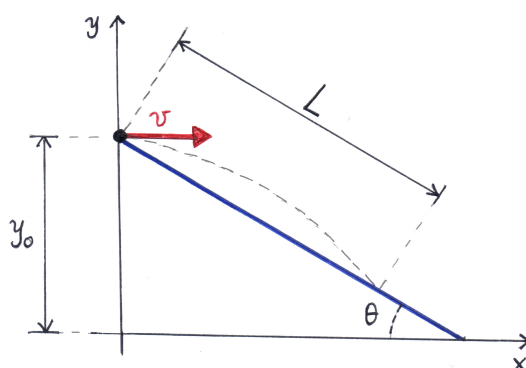


**Quesito 1 (Meccanica 1).** Un oggetto puntiforme viene lanciato con velocità costante  $v = 2$  m/s lungo la direzione orizzontale. Il punto di lancio giace in un piano inclinato, che forma un angolo  $\theta = 30^\circ$  con l'orizzontale, a un'altezza  $y_0 = 1$  m dal piano orizzontale, come mostrato in figura. Sapendo che la distanza  $L$  percorsa dall'oggetto prima di toccare il suolo è  $L = 0.45$  m, calcolate il tempo impiegato dall'oggetto a raggiungere il suolo e fate il grafico quantitativo della componente verticale della posizione dell'oggetto in funzione del tempo.



**Soluzione.**

$$h = L \sin \theta = \frac{1}{2} g t^2$$

da cui si ottiene

$$t_0 = \sqrt{\frac{2L \sin \theta}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.45 \times 0.5}{9.81}} = 0.21 \text{ s.}$$

Per poter disegnare il grafico quantitativo di  $y(t)$ , dobbiamo conoscere la posizione finale dell'oggetto:

$$y_f = y_0 - L \sin \theta = 0.775 \text{ m.}$$

**Quesito 2 (Meccanica 2).** Un oggetto di massa  $m = 0.10$  kg viene lanciato verso l'alto, con una velocità iniziale  $v_0 = 2$  m/s, sopra un piano inclinato di un angolo  $\theta = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Tra il piano e il blocco vi è attrito con coefficiente di attrito statico  $\mu_s = 0.50$  e coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d = 0.40$ . Determinate l'altezza massima raggiunta dall'oggetto e l'energia meccanica dissipata per attrito. Dite inoltre se l'oggetto, raggiunto il punto più alto, rimane fermo oppure inizia nuovamente a scivolare verso il basso. Motivate la risposta.

**Soluzione.**

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \left| \mu_d \times mg \cos \theta \times \frac{h}{\sin \theta} \right|$$

Dall'eq.ne di sopra troviamo

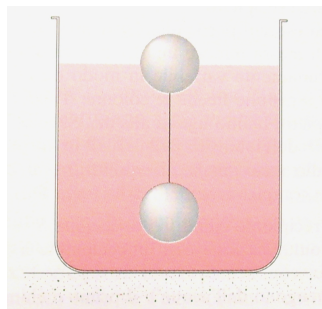
$$h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu_d \cos \theta / \sin \theta)} = \frac{4}{2 \times 9.81(1 + 0.40 \times 1.73)} = \frac{2}{16.6} = 0.12 \text{ m}.$$

L'energia dissipata per attrito corrisponde anche al lavoro fatto dalla forza di attrito e cioè:

$$E_{persa} = K_i - U_f = \mu_d \times mg \cos \theta \times \frac{h}{\sin \theta} = 0.082 \text{ J}.$$

L'oggetto scivola verso il basso se  $\tan \theta > \mu_s$ . Nel nostro caso si ha  $(\tan \theta = 0.58) > (\mu_s = 0.5)$ .

**Quesito 3 (Fluidi).** Una sfera di volume  $V_1 = 4 \text{ dm}^3$  e densità  $\rho_1 = 100 \text{ kg/m}^3$ , immersa per metà del suo volume in acqua, sostiene con un filo un'altra sfera di volume  $V_2 = 0.5 \text{ dm}^3$  e densità  $\rho_2$ , come mostrato in figura. Sapendo che il sistema è in equilibrio, calcolate la densità  $\rho_2$  della sfera completamente immersa e la tensione della fune.



**Soluzione.** Applichiamo il principio di Archimede dove indichiamo con  $\rho_0$  la densità dell'acqua

$$\rho_0 \frac{V_1}{2} g + \rho_0 V_2 g = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g.$$

Sostituendo i volumi e semplificando, si ottiene:

$$\rho_2 = \left( \frac{\rho_0}{2} - \rho_1 \right) \frac{V_1}{V_2} + \rho_0 = (500 - 100)8 + 1000 = 4200 \text{ kg/m}^3.$$

Conoscendo  $\rho_2$ , possiamo calcolare la tensione della fune come:

$$T = \frac{g}{2} [(\rho_2 - \rho_0)V_2 + (\rho_0/2 - \rho_1)V_1] = 15.7 \text{ N},$$

oppure

$$T = \rho_0 \frac{V_1}{2} g - \rho_1 V_1 g = 15.7 \text{ N}.$$

**Quesito 4 (Termodinamica).** Calcolate quanto calore bisogna sottrarre a un litro di acqua a temperatura ambiente  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  per congelarla alla temperatura di  $T_2 = -20^\circ\text{C}$ . Fate un grafico quantitativo della temperatura in funzione del calore sottratto.

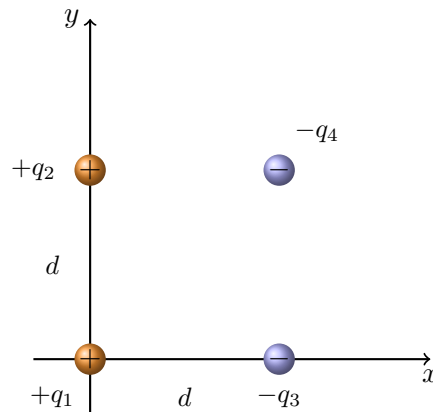
**Soluzione.** Per trovare  $Q$  dobbiamo calcolare

$$Q = Mc_a(T_1 - T_f) + \lambda_f m + mc_g(T_f - T_2).$$

Risolvendo otteniamo

$$Q = 1000 \times 1 \times 30 + 1000 \times 79.8 + 1000 \times 0.5 \times 18 \approx 120 \text{ kcal} \approx 500 \text{ kJ}.$$

**Quesito 5 (Elettromagnetismo).** Quattro cariche elettriche sono disposte in un piano, come mostrato in figura. Sapendo che  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$  e  $d = 10^{-6} \text{ m}$ , calcolate la forza elettrica esercitata sulla carica posta nell'origine del sistema di riferimento, indicando modulo, direzione e verso.



**Soluzione.**

**Nota.** Riportare i risultati numerici con il numero appropriato di cifre significative e specificate le unità di misura.

Accelerazione di gravità:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$\rho_{acqua} = 1.00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

$c_{acqua} = 1.00 \text{ cal/(g K)} = 4.19 \text{ J/(g K)}$

$c_{ghiaccio} = 0.5 \text{ cal/(g K)} = 2.09 \text{ J/(g K)}$

$\lambda_f = 79.8 \text{ cal/g} = 334 \text{ J/g}$

$k_c = 1/4\pi\epsilon_0$ , dove  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$