutto per Centri di formazione con una forte valenza professionalizzante.

*“L'idea vincente sarebbe di affiancare laboratori tecnici professionalizzanti a laboratori di matematica (nel senso “forte” del termine, in uno specifico ambiente e con personale tecnico specializzato diverso dall'insegnante di classe) dove si realizzano oggetti pensati per saperi matematici di base, indispensabili per l'interpretazione di ciò che gli allievi incontrano a scuola ma soprattutto nella vita di tutti i giorni. [S3]”*

Attraverso l'utilizzo del laboratorio i docenti possono dunque impostare una metodologia didattica, un atteggiamento, che può cambiare le relazioni interpersonali in aula tra i tre “vertici” del triangolo della didattica di Chevallard.

Dopo questo excursus sulle attività di tirocinio indiretto mi permetto di fare solo alcune ultime considerazioni finali. L'attività svolta insieme alla Prof.ssa Lupo è stata per me altamente motivante soprattutto per due motivi. In primo luogo perché mi ha fatto capire quanto sia complesso e articolato il mondo dell'insegnamento, mi ha fatto capire cosa ci sia dietro il “normale” lavoro di un docente, quanta consapevolezza ciascuno di noi deve avere nell'approccio verso questo mestiere. In secondo luogo mi preme sottolineare l'aspetto umano sviluppato; la Prof.ssa mi ha fatto capire

ancora di più l'importanza del lavoro di gruppo, della cooperazione e collaborazione tra individui, fondamentale nell'ottica di un insegnante.

Preciso inoltre che nella stesura di tale relazione ho consultato anche i testi [B1], [B3] e [B4].

## **ESPERIENZA SIGNIFICATIVA**

### **“Storia e didattica delle equazioni di secondo grado”**

Durante il percorso didattico disciplinare del TFA abbiamo seguito il corso di Storia e didattica della matematica tenuto dalla Prof.ssa Cinzia Cerroni e dalla Prof.ssa Teresa Marino. Ho deciso di sviluppare, come argomento disciplinare significativo della relazione del percorso formativo del TFA, lo studio delle equazioni di secondo grado da un punto di vista storico-didattico, supponendo tale percorso rivolto ai docenti e agli alunni di una classe seconda di un liceo scientifico.

Prima di cominciare la vera e propria trattazione potremmo chiederci perché è importante un quadro storico di riferimento quando si studia e si fa studiare la matematica. A mio avviso la risposta sta nel fatto che l'evoluzione storica può indicare le graduali tappe che devono essere percorse nell'itinerario didattico, per poter avviare gli allievi alla disciplina considerata e quindi, nel caso trattato, all'uso del simbolismo algebrico proprio delle equazioni e quindi ad un'astrazione sempre più massiccia. Dal punto di vista dello studente, invece, lo studio dell'evoluzione storica di un concetto può essergli di stimolo per fargli comprendere come ogni concetto matematico sia frutto di un'evoluzione storica che spesso abbraccia secoli interi.

Un'analisi storica dell'Algebra ed in particolare del concetto di equazione, mostra che per molti secoli questa disciplina è rimasta indietro rispetto alla Geometria e che la costruzione del fondamentale simbolismo algebrico ha avuto un decollo lento e difficoltoso.

È quindi possibile che anche gli studenti riscontrino gli stessi ostacoli e facciano gli stessi errori che tanti altri del passato hanno commesso. È fondamentale allora, a mio parere, prima di addentrarci nello studio della didattica, tracciare un quadro storico dell'Algebra ripercorrendo le varie tappe del suo sviluppo e soffermandoci sull'evoluzione del concetto di equazione algebrica e anche sull'analisi di alcuni metodi di risoluzione utilizzati nel passato ma che risultano ancora straordinariamente attuali. Il presente lavoro include anche una parte significativa di didattica della matematica, in cui ci siamo occupati di svolgere un'analisi a priori e una a posteriori sull'insegnamento delle equazioni di secondo grado in una seconda classe di liceo scientifico, tramite la somministrazione di un test di verifica mirato e impostando il nostro lavoro da un punto di vista di ricerca universitaria in didattica della matematica.

## PERCORSO STORICO

### GLI EGIZI

Nei papiri egiziani si trovano numerosi esempi di equazioni con enunciati e soluzioni completamente privi di simbolismo algebrico. Ad esempio il papiro Rhind, noto anche come papiro di Ahmes (nome del suo autore), contiene una tavola per esprimere le frazioni con numeratore 2 e denominatore da 5 a 101 come somma di frazioni con numeratore 1 o frazioni unitarie. Per esempio, consideriamo il problema 24 contenuto nel papiro ([1]).

PROBLEMA: Qual è il valore del “Mucchio” se il “Mucchio” e un settimo del “Mucchio” sono uguali a 19.

Tradotto nel linguaggio moderno il problema si riconduce a risolvere l'equazione

$$x + \frac{1}{7}x = 19$$

Il metodo di risoluzione di Ahmes consiste nell'attribuire all'incognita  $x$  un valore numerico, plausibilmente falso, e lavorare su questo valore secondo le operazioni indicate nell'equazione. Il risultato finale ottenuto verrà poi confrontato con il risultato richiesto e ricorrendo all'uso di proporzioni si troverà la risposta esatta.

Se per esempio attribuiamo alla  $x$  il valore 7 otteniamo:

$$x + \frac{1}{7}x = 8$$

Possiamo quindi scrivere la proporzione:  $8:19 = 7:x$  da cui  $x = \frac{19 \cdot 7}{8}$ .

Tale metodo è ricordato col nome di “*regula falsi*” o metodo della falsa posizione.

Il metodo della falsa posizione risulta molto interessante soprattutto se si pensa al periodo in cui esso è stato sviluppato. Quello che mancava essenzialmente a quest'algebra era la possibilità di indicare in qualche modo il numero incognito.

### L'ALGEBRA BABILONESE

L'algebra degli egiziani si era interessata per lo più ad equazioni lineari, ma raggiunte in mesopotamia un livello di sviluppo più elevato. Il sistema di numerazione cuneiforme, usato dai babilonesi, è a base 60, ottenuto come combinazione dei sistemi naturali a base 10 e a base 6, eredità che ci è giunta nella misurazione di angoli e tempo.

Il ritrovamento delle tavole Plimpton documenta come i babilonesi affrontavano problemi pratici attraverso l'uso di tavole di calcolo aritmetico e geometrico. Sulle tavole idearono la notazione posizionale, grazie alla quale, utilizzando gli spazi tra i simboli, raggruppavano le cifre ordinandole da destra verso sinistra, secondo potenze crescenti. Si consideri a titolo di esempio la seguente



scrittura  $\overline{\text{II}}$   $\overline{\text{II}}$   $\overline{\text{II}}$ . Essa indicava il numero  $2(60^2) + 2(60) + 2$  (in base 60). Questa scrittura ovviamente porta con se notevoli ambiguità (rimaste per mille anni circa) in merito alla cifra da esprimere. L'ambiguità veniva però eliminata in base al contesto e alla frase. Sembra che in un primo tempo i babilonesi non disponessero di alcun metodo per indicare una posizione vuota, cioè non possedevano nessun simbolo per lo zero, anche se talvolta lasciavano uno spazio vuoto dove si intendeva uno zero. Tuttavia ai tempi della conquista di Alessandro il Grande si disponeva già di un segno speciale, consistente in due piccoli cunei disposti obliquamente, segno che era stato introdotto perché servisse come indicatore di spazio dove mancava una cifra. A quanto pare, però, il simbolo usato dai babilonesi per indicare lo zero non pose fine a tutte le ambiguità, giacché sembra che tale segno venisse usato solo per indicare posizioni "vuote intermedie. Non esiste nessuna tavoletta in cui il segno per lo zero compaia in posizione terminale. Ciò vuol dire che i babilonesi dell'antichità non giunsero mai ad un sistema le cui cifre avessero un valore posizionale assoluto.

Fra le tavolette risalenti al periodo babilonese antico si trovano alcune tabelle contenenti le potenze successive di un dato numero, analoghe alle moderne tavole dei logaritmi, o, più esattamente degli antilogaritmi. Sono state altresì rinvenute tavole delle funzioni esponenziali in cui vengono elencate le prime dieci potenze delle basi 9 e 16 ([2]). L'algebra raggiunse in Mesopotamia un livello molto più alto di quello raggiunto in Egitto. Molti testi risalenti al periodo babilonese antico mostrano che la soluzione dell'equazione di secondo grado completa a tre termini non presentava nessuna seria difficoltà per i babilonesi, grazie alle abili operazioni algebriche che essi avevano sviluppato. La soluzione di un'equazione di secondo grado a tre termini andava molto al di là delle capacità algebriche degli egiziani. Nel 1930 Neugebauer scoprì che equazioni del genere erano state trattate efficacemente dai babilonesi in alcuni dei testi più antichi. Fino ai tempi moderni non si era mai pensato di risolvere un'equazione di secondo grado della forma  $x^2 + px + q = 0$ , dove p e q sono positivi, giacché l'equazione non ha nessuna radice positiva. Di conseguenza l'equazioni di secondo grado nell'antichità e nel medioevo, e persino all'inizio dei tempi moderni, venivano classificate in tre tipi:

$$1) x^2 + px = q \quad 2) x^2 = px + q \quad 3) x^2 + q = px.$$

Esempi di tutti e tre questi tipi si riscontrano nei testi del periodo babilonese antico risalenti a circa 4000 anni fa.

## L'ALGEBRA GRECA

Un percorso storico sull'evoluzione dell'algebra e delle equazioni di secondo grado non può non includere il contributo dato dai greci. Si deve ad essi l'invenzione di una matematica più astratta, fondata su una struttura logica di definizioni, assiomi, dimostrazioni e simboli. Questo lento

sviluppo ebbe inizio nel VI secolo A.C. con Talete di Mileto e Pitagora di Samo, che affrontarono lo studio delle equazioni di secondo grado partendo da problemi reali. Ad esempio, la ricerca della sezione aurea di un segmento di lunghezza  $l$ , si traduceva nella risoluzione dell'equazione:

$$1: x = x: (l - x) \text{ ovvero } x^2 = l^2 - lx.$$

La linea di demarcazione tra stile babilonese e stile greco sta proprio nella trasformazione dell'approccio all'uso dell'algebra.

Parlando dell'opera dei greci è impossibile non citare il lavoro di Euclide. Sarebbe troppo arduo affrontare una trattazione sistematica dell'opera degli Elementi, preferisco soffermare la mia attenzione sul II libro dedicato alla geometria algebrica. Tale libro è breve: contiene soltanto quattordici proposizioni, nessuna delle quali compare oggi nei moderni manuali. Tuttavia al tempo di Euclide questo libro ebbe grande importanza. La netta differenza tra il modo di vedere antico e quello moderno si spiega facilmente: oggi possediamo l'algebra simbolica e la trigonometria, che hanno sostituito gli equivalenti geometrici della matematica greca. Mentre oggi le grandezze vengono rappresentate da lettere che si intendono come numeri su cui operiamo secondo le regole algoritmiche dell'algebra, al tempo di Euclide le grandezze concepite come segmenti che soddisfacevano gli assiomi e i teoremi della geometria. Euclide quindi costruiva la soluzione delle equazioni di secondo grado mediante il procedimento noto come "applicazione delle aree". Questo metodo consiste nel problema di trovare un segmento, altezza di un rettangolo di area data, che a sua volta viene aggiunto o tolto ad un altro segmento assegnato, costituendo così la base del rettangolo in questione.

## DIOFANTO DI ALESSANDRIA

A Diofanto egli viene spesso dato l'appellativo di padre dell'algebra; anche se capiremo che tale appellativo non va preso alla lettera. L'opera principale a noi nota è l'Arithmetica, un trattato originariamente in tredici libri, di cui sono stati pervenuti solo i primi sei. L'Arithmetica di Diofanto è un trattato caratterizzato da un alto grado di raffinatezza e ingegnosità matematica; essa rappresenta essenzialmente una nuova branca matematica e fa uso di un metodo essenzialmente diverso. Per il fatto che in essa non compaiono metodi geometrici, assomiglia in larga misura all'algebra dei babilonesi; tuttavia, mentre i matematici babilonesi si erano interessati prevalentemente alla soluzione approssimata di equazioni determinate fino al terzo grado, la Arithmetica di Diofanto è quasi esclusivamente dedicata alla soluzione esatta di equazioni sia determinate che indeterminate. In ogni parte dei sei libri che ci sono pervenuti si fa uso sistematico di abbreviazioni per indicare potenze di numeri e per esprimere relazioni e operazioni ( [3] ). Un'incognita viene rappresentata da un simbolo simile alla lettera greca  $\gamma$ , il quadrato di tale incognita con  $\Delta^\gamma$ , il cubo come  $K^\gamma$ , la quarta potenza, che viene chiamata quadrato-quadrato, viene

rappresentata da  $\Delta^Y \Delta$ , la quinta potenza o quadrato-cubo da  $\Delta K^Y$ , e la sesta potenza o cubo-cubo da  $KK^Y$ . Diofanto era ovviamente a conoscenza delle regole di combinazione equivalenti alle nostre regole per gli esponenti, e possedeva termini specifici per indicar i reciproci delle prime sei potenze dell'incognita. La differenza principale tra la notazione abbreviata di Diofanto e la notazione algebrica moderna sta nella mancanza di simboli specifici per esprimere relazioni e operazioni, oltre che nell'assenza della notazione esponenziale. Questi elementi notazionali, assenti nell'algebra di Diofanto furono in gran parte introdotti durante il periodo che va dalla fine del XV all'inizio del XVII secolo.

## LA CINA E L'INDIA

Le civiltà della Cina e dell'India sono molto più antiche di quelle della Grecia e di Roma, anche se non furono anteriori a quelle che fiorirono nelle vallate del Nilo e della Mesopotamia. Esse risalgono all'età potamica, mentre la cultura greca e quella romana appartenevano all'Età classica. Per quanto concerne l'algebra vera e propria uno dei maggiori rappresentanti in Cina fu sicuramente Chu-Shih-chieh. Di lui si hanno ben poche notizie cronologiche ma si conviene nel considerare la sua attività tra il 1280 e il 1303. È in questo periodo che egli realizza la sua principale opera, Il Ssu-yuan yu-chien (prezioso specchio dei quattro elementi). Questo libro rappresenta il punto più alto raggiunto dall'algebra cinese: esso tratta infatti di sistemi di equazioni e di equazioni di grado sino al quattordicesimo. In esso l'autore espone un metodo di trasformazione che egli chiama fan-fa e che oggi è stato recepito come metodo di Horner, vissuto in Europa nel XVII secolo.

Per risolvere l'equazione  $x^2 + 252x - 5292 = 0$ , secondo tale metodo, l'autore poneva in prima approssimazione  $x=19$  (una radice è compresa tra 19 e 20), poi utilizzava la trasformazione  $y=x-19$ , per ottenere l'equazione  $y^2 - 290y - 143 = 0$ . Di quest'ultima ne dava il valore approssimato di  $y = \frac{143}{291}$ , pertanto il valore corrispondente di  $x$  era  $x = 19 + \frac{143}{291}$ . Tale metodo venne usato in seguito anche per la risoluzione di equazioni di grado superiore al secondo. Ci resta da affrontare infine lo spinoso problema di determinare quali influssi la Cina e l'India abbiano rispettivamente esercitato l'una sull'altra durante il primo millennio dell'Era Cristiana.

Tra il VII e il XII secolo pervenirono dall'India notevoli contributi all'algebra ed in particolare alle equazioni di secondo grado. Essi introdussero la numerazione posizionale ed i numeri indù: simboli usati per indicare i numeri da 1 a 9.

Verso il 630 fu attivo nell'India centrale il matematico Brahmagupta, che fu il primo a dare una soluzione generale all'equazione  $ax+by=c$ , con  $a, b, c$  interi. I contributi dati da Brahmagupta all'algebra sono di livello superiore rispetto alle sue regole di misurazione: troviamo qui anche l'utilizzo delle radici negative per un'equazione di secondo grado. Di fatto la sua opera presenta il primo esempio di aritmetica sistematica comprendente i numeri negativi e lo zero.

Inoltre, sebbene i Greci possedessero il concetto di nulla, non lo interpretarono mai come un numero, come invece fecero gli indiani. Tuttavia anche qui Brahmagupta non era chiaro, affermando che  $0:0=0$ , mentre non si pronunciava sulla questione delicata di  $a:0$ , per  $a$  diverso da zero.

*“Un numero positivo diviso per un numero positivo, o un numero negativo diviso per un numero negativo, dà un numero positivo. Zero diviso per zero non dà nulla. Un numero positivo diviso per un numero negativo dà un numero negativo. Un numero positivo o negativo diviso per zero è una frazione avente per denominatore zero.”* ([4])

## L'EGEMONIA ARABA

Fu durante il califfato di Al-Mamun (809-833) che si raggiunse l'apice del pensiero matematico arabo. Al-Mamun fondò a Bagdad una “Casa del sapere” paragonabile all'antico museo di Alessandria. Fra i suoi membri vi era un matematico e astronomo, Mohammed ibn-Musa al-Khuwarizmi. Egli scrisse due opere di aritmetica e algebra che svolsero un ruolo molto importante nella storia della matematica. Da due punti di vista l'opera di al-khuwarizmi segna un regresso rispetto a quella di Diofanto: innanzitutto è di livello più elementare di quello che si riscontra nei problemi diofantei e, in secondo luogo, l'algebra di al-khuwarizmi è del tutto retorica, senza alcuna di quelle forme di abbreviazioni proprie dell'algebra sincopata che si riscontrano nell'Arithmetica di Diofanto o nell'opera di Brahmagupta. L'Al-jabr si avvicina all'algebra elementare moderna più delle opera di Diofanto e di Brahmagupta: esso infatti non tratta difficili problemi di analisi indeterminata, ma presenta un'esposizione piana ed elementare della soluzione di equazioni, specialmente di secondo grado. Gli arabi in generale amavano argomentazioni ben fondate, chiaramente presentate dalle loro premesse alla conclusione, oltre a curare l'organizzazione sistematica della trattazione: sotto tali aspetti né Diofanto, né i matematici indiani erano stati particolarmente brillanti. La versione latina dell' Al-jabr si apre con una breve formulazione introduttiva del principio del valore posizionale dei numeri; procede poi a trattare, in sei brevi capitoli, la soluzione dei sei tipi di equazioni formate da tre specifiche quantità: radici, quadrati e numeri. I sei casi di equazione presentati esauriscono tutte le possibilità di equazioni lineari e di secondo grado aventi una radice positiva e sono i seguenti:

1. I quadrati sono uguali alle radici:  $ax^2 = bx$
2. I quadrati sono uguali a un numero:  $ax^2 = c$
3. Le radici sono uguali a un numero:  $ax = c$
4. I quadrati e le radici sono uguali a un numero:  $ax^2 + bx = c$
5. I quadrati e i numeri sono uguali alle radici:  $ax^2 + c = bx$

6. Le radici e i numeri sono uguali ai quadrati:  $bx + c = ax^2$ .

In queste forme canoniche i coefficienti sono tutti positivi e i termini appaiono dunque sempre come grandezze additive. Ogni equazione viene sistematicamente ricondotta ad uno dei tipi indicati e, per la risoluzione, si impiegano due operazioni fondamentali: l' *al-jabr* (completamento, riempimento; tradotto in latino con *restauratio*), che corrisponde ad eliminare i termini negativi, aggiungendo termini uguali nei due membri (*regola del trasporto*), e l' *al-muqabala* (messa in opposizione, bilanciamento; latino *oppositio*) che corrisponde alla riduzione dei termini simili nei due membri. Inoltre il coefficiente del termine di secondo grado viene sempre ridotto all'unità, con un'operazione, detta *al-hatt*, che in particolare è applicata nella risoluzione delle equazioni dei tipi 4 e 5. Uno dei punti più importanti e innovativi della trattazione è la ricerca della soluzione algoritmica: cioè il fatto che, per le equazioni di secondo grado, la soluzione si deve esprimere per radicali. Al-Khwarizmi dapprima enuncia, a parole, la regola risolutiva e poi ne fornisce la dimostrazione geometrica, sfruttando l'eredità greca classica. Egli studia l'equazione come oggetto matematico in sé, ne cura la classificazione, il metodo risolutivo e la discussione di ogni caso. Non tiene però mai conto delle soluzioni negative, forse proprio in quanto restava comunque un forte legame con le grandezze geometriche (quindi sempre positive), ravvisabile nelle verifiche, e un ancoraggio ai problemi concreti della vita quotidiana.

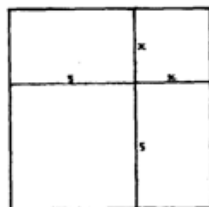
Ecco ora in dettaglio un esempio per la risoluzione delle equazioni complete in secondo grado del tipo 4:  $x^2 + 10x = 39$ , che rappresenta il tipo: "*Radici e quadrati uguali a numeri*". Al-Khwarizmi afferma: "La soluzione è: dividi a metà il numero delle radici, che in questo caso dà 5. Moltiplica questo per se stesso: il prodotto è 25. Aggiungilo a 39, ottenendo 64. Ora prendi la radice di questo, che è 8 e sottrai da questo la metà delle radici, 5; il resto è 3. Questa è la radice del quadrato che cercavi e il suo quadrato è 9."

In notazioni moderne, l'equazione è rappresentabile con  $x^2 + px = q$  ed è risolta con la regola

$$x = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}.$$

Alle regole risolutive con i radicali, come si è già detto, Al-Khwarizmi fa seguire la dimostrazione geometrica che corrisponde al procedimento noto come "completamento del quadrato". La dimostrazione geometrica si deduce dalla figura riportata di seguito e corrisponde alla seguente

trasformazione:  $x^2 + 2\frac{p}{2}x + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = q + \left(\frac{p}{2}\right)^2.$



## IL CONTRIBUTO DEGLI EUROPEI

I risultati ottenuti dagli arabi arrivarono in Europa attraverso le crociate e gli scambi commerciali. L'algebra di al-Khuwarizmi ebbe una grossa influenza sui matematici europei del medioevo, grazie alla traduzione latina fatta da Roberto di Chester e da Gerardo da Cremona.

Nel XII secolo colui che ha subito maggiormente questa influenza fu Leonardo Pisano detto il Fibonacci il quale ci ha lasciato, tra le altre, la principale opera di matematica ovvero il Liber Abaci. Tale opera si apre con l'idea che l'aritmetica e la geometria fossero connesse tra di loro e si rafforzassero l'una con l'altra. Nondimeno, il Liber Abaci si interessava più dei numeri che della geometria; esso descriveva le nove figure indiane assieme al segno zero (a Fibonacci va il merito di averlo introdotto per primo), che in arabo viene chiamato zefiro. Altro merito di Fibonacci è stato quello di introdurre nel mondo europeo la sbarretta orizzontale nelle frazioni (notazione che era già in uso nel mondo arabo), anche se fu solo nel XVI secolo che essa entrò nell'uso generale (la sbarretta inclinata fu suggerita nel 1845 dal matematico inglese A. De Morgan).

Negli ultimi capitoli del Liber Abaci, Fibonacci descrisse dettagliatamente l'uso dell'algoritmo proposto da al-Khuwarizmi, esponendo la solita classificazione araba delle equazioni nei sei tipi elencati precedentemente.

Il XVI secolo, è per la matematica, ricco di grandi algebristi. La più antica algebra rinascimentale è quella del francese Chuquet con il trattato "Triparty", che è dedicato alla soluzione delle equazioni. L'originalità è poca ma compare una novità: viene espresso, per la prima volta, un numero negativo isolato in un'equazione ( $4x = -2$ ).

Il Rinascimento è il periodo dell'algebra sincopata, il cui inventore può considerarsi Luca Pacioli, matematico, frate francescano, autore della prima opera generale di aritmetica ed algebra pubblicata a stampa nel 1494: *"Summa de aritmetica, geometria, proporzioni et proporzionalità"*.

Tale opera è una grandiosa compilazione a scopo divulgativo ed è considerata il primo trattato di algebra stampata; vengono trattate le tecniche di moltiplicazione ed estrazioni di radici, di risoluzione di equazioni di primo e secondo grado. Sebbene sia priva della notazione esponenziale, presenta un uso di forme abbreviate proprie dell'algebra sincopata: le lettere p ed m al posto del più per l'addizione e del meno per la sottrazione, l'uso di co, ce, ae rispettivamente per: cosa

(incognita), censo (quadrato) ed aequalis (uguale). Successivamente, ad opera di Widmann, le lettere p ed m finirono per essere sostituite dai simboli + e -.

Un passo importante per l'abbandono della vecchia classificazione delle equazioni di II grado fu compiuto da Michael Stifel che, nella sua "*Aritmethica integra*", mediante l'uso di coefficienti negativi nelle equazioni, ricondusse le molteplicità dei casi in un'unica forma del tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ . Egli aveva completa familiarità con i numeri negativi e le loro proprietà, pur non ammettendoli come radici di un'equazione, perché considerati "numeri assurdi".

La figura più eminente in questo periodo di transizione tra rinascimento e mondo moderno fu il francese Viète (1540-1558), che segnò, per alcuni studiosi, il passaggio dall'algebra sincopata all'algebra simbolica, proprio perché fu senza dubbio nel campo dell'algebra che egli diede i suoi contributi più validi. La matematica è una forma di ragionamento e non un insieme di ingegnosi artifici, come l'aveva concepita Diofanto; tuttavia l'algebra, durante il periodo arabo e l'inizio dell'età moderna, non aveva fatto molti progressi per svincolarsi dalla trattazione di casi particolari. Si sarebbero fatti ben scarsi progressi nella teoria algebrica fintanto che la preoccupazione principale fosse quella di trovare la "cosa" in un'equazione con coefficienti numerici specifici. Fino a quel momento il problema principale risiedeva nella mancanza di una notazione specifica, in tal senso un geometra, per mezzo di una figura, era in grado di rappresentare con ABC tutti i triangoli, ma un algebrista non aveva nessun mezzo corrispondente per esprimere tutte le equazioni di secondo grado. È vero che si erano utilizzate le lettere per rappresentare grandezze note o incognite sin dai tempi di Euclide, ma non si era escogitato nessun mezzo per distinguere le grandezze che si assumeva essere note dalle quantità incognite che si dovevano trovare. Qui Viète introdusse un principio convenzionale che era tanto semplice quanto fecondo. Usò una vocale per rappresentare una quantità incognita e una consonante per indicare una grandezza che si assumeva come note o determinata. Abbiamo qui per la prima volta nell'algebra una netta distinzione tra l'importante concetto di parametro e l'idea di quantità incognita. Purtroppo Viète era moderno solo per certi aspetti, mentre per altri era ancora fedele alla tradizione antica e medievale. La sua algebra è fondamentalmente sincopata più che simbolica: infatti, sebbene egli saggiamente adottasse i simboli tedeschi per l'addizione e la sottrazione e, ancora più saggiamente, usasse simboli diversi per i parametri e le incognite, per il rimanente usava nella sua algebra espressioni verbali e abbreviazioni. La moltiplicazione veniva espressa col termine latino in, la divisione era indicata dalla linea di frazione, e per l'uguaglianza Viète usava un'abbreviazione del latino aequalis. D'altra parte non era possibile che il cambiamento completo fosse opera di un solo uomo; esso venne realizzato per gradi successivi.

# PERCORSO DIDATTICO: EQUAZIONI DI II GRADO

## INTRODUZIONE ALL'ARGOMENTO

Per introdurre lo studio delle equazioni di secondo grado, può risultare utile proporre agli studenti un semplice problema-stimolo, che vede l'applicazione dell'argomento da trattare nella vita quotidiana.

Questo problema può essere proposto in un contesto di insegnamento tradizionale, utilizzando attività di cooperative learning informale, che possono seguire una presentazione o una spiegazione da parte dell'insegnante.

### *Problema stimolo:*

In un torneo di calcio, ogni squadra ha giocato con tutte le altre una sola volta e, complessivamente, si sono svolti 6 incontri. Quante sono le squadre che hanno partecipato al torneo?

*Osservazione:* Con questo semplice ed interessante problema-stimolo si può catturare l'attenzione degli studenti ed il loro coinvolgimento ponendoli di fronte ad un problema non solo matematico ma della loro vita quotidiana. Lo scopo è di far capire loro che ci sono molti altri problemi non puramente matematici che per essere risolti hanno bisogno di equazioni di secondo grado. È pertanto necessario saper risolvere questi tipi di equazioni.

## PRESENTAZIONE DELL'ARGOMENTO

In questa parte si danno le definizioni formali di equazione di secondo grado e di soluzione di una equazione di secondo grado, ricollegandosi ai concetti già formulati nella definizione delle equazioni di primo grado.

## RISOLUZIONE ALGEBRICA DI UN'EQUAZIONE COMPLETA DI II GRADO

### *Domanda-stimolo:*

Per determinare algebricamente le soluzioni di un'equazione di II grado, si sfrutta dapprima l'approccio intuitivo, proponendo agli studenti di cercare di risolvere, con il solo aiuto degli strumenti finora in loro possesso, l'equazione  $x^2 + 10x - 24 = 0$ , guidandoli nella risoluzione suggerendo di ricondurre il trinomio ad un quadrato di binomio: è possibile trasformare il trinomio precedente in un'equazione del tipo  $(x + A)^2 = B$ , dove  $A$  e  $B$  rappresentano numeri reali?

Si guidano così gli studenti nella risposta, al fine di una maggiore comprensione della successiva trattazione generale.



### Formalizzazione:

Allo scopo di determinare algebricamente le soluzioni della generica equazione di II grado, si danno le definizioni di determinante distinguendo i casi in cui esso sia maggiore, minore o uguale a zero.

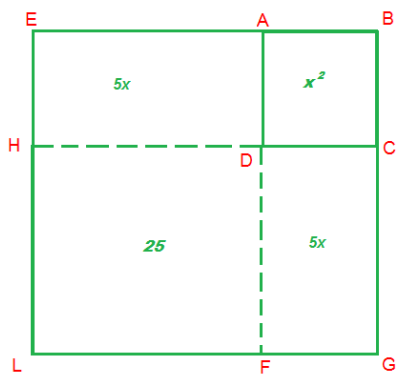
SCHEMA RIASSUNTIVO:

### SOLUZIONI DELLE EQUAZIONI DI SECONDO GRADO COMPLETE

Segno del discriminante	Soluzioni	Esempio
$\Delta > 0$	Due radici reali e distinte: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x^2 + 10x - 24 = 0$ $\Delta = 196$ $x_1 = -12, x_2 = 2$
$\Delta = 0$	Due radici reali e coincidenti: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$4x^2 - 4x + 1 = 0$ $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$
$\Delta < 0$	Non esistono soluzioni reali.	$2x^2 + 3x + 3 = 0$

### RISOLUZIONE GEOMETRICA COL METODO DEL COMPLETAMENTO DEI QUADRATI

La formula generale di risoluzione delle equazioni di secondo grado è ricavata dal metodo geometrico del completamento del quadrato. Questo metodo consiste nel ricondurre, infatti, un polinomio quadratico in una incognita al quadrato di un polinomio di primo grado, utilizzando il prodotto quadratico di un binomio: si modifica l'equazione fino a ottenere al primo membro il quadrato di un binomio nella forma  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ . Il metodo del completamento del quadrato, oltre alla sua importanza dal punto di vista storico, è utile perché aiuta gli studenti a costruire logicamente i processi algebrici che portano alla formula risolutiva delle equazioni di secondo grado. Presentiamo, dunque, il metodo del completamento del quadrato per risolvere l'equazione:  $x^2 + 10x - 39 = 0$  equivalente a  $x^2 + 10x = 39$ .



Costruiamo il quadrato ABCD il cui lato AB misura  $x$ . Si prolunghino BA e AD di un segmento  $AE = DF = 5$  (metà del coefficiente del termine di primo grado  $10x$ ) e si completi il quadrato BELG. La figura EHDFGB ha area  $x^2 + 10x$ , cioè 39; aggiungendo a questa figura il quadrato HDFL di lato 5, che ha per area 25, si ottiene il quadrato EBGL che ha per area 64 ( $25 + 39$ ). Il lato di questo quadrato è 8, che diminuito di 5 dà il valore cercato dell'incognita, cioè 3.

Algebricamente, ciò è equivalente a:  $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64 \Rightarrow x + 5 = 8 \Rightarrow x = 3$

### RISOLUZIONE GRAFICA DELLE EQUAZIONI DI II GRADO

Presentiamo, infine, la risoluzione grafica di una generica equazione di secondo grado. Le soluzioni di un'equazione di secondo grado possono, infatti, vedersi come le ascisse degli eventuali punti di intersezione tra la parabola associata all'equazione di II grado e l'asse delle ascisse.

### ANALISI A PRIORI

L'esercitazione seguente è stata somministrata alla classe II A del Liceo Scientifico Statale "Stanislao Cannizzaro". Gli studenti hanno avuto un'ora a disposizione per completarla.

Nome: ..... Cognome: .....

Verifica sulle equazioni di secondo grado  
Classe II A

1. Risolvi e rappresenta graficamente le seguenti equazioni:

a.  $-3x^2 = 0$

b.  $x^2 - 25 = 0$

c.  $-2x^2 - 8 = 0$

2. Dopo aver indicato la tipologia, risolvi le seguenti equazioni:

a.  $8x^2 - 5x = 0$

b.  $x^2 + 6x - 6 = 0$

c.  $-4x + x^2 - 21 = 0$

3. Risolvi la seguente equazione:

$$x(x + 1) + 2 = 1$$

4. La superficie del balcone di casa di Paolo è rettangolare e misura  $3 m^2$ . Sapendo che un lato è minore dell'altro di  $2 m$ , calcola la misura dei due lati.

5. Andrea ha un figlio di nome Giulio e da poco un'altra figlia di nome Sara. L'età di Giulio 6 anni fa era uguale al quadrato dell'età attuale di Sara, mentre adesso è 5 volte l'età di Sara.

Quanti anni hanno Sara e Giulio?

Il compito è stato preparato tenendo conto degli ostacoli in cui possono incorrere gli studenti, quando vengono affrontate le equazioni di secondo grado. Abbiamo ritenuto utile articularlo in 4 parti:

○ *Esercizi 1 a. b. c.*

Risoluzione grafica e algebrica di 3 casi particolari di equazioni di secondo grado.

○ *Esercizi 2 a. b. c.*

Risoluzione algebrica di 3 equazioni di secondo grado.

○ *Esercizio 3*

Risoluzione di un'equazione di secondo grado non scritta in forma normale.

○ *Esercizi 4 e 5*

Risoluzione di un problema mediante l'equazione di secondo grado.

Di seguito riporto gli esercizi descrivendoli e descrivendo le ipotetiche difficoltà che possono incontrare gli studenti nello svolgimento degli esercizi e le corrette strategie risolutive.

### Esercizio 1.

Gli esercizi 1a. 1b. 1c. mirano a osservare se lo studente riconosce che le soluzioni di un'equazione di secondo grado corrispondono alle intersezioni con l'asse x della parabola associata all'equazione proposta.

- *Esercizio 1a.*

In questo esercizio che chiede la risoluzione dell'equazione monomia  $-3x^2 = 0$ , lo studente deve: riconoscere  $x = 0$  soluzione doppia dell'equazione e rappresentare graficamente la parabola  $y = -3x^2$  con concavità verso il basso e vertice nell'origine.

È possibile che lo studente determini la soluzione corretta, ma si dimentichi di scrivere che corrisponde a due soluzioni reali e coincidenti.

- *Esercizio 1b.*

In questo esercizio che chiede la risoluzione dell'equazione  $x^2 - 25 = 0$ , lo studente deve: riconoscere  $x = \pm 5$  come soluzioni reali e distinte dell'equazione e rappresentare graficamente la parabola  $y = x^2 - 25$  con concavità verso l'alto, intersezioni con l'asse x nei punti (5;0) e (-5;0) e vertice (-25;0) sull'asse y.

Nella risoluzione algebrica potrebbe essere dimenticata la soluzione negativa.

- *Esercizio 1c.*

In questo esercizio che chiede la risoluzione dell'equazione  $-2x^2 - 8 = 0$ , lo studente deve: determinare che l'equazione non ammette soluzione e rappresentare la parabola di equazione  $y = -2x^2 - 8$  con concavità verso il basso che non interseca l'asse x.

In questo esercizio la risoluzione algebrica potrebbe influenzare quella grafica.

### Esercizio 2.

Gli esercizi 2a. 2b. 2c. mirano a verificare se lo studente sa risolvere algebricamente le equazioni di secondo grado e se possibile utilizzare metodi che permettono di determinare le soluzioni più rapidamente.

- *Esercizio 2a.*

Questo esercizio chiede di calcolare le soluzioni dell'equazione  $8x^2 - 5x = 0$ ; lo studente dovrebbe raccogliere a fattore comune la x e ottenere le soluzioni  $x = 0, x = \frac{5}{8}$ .

È possibile che uno studente non si accorga di poter mettere la x a fattore comune e sfrutti mnemonicamente la classica formula di risoluzione delle equazioni di secondo grado.

▪ *Esercizio 2b.*

Questo esercizio chiede di calcolare le soluzioni dell'equazione  $x^2 + 6x - 6 = 0$  possibilmente tramite il  $\Delta/4$ . È possibile che lo studente abbia imparato a memoria solo una formula e non consideri l'ipotesi di risolvere l'equazione in altri modi.

▪ *Esercizio 2c.*

Questo esercizio chiede di calcolare le soluzioni dell'equazione  $-4x + x^2 - 21 = 0$ , lo studente potenzialmente dovrebbe ordinarla preliminarmente e quindi determinare le soluzioni  $x=7$  e  $x=-3$  con il metodo di somma e prodotto.

Uno studente potrebbe affermare che  $x=-7$  e  $x=3$  sono le soluzioni, riconoscendo  $-7$  e  $+3$  come quei due numeri che per somma danno  $-4$  e per prodotto  $-21$ .

Gli studenti, abituati a ricordare mnemonicamente la forma canonica dell'equazione, potrebbero riconoscere i coefficienti non in base al ruolo, ma in base alla loro posizione sequenziale. Probabilmente qualche studente potrebbe non accorgersi che l'equazione è disordinata e la risolve con la formula classica con  $a=-4$ ,  $b=2$ ,  $c=-21$ .

**Esercizio 3.**

L'esercizio chiede di risolvere l'equazione  $x(x + 1) + 2 = 1$ . Lo studente deve eseguire la moltiplicazione e scrivere l'equazione di secondo grado in forma canonica e determinare che essa non ha soluzione.

Lo studente, abituato a considerare un'equazione di secondo grado solo come quell'equazione nella forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , potrebbe riscontrare difficoltà nel vedere un'equazione nella forma data dall'esercizio, e possibilmente sbagliare, eseguendo i passaggi come questi:

$$\begin{aligned}x(x + 1) &= -1 \\x &= -1, x + 1 = -1 \\x &= -1, x = -2\end{aligned}$$

**Esercizio 4.**

Con questo problema lo studente dovrebbe ottenere che l'equazione di secondo grado associata al calcolo di uno dei lati del balcone è  $x^2 - 2x - 3 = 0$  che ammette come soluzioni  $x=3$  e  $x=-1$ , escludere  $x=-1$  dalle soluzioni del problema, dato che le lunghezze dei lati non possono essere negative e calcolare la lunghezza dell'altro lato sottraendo 2 a 3. In questo problema qualche studente potrebbe non escludere la soluzione negativa.

**Esercizio 5.**

In questo problema, come in quello precedente si chiede di tradurre in linguaggio algebrico un quesito scritto in linguaggio comune, ma in questo caso lo studente dovrebbe determinare

l'equazione:  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , che ammette due soluzioni  $x=2$  e  $x=3$  e capire che Sara e Giulio possono avere rispettivamente sia 2 e 10 anni, che 3 e 15 anni.

## ANALISI A POSTERIORI

Sabato 18 Maggio il compito è stato somministrato nella classe II A del Liceo Scientifico Statale "S. Cannizzaro". Gli studenti presenti erano 23 su 25 totali.

Da una prima analisi degli elaborati degli studenti, si può notare che gli esercizi che hanno messo più in difficoltà gli studenti sono stati l'1 c) il 2 b) e i due problemi, ovvero quegli esercizi che richiedono uno sforzo maggiore dello studente. In questi esercizi lo studente non può risolvere il quesito solo svolgendolo utilizzando le regole che conosce, bensì deve richiamare competenze che avrebbe dovuto acquisire nel corso dell'intero biennio, come quella di estrarre correttamente la radice quadrata di un numero e operare con le 4 operazioni elementari.

Di seguito abbiamo elencato gli errori eseguiti dagli studenti per ciascun esercizio.

Esercizio	Corretto	Non corretto	Non eseguito
1 a) $-3x^2 = 0$	14	7	2
1 b) $x^2 - 25 = 0$	13	9	1
1 c) $-2x^2 - 8 = 0$	6	16	1
2 a) $8x^2 - 5x = 0$	13	8	2
2 b) $x^2 + 6x - 6 = 0$	5	16	2
2 c) $-4x + x^2 - 21 = 0$	14	7	2
3) $x(x + 1) + 2 = 0$	20	1	2
Problema 4)	6	14	3
Problema 5)	5	7	11

*Tabella 1: Studenti che svolgono in modo corretto, non corretto o che non eseguono ogni esercizio.*

### Esercizio 1.

Nel primo esercizio è stato chiesto di risolvere sia algebricamente che graficamente 3 equazioni. Mediamente la metà degli studenti non esegue la rappresentazione grafica. Nel caso dei primi due esercizi, chi tenta un disegno, nella maggior parte dei casi riesce ad eseguirlo correttamente. Questo non vale per l'ultimo esercizio, in cui solo 2 studenti riescono a

Esercizio	Disegno		
	Corretto	Non corretto	Non eseguito
a	10	3	10
b	11	3	9
c	2	6	15

*Tabella 2: Studenti che eseguono correttamente, non correttamente o non eseguono il disegno.*

disegnare correttamente la parabola di equazione  $y = -2x^2 - 8$ .

#### Esercizio 1.a)

L'esercizio 1.a) chiede di risolvere l'equazione  $-3x^2 = 0$ . Soltanto 4 studenti riconoscono  $x=0$  come soluzione doppia dell'equazione e rappresentano graficamente la parabola di equazione  $y = -3x^2$ . Gli errori più comuni che sono stati riscontrati sono i seguenti:

- Molti studenti determinano  $x=0$  come soluzione ma non sottolineano che è una soluzione con molteplicità 2.
- Alcuni studenti non distinguono  $-3x^2 = 0$  da  $-3 + x^2 = 0$  quindi determinano due soluzioni opposte come  $x = \pm\sqrt{3}$ .
- Alcuni studenti non si accorgono dello stretto legame che c'è tra risoluzione algebrica e geometrica, infatti rappresentano la parabola correttamente, ma poi quando cercano la soluzione dicono che è un valore come  $x = \pm\sqrt{3}$

#### Esercizio 1.b)

L'esercizio 1.b) chiede di risolvere l'equazione  $x^2 - 25 = 0$ .

13 studenti determinano correttamente le soluzioni e rappresentano correttamente la parabola di equazione  $y = x^2 - 25$ .

L'errore comune riscontrato nell'esecuzione errata dell'esercizio è stato quello previsto nell'analisi a priori.

Molti studenti dopo aver ottenuto  $x^2 = 25$  determinano solamente  $x=5$  come soluzione.

#### Esercizio 1.c)

Questo esercizio è uno di quelli che ha più messo in difficoltà gli studenti, solo 6 di essi riescono a rispondere correttamente.

La maggior parte di essi risolve algebricamente i passaggi fino ad ottenere  $x^2 = -4$  ma non riconosce che un numero al quadrato non può essere negativo ed afferma che la soluzione è  $x = \pm 2$ .

#### Esercizio 2.

In questo secondo gruppo di esercizi è stato chiesto agli studenti di risolvere esclusivamente da un punto di vista algebrico 3 equazioni.

#### Esercizio 2.a)

Questo esercizio prevedeva di risolvere l'equazione  $8x^2 - 5x = 0$ . Tutti gli studenti mettono a fattore comune la  $x$  e ottengono l'equazione  $x(8x - 5) = 0$ . L'errore che viene commesso dagli 8 studenti che non risolvono correttamente l'esercizio consiste nell'applicazione sbagliata della legge

di annullamento del prodotto, perché dopo aver messo la  $x$  a fattore comune scrivono  $8x - 5 = 0$  e quindi  $x = \frac{5}{8}$ , non riportando la soluzione  $x=0$ .

### Esercizio 2.b)

Questo è un altro degli esercizi che ha riscosso maggiori problemi negli studenti, in quanto se non viene ricordata la formula di risoluzione delle equazioni di secondo grado con il  $\Delta/4$ , si ottiene come soluzione una frazione algebrica che va semplificata, ed è in questo passaggio che gli studenti sbagliano ed ottengono soluzioni errate.

### Esercizio 2.c)

Questo esercizio è stato eseguito correttamente da 14 studenti. I 9 studenti restanti, non hanno commesso errori comuni tra loro, ma possiamo dividerli nel seguente modo:

- 2 non hanno svolto l'esercizio.
- 5 hanno commesso errori di distrazione, come la dimenticanza di un segno o la non divisione per il coefficiente  $a$  nel calcolo delle soluzioni.
- Gli altri due studenti abbiamo ritenuto utile discuterli nel dettaglio.

### Esercizio 3.

Questo esercizio è stato svolto correttamente da tutti gli studenti, tranne 2 che non sono arrivati a realizzarlo ed 1 che lo ha eseguito sbagliato.

Questo studente non conosce come si eseguono le operazioni all'interno delle equazioni, probabilmente non capendo neanche la consegna dell'esercizio.

### Esercizio 4.

L'esercizio 4 è stato svolto correttamente da 6 studenti.

3 non lo cominciano, gli altri lo impostano correttamente, ma poi spesso non scrivono la soluzione.

### Esercizio 5.

L'esercizio 5 è eseguito soltanto da 12 studenti: 5 di questi studenti determinano correttamente la soluzione, gli altri impostano in maniera sbagliata l'esercizio, altri lo risolvono determinandone le soluzioni e poi scegliendone solo una, non rendendosi conto che anche l'altra è valida.

Questo lavoro bene si presta per un possibile riutilizzo da parte di altri docenti che si accingono a spiegare ai loro studenti questo argomento. In questo modo essi potranno avere sottomano tutte le difficoltà per gli studenti connesse allo studio delle equazioni di secondo grado e potranno rielaborare il loro percorso didattico alla luce delle difficoltà evidenziate.

Voglio ringraziare le dottoresse Rachele Barresi e Federica Catanese per il prezioso apporto dato alla realizzazione di tale lavoro.



## CONCLUSIONI

L'esperienza di Tirocinio Formativo Attivo mi ha permesso di costruire un'immagine più nitida della scuola e dell'insegnamento; ora ne riesco a cogliere con maggiore maturità i punti di forza e le debolezze, le possibilità e i limiti che si hanno nella progettazione dell'attività didattica. Per poter diventare docenti seri, aggiornati, responsabili ed efficienti, ho capito quanto sia necessario confrontarsi con altre persone, docenti, ricercatori di didattica e studenti, per mantenere sempre viva la propria passione. È proprio in questo senso che per me ha svolto un ruolo fondamentale l'esperienza delle lezioni dell'area trasversale, grazie alle quali ho potuto comprendere tutto quello che ci sta dietro la "normale" attività didattica di un docente.

Ringrazio inoltre questo percorso di Tirocinio Formativo Attivo, perché oltre ai momenti di stanchezza, di stress e di pressione mi ha permesso di conoscere molte persone, docenti e colleghi, persone colte, degne di stima e spesso anche realmente amanti del proprio lavoro. Lo ringrazio anche perché mi ha dato la possibilità di incontrare dei veri "amici" che si sono rivelati dei punti di forza nei momenti più difficili. Credo che anche questo contribuisca a formare un insegnante, e spero quindi di poter essere in grado di trasmettere, con lo stesso amore e volontà, tutto quello che ho appreso ai futuri studenti.

## SITOGRAFIA

1. [S1] [http://srvapl.istruzione.it/scuola\\_e\\_famiglia/organi.shtml](http://srvapl.istruzione.it/scuola_e_famiglia/organi.shtml);
2. [S2] <http://www.ddmaranello.it/Uffici/elezioni%202012/organi%20collegiali.pdf>
3. [S3] [www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/sbaragli/area%20matematica.pdf](http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/sbaragli/area%20matematica.pdf)
4. [S4] [http://www.repubblica.it/speciali/repubblica-delle-idee/edizione2012/2013/01/02/news/perch\\_il\\_registro\\_elettronico\\_un\\_illusione\\_educativa-49803899/](http://www.repubblica.it/speciali/repubblica-delle-idee/edizione2012/2013/01/02/news/perch_il_registro_elettronico_un_illusione_educativa-49803899/)
5. [S5] <http://www.scuola-digitale.it/lim/ilprogetto/finalita/>
6. [S6] <http://blog.iwa.it/norme/libri-scolastici-il-digitale-fa-male-alla-salute-di-chi-non-lo-vuole-fare/>
7. [S7] <http://www.liceogalileipalermo.it/pof>
8. [S8] <http://www.mondadorieducation.it/Mondadori-Education/MeandYou/Insegnare-programmare-e-valutare-per-competenze>
9. [S9] <http://www.edscuola.it/archivio/riformeonline/valutazione.htm>

## BIBLIOGRAFIA

1. [B1] La Marca A., *“Voler apprendere per imparare a pensare”*, Palumbo (2010).
2. [B2] Pedone F., *“Valutazione delle competenze e autoregolazione dell’apprendimento”*, Palumbo (2007).
3. [B3] Bertuglia S., Scarcella M., *“Tirocinio formativo attivo”*, Edizioni Simone (2012).
4. [B4] Barca D., Ellerani P., *“Andiamo alla lavagna”*, Zanichelli (2011).

Per quanto concerne la terza parte della relazione, *“Storia e didattica delle equazioni di secondo grado”*

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. [1] Guggenbuhl L. *“Mathematics in ancient Egypt: a checklist”*, The Mathematics teacher, 58, 1965, pp.630-634.
2. [2] Neugebauer O. *“The exact sciences in antiquity”* Cap 2 par. 20 (traduzione italiana *“Le scienze esatte nell’antichità”*, Feltrinelli, Milano, 1974).
3. [3] Heath T.L. *“Diophantus of Alexandria”*, pp.144-145.
4. [4] Colebrooke H.T. *“Algebra, with arithmetic and mensuration, from the Sanscrit of Brahamagupta and Bhaskara”*, 1817.

## **BIBLIOGRAFIA CONSULTATA**

1. Boyer C. “*Storia della matematica*”, Mondadori, Milano 1980.
2. Kline M. “*Storia del pensiero matematico*”, Einaudi, 1991.
3. Franci R., Toti Rigatelli L., “*Storia della teoria delle equazioni algebriche*”, Mursia, Milano 1979.
4. Maracchia S. “*Storia dell'algebra*”, Liguori, 2005