



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PALERMO
FACOLTA' SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI

CORSO DI LAUREA IN
MATEMATICA APPLICATA ALL'INDUSTRIA E ALLA FINANZA

Energia Eolica e Legge di Betz

Tesi di laurea di
Lombardo Vincenzo
Matricola: 0539433

Relatore
Prof. Agliolo Gallitto Aurelio

ANNO ACCADEMICO 2011/2012

Indice

1	L'energia eolica	1
1.1	L'energia eolica nella storia	2
1.1.1	Sviluppo storico degli aerogeneratori	3
1.2	Origine fisica dell'energia eolica	6
1.2.1	Equazione di Bernoulli	6
1.2.2	La legge di Betz	8
2	Apparato sperimentale per lo studio dell'energia eolica	13
2.1	Apparato	13
2.2	Descrizione dell'esperimento	15
2.3	Risultati sperimentali	16
3	Analisi e discussione dei dati sperimentali	20
3.1	Discussione	21
A	Ventosità	26

Introduzione

Lo sfruttamento dell'energia eolica da parte dell'uomo ha origini antichissime, con le barche a vela nella navigazione e i mulini a vento per svolgere lavori meccanici. All'inizio del 1900, sono stati sviluppati i generatori eolici capaci di produrre direttamente energia elettrica, mettendo in secondo piano l'uso dei mulini a vento. Oggi, la necessità di avere risorse energetiche poco inquinanti ha spinto a trovare soluzioni alternative all'uso del petrolio. Tra queste la produzione di energia elettrica con l'uso di aerogeneratori. Tuttavia queste fonti energetiche, alternative a quelle tradizionali, trovano nella società ancora poca attenzione, in quanto esse sono scarsamente introdotti a livello scolastico nello studio della fisica curricolare.

In questo lavoro di tesi discuteremo di un esperimento didattico per lo studio dell'energia eolica che permette di convertire l'energia cinetica del vento in energia potenziale gravitazionale. L'esperimento consiste nell'azionare una pompa idraulica con un aerogeneratore e quindi determinare in questo modo la potenza meccanica estratta da un flusso di aria a velocità controllata.

Nel primo capitolo faremo una breve introduzione storica dell'energia eolica e introdurremo la teoria di Betz partendo dall'equazione di Bernoulli, che dimostra che la potenza massima estraibile dal flusso di vento corrisponde al 59% di quella del flusso di aria indisturbato.

Nel secondo capitolo descriveremo il nostro esperimento, indicando i vari strumenti utilizzati, presenteremo i risultati ottenuti.

Nel terzo capitolo invece analizzeremo i risultati ottenuti per la potenza meccanica estratta dal flusso di aria e calcoleremo il rendimento dell'apparato usato.

Nell'appendice A, riportiamo brevemente la distribuzione statistica di Weibull che permette di determinare statisticamente la distribuzione della velocità del vento.

Capitolo 1

L'energia eolica

Con il termine *energia eolica* si intende genericamente l'energia che si ottiene dal vento, grazie al movimento di masse d'aria causate dalle differenti condizioni meteorologiche in prossimità della superficie della terra; più precisamente, l'energia cinetica di correnti di aria che successivamente viene convertita, con l'uso di specifiche macchine eoliche, in altre forme di energia (elettrica o meccanica) .

Oggi, l'energia del vento viene principalmente convertita in energia elettrica per mezzo di centrali eoliche, mentre in passato essa veniva utilizzata immediatamente sul posto come energia motrice, ad esempio nei mulini a vento e nella navigazione a vela. Essa è stata la prima forma di energia rinnovabile, assieme a quella idraulica, scoperta dall'uomo dopo la scoperta del fuoco. Tutta l'energia rinnovabile (fatta eccezione per l'energia delle maree e quella geotermica) proviene dal sole e di questa solamente una minima parte (circa l'1 – 2%) viene convertita in energia eolica.

In questo capitolo, dopo una breve descrizione dell'evoluzione storica dello sfruttamento dell'energia eolica da parte dell'uomo, introdurremo i concetti di base per la descrizione dell'origine fisica dell'energia eolica fino alla presentazione della legge di Betz, che permette di determinare il limite teorico della frazione di energia estraibile dal vento da parte di un rotore.

1.1 L'energia eolica nella storia

L'energia eolica fù ampiamente sfruttata con i mulini a vento, che fecero la prima comparsa nelle aree considerate la culla della civiltà: Mesopotamia, Cina ed Egitto [1]. Si tramanda che, già nel 17° secolo A.C., Hammurabi il Re di Babilonia avesse progettato di irrigare la pianura mesopotamica per mezzo di mulini a vento; essi erano probabilmente costituiti da un sistema ruotante attorno a un asse verticale, non molto diversi di quelli usati nei giorni nostri.

Un importante ruolo nella storia ha avuto anche lo sfruttamento dell'energia eolica nella navigazione a vela, che risale al tempo degli egiziani. La differenza tra le due applicazioni é sostanziale: nel caso della navigazione a vela si sfrutta la spinta esercitata dal vento sulla vela; nel caso dei mulini a vento impiegato per l'irrigazione si realizza invece un vero e proprio motore alimentato a energia eolica che aziona una macchina operatrice, la pompa idraulica.

Secondo la tradizione cinese, il mulino a vento sarebbe stato ideato in Cina ed ivi utilizzato per circa 2000 anni. La certezza storica sull'uso dei mulini a vento come macchine di uso corrente risale comunque al 7° secolo D.C., nel regno del califfo Omar I. La cosa più incerta è come il mulino sarebbe poi giunto in Occidente.

L'arrivo dei mulini a vento in Europa avvenne in pieno Medioevo, all'epoca delle crociate; arrivarono in Olanda nella prima metà del 300 e qui ebbero un grande sviluppo e un largo impiego. I mulini a vento olandesi, collegati a ruote a cassette o a viti d'Archimede, per secoli hanno costituito il modo più economico e funzionale per il drenaggio dei polder (appezzamenti di terreno sottratti al mare e usati per l'agricoltura e l'allevamento), riuscendo a portare l'acqua ad oltre 5 m di quota; solo oggi sono andati praticamente in pensione sostituiti da nuovi sistemi di diversa operatività. Tuttavia, la patria delle moderne macchine eoliche spetta alla vicina Danimarca.

La realizzazione del mulino a vento rappresentò un'anticipazione, del tutto empirica, dei principi dell'aerodinamica scoperti molto tempo più tardi. L'uso di queste macchine si ebbe per le applicazioni più svariate, dal pompaggio dell'acqua, alla macinazione dei cereali, alla spremitura delle olive, alle industrie manifatturiere (della carta, del tabacco, del legno). In particolare, l'uso dei mulini a vento per azionare pompe idrauliche è stato



Figura 1.1: Mulino a vento tipico usato nelle saline di Marsala (TP).

per lungo tempo una delle utilizzazioni prevalenti di queste macchine. In figura 1.1 sono mostrati i mulini a vento utilizzati nelle saline di Marsala(TP) per pompare l'acqua da una vasca all'altra. In questa ottica, le ricerche nel campo dell'aerodinamica subirono notevoli spinte per il loro sviluppo, come per esempio il progetto dell' aeromotore ad otto pale giranti su asse di rotazione proprio e capace di porsi in posizione detta in "bandiera", per massimizzare la spinta aerodinamica del vento.

1.1.1 Sviluppo storico degli aerogeneratori

Gli aeromotori ebbero grande sviluppo nel 19° secolo: a metà del 1800 in Olanda se ne contavano 9000 esemplari in funzione; tra il 1880 ed il 1930, solo negli Stati Uniti, ne furono installati milioni per usi agricoli e domestici e molte di queste macchine funzionano ancora. È in questo periodo che nacquero i primi generatori di energia elettrica detti *aerogeneratori*. Con la costruzione nel 1887 a Cleveland (Ohio) del primo impianto eolico, ad opera dell'americano Charles F. Brush, iniziò la produzione di elettricità sfruttando il vento con aerogeneratori di potenza variabile fra i 3 ed i 30 kW. Successivamente, con la realizzazione di aerogeneratori di potenze crescenti (dai 50 kW ai 5 MW dei più grandi di oggi) si giunse alla costruzione di macchine tecnologicamente evolute, ad asse orizzontale

e basso numero di pale (da 1 a 3) con sezione a profilo alare, ed in alcuni paesi, come la Danimarca, si arrivò a soddisfare una consistente parte del fabbisogno nazionale di energia elettrica. Durante il periodo della seconda guerra Mondiale, negli USA, in Olanda e in Danimarca vennero avviati studi che, sotto la spinta delle problematiche di un'economia di guerra, sarebbero confluiti in progetti e sviluppi di macchine (ormai aerogeneratori) con rotori tripala (del diametro di 20 m, generanti una potenza di circa 80 kW) e bipala (del diametro di 17 m e generanti circa 50 kW)[2]. In figura 1.2 è mostrata una moderna turbina tripala installata in un parco eolico in provincia di Palermo¹. Oggi, l'energia eolica,



Figura 1.2: Fotografia di un moderno aerogeneratore installato in parco eolico in provincia di Palermo.

è senz'altro la più competitiva fra le energie rinnovabili. Tuttavia, se da un lato c'è ancora da fare i conti con chi ne ostacola lo sviluppo per ragioni di costo, di inquinamento acustico, di impatto ambientale e di pericolo per gli uccelli, dall'altro non mancano nuovi

¹Facendo un confronto con le altre tecnologie rinnovabili, risulta che la produzione di energia con impianti eolici è la meno costosa ed ha un'esigua occupazione del territorio.

progetti di turbine eoliche. Per esempio, l'idea uno studente dell'Arizona di realizzare delle turbine eoliche per sfruttare il movimento dell'aria causato dal passaggio di autoveicoli, come illustrato in figura 1.3 [3]. Oppure, il sistema a nido d'ape, con turbine eoliche in serie a forma di grandi lenti capaci di sfruttare i venti che soffiano in mare aperto, sviluppato dal Prof. Yuji Ohya della Kyushu University, mostrato in figura 1.4 [3]



Figura 1.3: Turbina in grado di produrre 9.6 kWh di energia annua sfruttando il movimento dell'aria generato dal passaggio di veicoli. Immagine adattata da [3].



Figura 1.4: Sistema a nido d'ape con turbine eoliche in serie e a forma di grandi lenti capaci di catturare il vento in mare aperto, sviluppato dal Prof. Yuji Ohya della Kyushu University. Immagine adattata da [3].

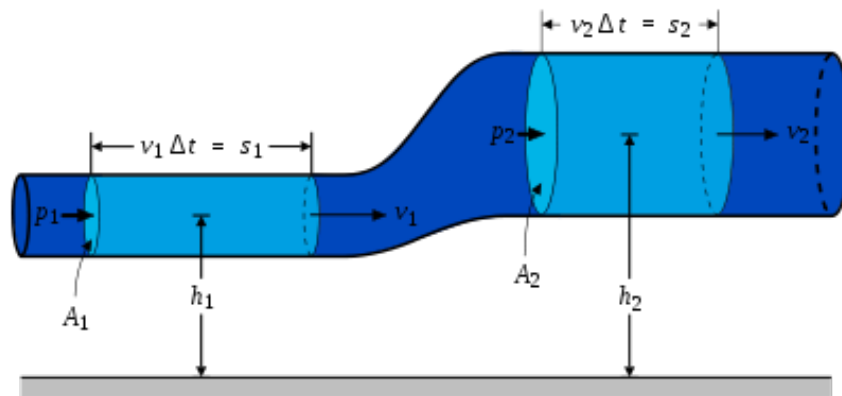


Figura 1.5: Tubo di flusso. Immagine adattata da [4].

1.2 Origine fisica dell'energia eolica

Il vento, definito come una massa d'aria che si sposta prevalentemente in senso orizzontale da zone di alta pressione (anticicloni) a zone di bassa pressione (cicloni), costituisce una grande sorgente potenziale di energia. Per comprendere l'origine fisica dell'energia eolica, esaminiamo per mezzo dell'equazione di Bernoulli il comportamento di un fluido ideale in moto.

1.2.1 Equazione di Bernoulli

Consideriamo un fluido ideale incompressibile e non viscoso, che scorre in regime stazionario e irrotazionale² lungo un tubo di sezione e quota variabile, come mostrato in Figura 1.5 [5]. Consideriamo il flusso di tale fluido in un tempo Δt . Poichè non ci sono forze viscosse, la variazione di energia meccanica del fluido compreso tra le due sezioni A_1 e A_2 deve essere uguale al lavoro fatto dalle forze che agiscono su tale porzione di fluido. In corrispondenza della sezione A_1 , sulla porzione del fluido considerata agisce la forza di pressione $F_1 = p_1 A_1$ e il lavoro fatto W da questa forza è

$$W_1 = F_1 S_1 = p_1 A_1 S_1 = p_1 \Delta V \quad (1.1)$$

dove $\Delta V = A_1 S_1$ è il volume che attraversa la sezione A_1 nell'intervallo di tempo Δt .

In modo analogo, il lavoro fatto sulla porzione di fluido in corrispondenza della sezione

²Il moto di un fluido è irrotazionale quando non sono presenti vortici.

A_2 sul lato destro del tubo di flusso in un tempo Δt è

$$W_2 = -F_2 S_2 = -p_2 A_2 S_2 = -p_2 \Delta V \quad (1.2)$$

Tale lavoro è negativo in quanto la forza di pressione che si esercita sulla porzione di fluido in considerazione agisce in verso opposto allo spostamento del fluido stesso. Il lavoro netto fatto da queste forze nel tempo Δt è

$$W = (p_1 - p_2) \Delta V \quad (1.3)$$

La variazione di energia cinetica del fluido in considerazione è

$$\Delta K = \frac{1}{2}(\Delta m)v_2^2 - \frac{1}{2}(\Delta m)v_1^2 \quad (1.4)$$

dove Δm corrisponde alla massa di fluido che attraversa una sezione del tubo in un tempo Δt . Analogamente, la variazione di energia potenziale è

$$\Delta U = (\Delta m)gh_2 - (\Delta m)gh_1 \quad (1.5)$$

dove g è l'accelerazione di gravità e h è la quota altimetrica (ovvero l'altezza rispetto a un riferimento orizzontale, di un qualsiasi punto all'interno del condotto appartenente alla stessa linea di flusso). Pertanto, applicando il teorema lavoro-energia nella forma $W = \Delta K + \Delta U$ otteniamo

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2}(\Delta m)v_2^2 - \frac{1}{2}(\Delta m)v_1^2 + (\Delta m)gy_2 - (\Delta m)gy_1 \quad (1.6)$$

Dividendo ogni termine per ΔV e ricordando che $\rho = \Delta m/\Delta V$, l'equazione 1.6 si riduce a

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_2 - \rho gy_1 \quad (1.7)$$

da cui si ricava

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gy_2 \quad (1.8)$$

Poichè le sezioni A_1 e A_2 sono due sezioni generiche del tubo di flusso, si può scrivere genericamente la seguente relazione

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{costante} \quad (1.9)$$

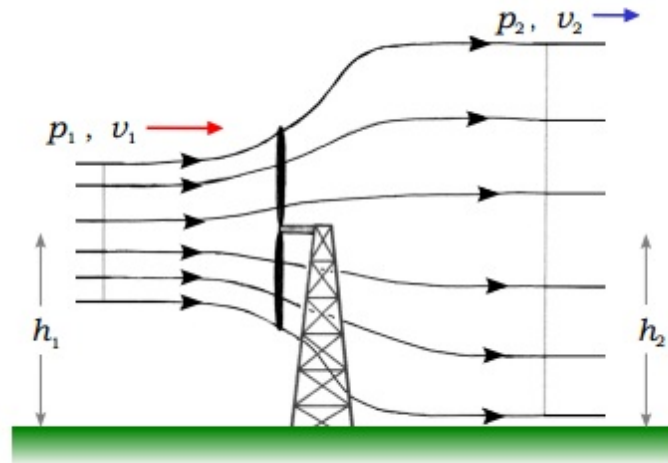


Figura 1.6: Tubo di flusso dell'aria che incide sulle pale del rotore; $v_1 > v_2$. Immagine adattata da [6].

cioè, in ogni punto di una linea di flusso la somma dei tre termini rimane costante. Questo risultato è noto come *legge di Bernoulli* [5]. Riassumendo, comunque prese due sezioni del tubo di flusso, si deve avere

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (1.10)$$

1.2.2 La legge di Betz

Per poter estrarre parte dell'energia cinetica del flusso di aria, si introduce nel tubo di flusso il cosiddetto rotore (o turbina), che sottrae energia dal flusso di aria e la converte in energia meccanica di rotazione. Per analizzare questa situazione, facciamo le seguenti ipotesi.

1. In ogni sezione del tubo di flusso deve sussistere una distribuzione di velocità permanente, cioè il flusso deve essere stazionario.
2. Il rallentamento dell'aria in corrispondenza del rotore è distribuito uniformemente sulla sezione del rotore stesso.
3. Nelle sezioni infinitamente a monte e a valle del flusso di aria deve sussistere la pressione atmosferica dell'ambiente esterno.

4. Il vento non deve incontrare ostacoli, deve essere stazionario, non deve compiere moto rotatorio e di intensità costante con la quota.
5. La comprimibilità dell'aria è considerata essere trascurabile, cioè la densità dell'aria è costante.

Applicando l'equazione di Bernoulli in due sezioni del tubo di flusso in assenza del rotore e considerando l'aria come un fluido ideale, si ha [6]

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 \quad (1.11)$$

dove p_1 , v_1 e h_1 sono rispettivamente la pressione, la velocità e l'altezza del fluido in corrispondenza della sezione davanti il rotore; p_2 , v_2 e h_2 sono rispettivamente la pressione, la velocità e l'altezza del fluido in corrispondenza della sezione alle spalle del rotore; ρ è la densità dell'aria (la densità dell'aria alla pressione atmosferica e alla temperatura di 20°C è $\approx 1.2 \text{ kg/m}^3$).

In presenza del rotore, parte dell'energia cinetica del vento viene estratta dal rotore. Indicando con $k = K/V$ l'energia cinetica per unità di volume che si può estrarre dal flusso di aria, l'equazione di Bernoulli, Eq.(1.11), diviene

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 + k \quad (1.12)$$

Poichè $p_1 = p_2 = p_0$ (p_0 è la pressione atmosferica) e $h_1 = h_2$, l'Eq.(1.12) può essere quindi semplificata, ottenendo l'energia per unità di volume che si può estrarre dal flusso di aria

$$k = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) \quad (1.13)$$

In presenza del rotore, parte dell'energia cinetica del vento viene estratta dal rotore e convertita successivamente in energia meccanica di rotazione. La potenza P estratta dal rotore è data dal prodotto dell'energia cinetica per unità di volume k e il volume di aria che attraversa il rotore nell'unità di tempo Sv , cioè il prodotto della velocità dell'aria v in corrispondenza del rotore e la sezione S del tubo di flusso di diametro uguale alle dimensioni della pala eolica (sezione spazzata del rotore). Quindi si ha

$$P = kSv = \frac{1}{2} \rho S v (v_1^2 - v_2^2) \quad (1.14)$$

Inizialmente il vento di velocità v_1 , raggiunge le pale del rotore, lì la velocità viene rallentata fino al raggiungimento di una velocità v_2 . Naturalmente nel passaggio dalla sezione 1 alla sezione 2 deve valere l'equazione di continuità, per cui si può scrivere (supponendo la densità dell'aria costante):

$$\rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2 = \frac{dm}{dt} \quad (1.15)$$

La potenza estratta dal rotore è data anche dal prodotto della forza F che il flusso di aria esercita sul rotore e la velocità v del vento in corrispondenza del rotore stesso.

$$P = Fv \quad (1.16)$$

La forza F è uguale alla variazione della quantità di moto per unità di tempo della massa di aria che attraversa il rotore

$$F = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t}(v_2 - v_1) \Rightarrow F = \frac{dq}{dt} = (v_2 - v_1) \frac{dm}{dt} \quad (1.17)$$

Quindi, la potenza risulta essere

$$P = Fv = \frac{dm}{dt}(v_1 - v_2)v = \rho S v^2 (v_1 - v_2) \quad (1.18)$$

dove abbiamo posto $dm/dt = \rho S v$.

Uguagliando le due equazioni per la potenza Eq.(1.14) ed Eq.(1.18), si ottiene

$$\frac{1}{2} \rho S v (v_1^2 - v_2^2) = \rho S v^2 (v_1 - v_2) \quad (1.19)$$

e quindi semplificando si ha $v = (v_1 + v_2)/2$. Il rallentamento avviene, dunque, per metà nel tratto di corrente a monte e per metà nel tratto di corrente a valle del rotore.

Definendo un fattore di interferenza a come:

$$a = 1 - \frac{v}{v_1} = \frac{v_1 - v}{v_1} \quad (1.20)$$

si ottiene $v = v_1(1 - a)$ e $v_2 = v_1(1 - 2a)$. Il fattore a rappresenta la misura in cui il flusso viene rallentato a monte della turbina (al massimo $a = 0.5$ quando si ha il blocco del flusso alla sezione 2 di uscita).

Sostituendo l'equazione trovata per la velocità v_2 nell'espressione della potenza si ottiene la potenza estraibile dal flusso eolico:

$$P = \frac{1}{2} A \rho v_1^3 4a(1 - a)^2 \quad (1.21)$$

Possiamo anche calcolare la forza agente sul rotore che risulta essere

$$F = \frac{1}{2}A\rho v_1^2 4a(1-a) \quad (1.22)$$

Imponendo l'annullamento della derivata prima di P rispetto ad a troviamo l'interferenza ottimale (l'interferenza per cui si ha l'estrazione della massima potenza): $a = 1$ oppure $a = \frac{1}{3}$. Il valore $a = 1$ non ha senso per cui $a_{ott} = \frac{1}{3}$.

Definiremo il coefficiente di prestazione, c_p come rapporto tra la potenza P e la potenza P_0 valutata nel tubo di flusso indisturbato (cioè in assenza del rotore)

$$P_0 = \frac{1}{2}A\rho v_1^3 \quad (1.23)$$

Da questo rapporto otteniamo

$$c_p = \frac{P}{P_0} = \frac{\frac{1}{2}A\rho v_1^3 4a(1-a)^2}{\frac{1}{2}A\rho v_1^3} = 4a(1-a)^2 \quad (1.24)$$

il valore del coefficiente di prestazione per $a = 1/3$ è $c_{p_{max}} = 16/27 \cong 0.59$. Si può dunque estrarre al massimo il 59% della potenza del flusso di aria. Questo risultato è noto come *Limite di Betz* e la derivazione che abbiamo eseguito è nota come teoria di Betz.

Il coefficiente di prestazione si può scrivere anche in funzione del rapporto delle velocità v_2/v_1

$$c_p = \frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right] \left(1 + \frac{v_2}{v_1} \right) \quad (1.25)$$

Tale funzione è riportata in Figura 1.7 e, come si vede, presenta il suo massimo per $v_2/v_1 = \frac{1}{3}$.

A questo valore corrisponde il massimo della potenza estraibile di circa il 59% della potenza totale del flusso di aria. Facciamo notare che la potenza estraibile dal vento, per unità di area spazzata dal rotore, varia con la terza potenza della velocità come mostrato in Figura 1.8.

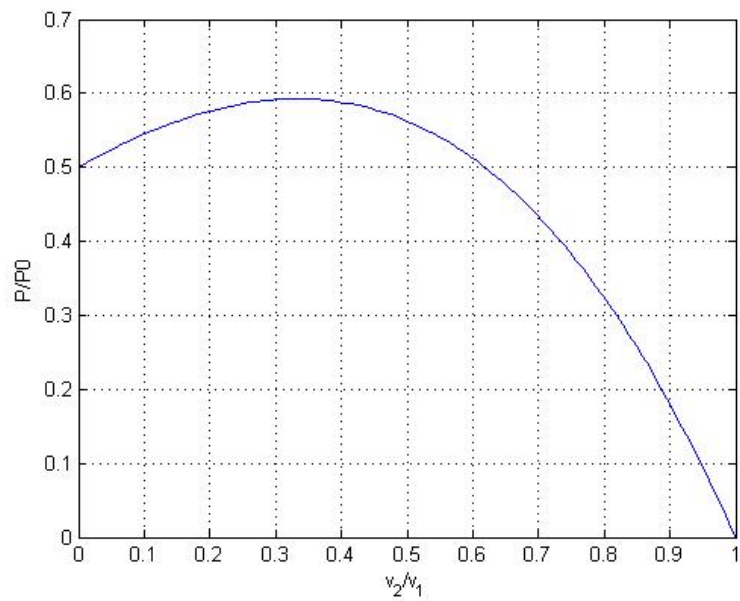


Figura 1.7: Frazione di potenza estraibile in funzione del rapporto v_2/v_1 .

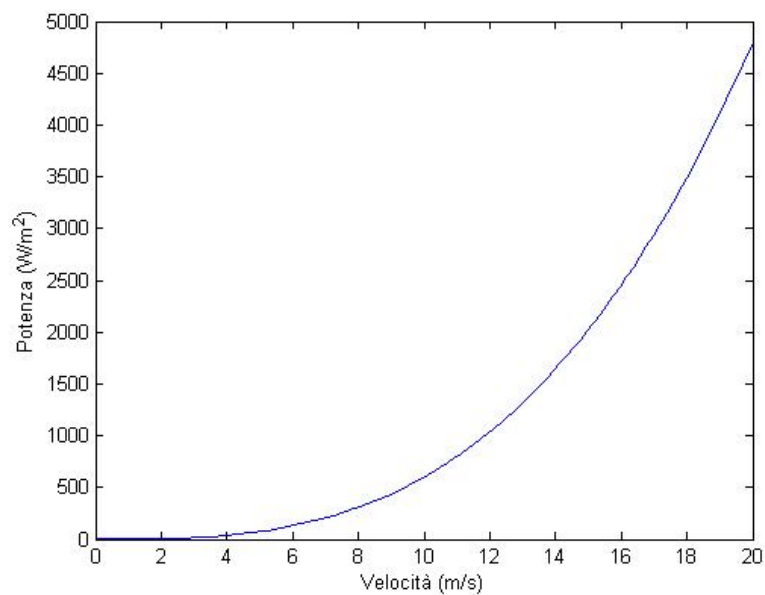


Figura 1.8: Potenza per unità di area spazzata in funzione delle velocità del vento incidente.

Capitolo 2

Apparato sperimentale per lo studio dell'energia eolica

In questo Capitolo descriveremo l'apparato sperimentale messo a punto per la realizzazione di un esperimento di conversione dell'energia eolica in energia potenziale gravitazionale di masse di acqua. Tale esperimento consente di misurare la potenza estratta da un flusso di aria con velocità regolabile e di studiare sperimentalmente la legge di Betz. In particolare misureremo la potenza massima estratta dal flusso di aria, artificialmente generato con un ventilatore, misurando l'aumento di energia potenziale di masse di acqua pompate da un livello inferiore a un livello superiore da una piccola pompa idraulica azionata, appunto, dalla pala eolica.

2.1 Apparato

L'apparato sperimentale utilizzato è mostrato in figura 2.1. Esso è costituito principalmente da due rotori: uno attivo (rosso) e uno passivo (verde), entrambi di raggio $R = (19 \pm 1)$ cm; il primo è alimentato elettricamente e produce un flusso costante di aria a velocità regolabile. Il rotore passivo viene spinto dal flusso di aria e aziona una pompa idraulica rotativa, che permette di pompare acqua da un serbatoio posizionato in corrispondenza della pompa stessa ad un altro posizionato ad un'altezza h variabile rispetto alla posizione della pompa. Il recipiente superiore è stato tarato, segnando delle tacche in corrispondenza di un volume di 0.5 litri. Esso può indicare in questo modo fino



Figura 2.1: Fotografia dell'apparato sperimentale usato. Nella foto è facilmente visibile il contenitore graduato per la misurazione della massa di acqua pompata da un livello più basso ad un livello più alto.

a un volume di 3 litri. Inoltre, poichè 1 litro corrisponde una massa di 1 kg, possiamo direttamente ottenere la massa di acqua pompata. L'errore che si commette è di circa ± 0.1 kg. L'apparato è corredato anche da un anemometro La Crosse, mostrato in Figura 2.2, che consente di misurare la velocità del flusso di aria generato dalla prima vento-



Figura 2.2: Anemometro.

la. Il range di misurazione dell'intensità del vento dell'anemometro va da un minimo di 0.20 m/s ad un massimo di 30 m/s, con una precisione pari a $\pm 5\%$ del valore rilevato, oppure ± 1 unità sulla cifra meno significativa.

Infine, un cronometro consente di misurare il tempo impiegato a riempire il recipiente posizionato in alto.

2.2 Descrizione dell'esperimento

Per misurare la potenza meccanica estratta dal flusso di aria, misuriamo la velocità con cui la pompa idraulica, azionata dal rotore (ventola verde), travasa acqua dal recipiente più in basso al recipiente più in alto. A questo scopo, abbiamo disposto il punto più in alto del tubo di gomma, usato per il travaso, a tre differenti altezze e rispettivamente $H = (100 \pm 2)$ cm, $H = (80 \pm 2)$ cm e $H = (60 \pm 2)$ cm. Tenendo fissa l'altezza del recipiente superiore, abbiamo effettuato varie acquisizioni con diverse velocità del vento. Per ogni altezza abbiamo misurato l'intervallo temporale necessario affinché l'acqua raggiungesse le varie tacche del recipiente graduato. Utilizzando i dati raccolti, abbiamo riportato in

grafico il valore dell'energia potenziale in funzione del tempo, per ognuna delle altezze di posizionamento del recipiente superiore.

La variazione di energia potenziale dell'acqua è data da

$$\Delta U = mgH \quad (2.1)$$

dove H è l'altezza alla quale viene pompata l'acqua ed m è la massa dell'acqua che è stata pompata dopo un tempo t .

Quindi, la potenza si ottiene come $P = \Delta U/\Delta t$ e pertanto sarà data dal coefficiente angolare della retta che descrive l'andamento di ΔU con il tempo.

2.3 Risultati sperimentali

Nella figura 2.3 è riportata la variazione dell'energia potenziale $\Delta U = mgH$ in funzione del tempo e a differenti velocità dell'aria on il recipiente superiore posizionato a un'altezza $H = 1$ m. Nella figura 2.4, è riportata la variazione dell'energia potenziale $\Delta U = mgH$ in funzione del tempo e a differenti velocità dell'aria on il recipiente superiore posizionato a un'altezza $H = 0.80$ cm. Nella figura 2.5, è riportata la variazione dell'energia potenziale $\Delta U = mgH$ in funzione del tempo e a differenti velocità dell'aria con il recipiente superiore posizionato a un'altezza $H = 0.60$ cm.

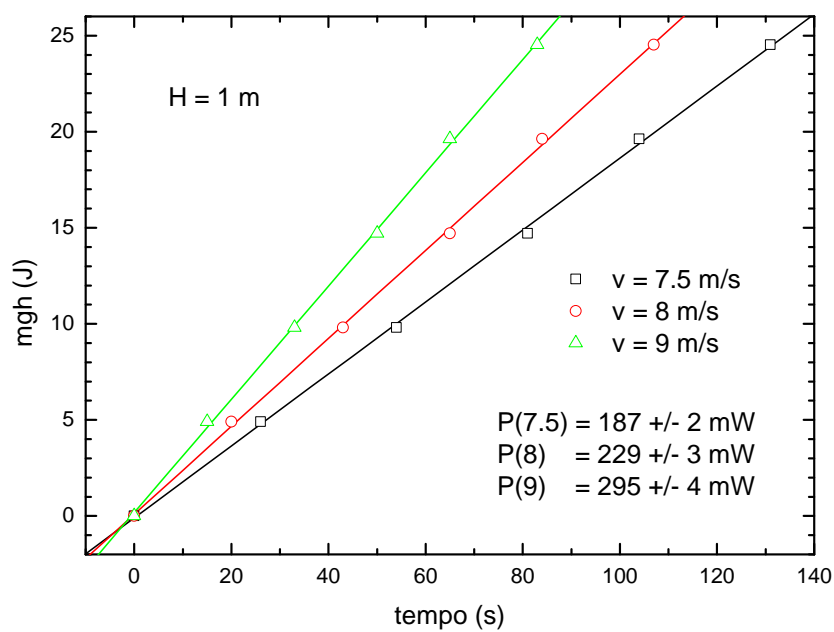


Figura 2.3: Energia potenziale dell'acqua pompata all'altezza $H = 1$ m in funzione del tempo. I simboli descrivono i dati sperimentali alle varie velocità, come indicato nel grafico. Le linee continue sono i risultati dei fitting ottenuti come descritto nel Capitolo 3.

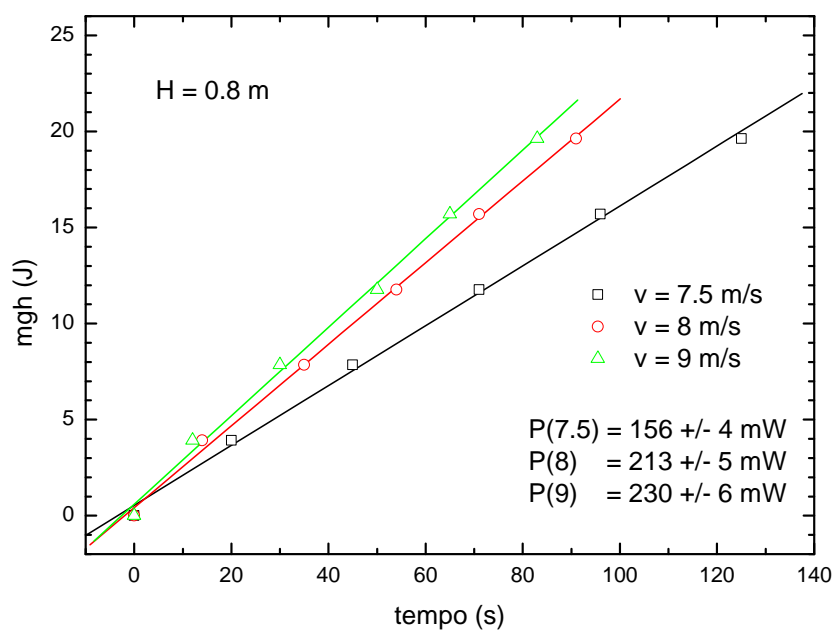


Figura 2.4: Energia potenziale dell'acqua pompata all'altezza $H = 0.80$ cm in funzione del tempo.

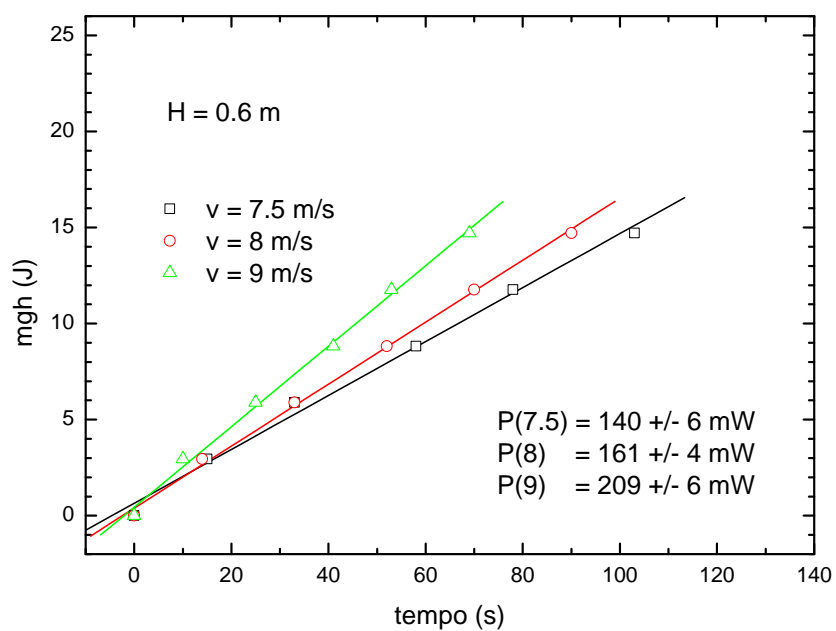


Figura 2.5: Energia potenziale dell'acqua pompata all'altezza $H = 0.60$ cm in funzione del tempo.

Capitolo 3

Analisi e discussione dei dati sperimentali

Come abbiamo accennato nel Paragrafo 2.2, dalla pendenza delle curve di ΔU in funzione del tempo possiamo determinare la potenza meccanica estratta dal rotore passivo dal flusso di aria. I valori riassuntivi ottenuti nei tre esperimenti effettuati a tre differenti altezze sono riportati in Tabella 3.1.

$H = 1 \text{ m}$		$H = 0.80 \text{ cm}$		$H = 0.60 \text{ cm}$	
Velocità (m/s)	Potenza (mW)	Velocità (m/s)	Potenza (mW)	Velocità (m/s)	Potenza (mW)
7.5	187 ± 2	7.5	156 ± 4	7.5	140 ± 6
8	229 ± 3	8	213 ± 5	8	209 ± 6
9	295 ± 4	9	230 ± 6	9	209 ± 6

Tabella 3.1: Tabella riassuntiva delle potenze ottenute alle varie velocità e altezze.

Dai risultati riassunti in Tabella 3.1, si osserva che la potenza estratta varia con la velocità del flusso di aria, come è atteso. Si osserva anche una variazione della potenza estratta con l'altezza a parità di velocità. Questa variazione non si può spiegare facilmente, in quanto cambiando le posizioni del recipiente superiore possono cambiare molti parametri sperimentali che sono difficili da controllare. Per questo motivo, abbiamo fissato l'altezza del recipiente superiore ad $H = 1 \text{ m}$ e abbiamo effettuato le misure a varie

velocità cercando di fissare la velocità del flusso di aria.

Tuttavia, abbiamo notato che, a causa dei vari fattori, non si riusciva a fissare la velocità del vento con una precisione superiore a circa 0.5 m/s. Ciò è dovuto a molti fattori che influenzano la velocità del vento, tra cui una possibile fluttuazione della velocità di rotazione della ventola motrice, oppure la circolazione del flusso in percorsi variabili (moti vorticosi spuri). Inoltre, considerando l'errore di precisione dell'anemometro abbiamo stimato gli errori assoluti nei valori della velocità. I valori ottenuti alle varie velocità del flusso di aria sono riportati in Figura 3.1.

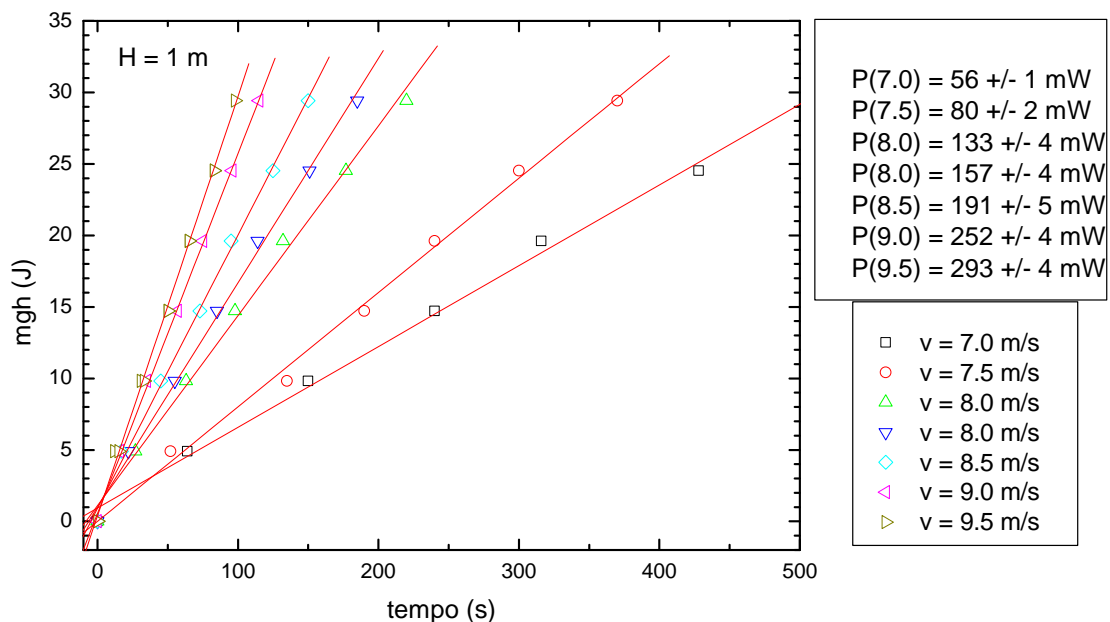


Figura 3.1: Variazione dell'energia potenziale in funzione del tempo a varie velocità.

Dalle curve ottenute ricaviamo i valori di potenza estratta in funzione della velocità. I risultati ottenuti sono riportati in Figura 3.2.

3.1 Discussione

Nel Paragrafo 1.2.2, abbiamo visto che la potenza estratta da un flusso di aria è proporzionale a v^3 . Quindi, facciamo un fitting dei dati di Figura 3.2 con una curva tipo

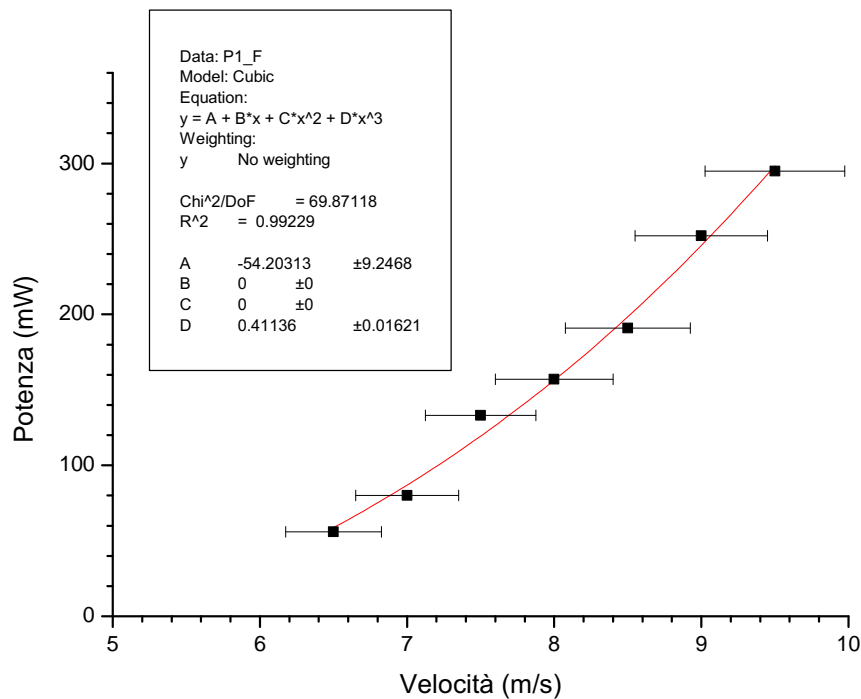


Figura 3.2: Potenza estratta in funzione della velocità.

$f(v) = A + Dv^3$. La curva così ottenuta si adatta molto bene ai dati sperimentali e ciò indica che la potenza estratta dal rotore è proporzionale al cubo della velocità.

Dal fitting dei dati sperimentali si ottiene che il nostro apparato non funziona per velocità inferiori al valore di soglia di $v_0 \cong 5.10$ m/s al di sotto del quale l'acqua non viene pompata. Questo è dovuto principalmente alla presenza di attriti meccanici nelle varie parti dell'apparato: ventole, girante, moltiplicatori di giri, ecc.

In laboratorio vi è la possibilità di studiare la potenza estratta dalla macchina eolica in funzione della velocità del vento, in quanto è possibile controllare direttamente la velocità del flusso di aria generato artificialmente. Nelle aree destinate all'installazione delle pale eoliche, la velocità del vento può variare molto nell'arco dell'anno, anche secondo la posizione del sito, a causa dei molteplici fattori meteorologici. Per avere una stima della potenza ottenibile, in un determinato sito, si ricorre a un calcolo statistico della ventosità, usando la funzione di distribuzione della velocità di Weibull [7]. In Appendice A riportiamo una descrizione più dettagliata di questa funzione.

Se vogliamo valutare la capacità del nostro apparato ad estrarre energia meccanica

dall'energia eolica, possiamo fare il rapporto

$$\eta = \frac{P_{misurata}}{P_{teorica}} \quad (3.1)$$

dove $P_{teorica} = \frac{1}{2}\rho Av^3$, con A area spazzata dal rotore.

Dalla funzione $f(v) = A + Dv^3$ si può determinare la velocità di soglia minima $v_0 = \sqrt[3]{|A|/D} \approx 5.1 \text{ m/s}^2$, al di sotto della quale il rapporto non è più operativo. Questo limite dipende principalmente dalla presenza di attriti meccanici nell'apparato.

Dalla Relazione 3.1 si può stimare l'efficienza dell'apparato. Dai risultati ottenuti si ottiene $\eta \approx 5\%$, calcolato per $v = 9 \text{ m/s}$. Tuttavia facciamo notare che nel nostro caso l'efficienza diminuisce per velocità prossime a quella di soglia minima, a cui l'efficienza è zero.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi abbiamo effettuato uno studio sperimentale sull'energia eolica. In particolare, abbiamo studiato teoricamente il principio fisico della conversione dell'energia eolica, cioè l'energia cinetica del vento (aria in movimento) in energia cinetica di rotazione della pala eolica. Questo processo è regolato dal punto di vista della fisica di base dalla legge di Betz, che conduce al cosiddetto *limite di Betz* di poter estrarre al massimo 59% dell'energia cinetica del vento. Quindi abbiamo realizzato in laboratorio un esperimento didattico per lo studio dell'energia eolica, per mezzo di un apparato sperimentale appositamente realizzato e capace di generare un flusso di aria a velocità regolabile, con il quale abbiamo simulato un vento con una determinata velocità.

L'apparato è costituito inoltre da una ventola passiva che viene azionata dal flusso di aria e, a sua volta, mette in moto una piccola pompa centrifuga per il travaso di una quantità di acqua, da un recipiente posizionato in basso a un recipiente posizionato più in alto. In particolare, misurando la velocità con cui viene travasata l'acqua viene determinata la potenza estratta dalla pala eolica al flusso di aria.

Abbiamo studiato quindi la potenza estratta alle varie velocità e abbiamo determinato sperimentalmente la curva della potenza estratta in funzione della velocità. La curva sperimentale ottenuta dipende dal cubo della velocità del vento, come previsto teoricamente dalla teoria di Betz. Tuttavia, l'efficienza che abbiamo stimato della macchina eolica usata è di circa il 5%, molto più bassa del limite teorico del 59% previsto dal limite di Betz. Questo è dovuto principalmente alla presenza di notevoli attriti nelle varie parti dell'apparato, che non possono essere eliminati.

In ogni caso, l'esperimento condotto con questo apparato è di notevole importanza dal punto di vista didattico, in quanto esso riguarda lo studio dell'energia eolica, che è una delle cosiddette *energie rinnovabili*, considerando esclusivamente argomenti di meccanica,

cioè non è necessario conoscere argomenti di elettromagnetismo per il calcolo della potenza estratta dal vento, come è, invece, necessario nel caso di aerogeneratori. Pertanto, questo esperimento può essere proposto alla prime classi di liceo, in cui gli studenti sono all'inizio dello studio della fisica e conoscono quindi solo la meccanica.

Appendice A

Ventosità

Per determinare la distribuzione delle velocità del vento in un determinato sito, con riferimento all'anno tipo, viene usata la funzione di distribuzione statistica di Weibull [7] (dal nome del matematico svedese Waloddi Weibull, 1887- 1979). Tale funzione è una funzione di densità di probabilità $D(v)$, a due parametri

$$D(v) = \frac{k}{s} \left(\frac{v}{s}\right)^{k-1} \exp \left[- \left(\frac{v}{s}\right)^k \right] \quad (\text{A.1})$$

dove v è il modulo della velocità del vento e i due parametri positivi, k (fattore di forma) e s (fattore di scala), caratterizzano la forma generale della curva.

Poichè $D(v)$ è una distribuzione di densità di probabilità, l'area sottostante la curva è unitaria. Il parametro di forma k viene fissato in base alla variabilità del vento nel particolare sito: $k = 2 - 3$ alta variabilità; $k = 3 - 4$ bassa variabilità. Il parametro s è legato invece alla velocità media.

Il significato della funzione densità di probabilità $D(v)$ è il seguente. Dati due valori della velocità del vento v_1 e v_2 , la probabilità $P_{v_1}^{v_2}$ nell'intervallo elementare tra v e $v + dv$ è data da

$$P_{v_1}^{v_2} = \int_{v_1}^{v_2} D(v)dv = - \exp \left[- \left(\frac{v}{s}\right)^k \right] \Big|_{v_1}^{v_2} = \exp \left[- \left(\frac{v_1}{s}\right)^k \right] - \exp \left[- \left(\frac{v_2}{s}\right)^k \right] \quad (\text{A.2})$$

Utilizzando l'espressione di sopra si può facilmente calcolare il valore mediano della velocità del vento $v_{mediano}$, definito come la velocità per la quale il valore della funzione probabilità cumulata vale un mezzo:

$$\exp \left[- \left(\frac{v_{mediano}}{s}\right)^k \right] = 0,5 \Rightarrow v_{mediano} = s(\ln 2)^{\frac{1}{k}} \quad (\text{A.3})$$

La *velocità media* v_{medio} , definita come media aritmetica di un gran numero di valori delle velocità riscontrate, ad intervalli temporali eguali, nell'intero periodo di riferimento (per esempio un anno tipo), si può calcolare dalla distribuzione della densità di probabilità dividendo l'intero campo di velocità in un gran numero di intervalli, moltiplicando il valore di velocità al centro di ciascun intervallo per la densità di probabilità corrispondente a quel particolare valore di velocità e per l'ampiezza dell'intervallo stesso, e sommando tutti i singoli termini. In formule:

$$v_{medio} = \int_0^{\infty} vD(v)dv. \quad (A.4)$$

per $k = 2$ si ha

$$v_{medio} = s \int_0^{\infty} \sqrt{t} \exp(-t) dt \approx s 0.89 \quad (A.5)$$

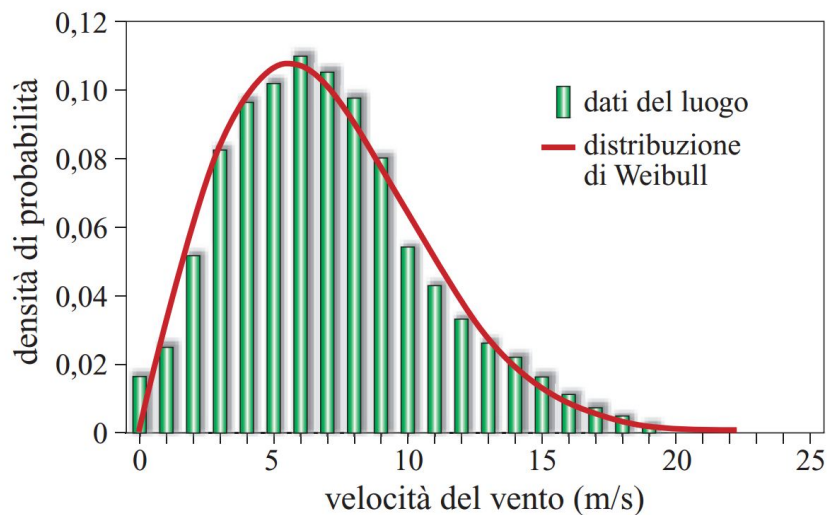


Figura A.1: Confronto tra le velocità del vento misurate e quelle ottenute dalla funzione di Weibull, con $s = 7.9$ m/s e $k = 2$. Figura adattata da [7].

In Figura A.1 è riportato un confronto tra le velocità del vento misurate e quelle ottenute dalla funzione di Weibull, con $s = 7.9$ m/s e $k = 2$. La distribuzione della velocità del vento varia naturalmente da luogo a luogo, in funzione delle condizioni climatiche locali, la conformazione del sito e le caratteristiche della superficie. Quindi, per calcolare la distribuzione del vento in un particolare sito si usa la distribuzione di Weibull con opportuni parametri di forma e di scala. E' utile sottolineare l'importanza di considerare

una distribuzione statistica (come quella di Weibull) nei calcoli relativi ad un impianto eolico installato in un determinato sito, soprattutto per il calcolo della potenza ottenibile.

Ringraziamenti

Si ringrazia il Dipartimento di Fisica (DiFi), il Laboratorio Didattico per la Fisica (LaDiF) della Facoltà di Scienze MM. FF. NN. e il Piano Nazionale Lauree Scientifiche (PLS) per avere messo a disposizione la strumentazione, con cui sono stati effettuati gli esperimenti.

Bibliografia

- [1] Giovanni Maria De Pratti, Giulia Lo Bianco, Francesco Paolo Vivoli, *ENERGIA DEL VENTO*, ISES (ENEA) (1998).
- [2] CISE (Centro Nazionale per l'Innovazione e lo Sviluppo Economico), settembre 2011.
- [3] greenMe, www.greenme.it.
- [4] it.wikipedia.org.
- [5] R.A. Serway, R.J. Beichner, *Fisica per Scienze e Ingegneria*, Edises III Ed. (Napoli 2000), pag. 384.
- [6] Aurelio Agliolo Gallitto, Emilio Fiordilino, *Il laboratorio di fisica nel progetto lauree scientifiche*, ottobre 2010, pag. 36-38.
- [7] Enciclopedia degli idrocarburi, *Generazione elettrica del vento*, Treccani (2007), Cap. 6, pag. 561.